

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
INSTITUTO DE ECONOMIA PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
ECONOMIA

IAGO DE AZEVEDO ROCHA MAIA

GUERRA DO TRÁFICO: UM MODELO DE TEORIA DOS JOGOS PARA
EXPLICAR CONFLITOS DE FACÇÕES

RIO DE JANEIRO

2022

IAGO DE AZEVEDO ROCHA MAIA

**GUERRA DO TRÁFICO: UM MODELO DE TEORIA DOS JOGOS PARA
EXPLICAR CONFLITOS DE FACÇÕES**

Dissertação de Mestrado submetida ao Programa de Pós-Graduação em Economia da Indústria e Tecnologia, Instituto de Economia, Universidade Federal do Rio de Janeiro como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Economia.

Orientador: Prof. Pedro James Frias Hemsley

RIO DE JANEIRO

2022

FICHA CATALOGRÁFICA

M217g Maia, Iago de Azevedo Rocha.
 Guerra do tráfico: um modelo de teoria de jogos para explicar conflitos de
 facções / Iago de Azevedo Rocha Maia. – 2022.
 24 f.; 31 cm.

 Orientador: Pedro James Frias Hemsley.
 Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Instituto
 de Economia, Programa de Pós-Graduação em Economia da Indústria e da
 Tecnologia, 2022.
 Bibliografia: f. 22-24.

 1. Crime organizado. 2. Violência. 3. Teoria dos jogos. I. Hemsley, Pedro
 James Frias, orient. II. Universidade Federal do Rio de Janeiro. Instituto de
 Economia. III. Título.

CDD 364.101

IAGO DE AZEVEDO ROCHA MAIA

**GUERRA DO TRÁFICO: UM MODELO DE TEORIA DOS JOGOS PARA
EXPLICAR CONFLITOS DE FACÇÕES**

Dissertação de Mestrado submetida ao Programa de Pós-Graduação em Economia da Indústria e Tecnologia, Instituto de Economia, Universidade Federal do Rio de Janeiro como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Economia.

Orientador: Prof. Pedro James Frias Hemsley

Aprovada em 02 de Setembro de 2022.

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Pedro James Frias Hemsley
Universidade Federal do Rio de Janeiro

Prof. Dr. Marcelo Resende de Mendonça e Silva
Universidade Federal do Rio de Janeiro

Prof. Dr. Alexandre Barros da Cunha
Universidade Federal do Rio de Janeiro

Prof. Dr. Rolando Gárciga Otero
Universidade Federal do Rio de Janeiro

AGRADECIMENTOS

Quero agradecer ao meu orientador, Pedro Hemsley, por me guiar ao longo desse trabalho e durante todo o mestrado.

Agradeço aos meus amigos Mateus Maciel e Julia Mesquita pelo apoio e a troca de conhecimento nessa jornada.

Por fim, o agradecimento pelo suporte financeiro do CNPq durante o mestrado que fez a produção dessa pesquisa possível.

RESUMO

Esse trabalho tem o objetivo de ampliar o modelo de conflito de facções criminosas apresentado em Castillo e Kronick (2020) e Castillo, Mejía e Restrepo (2020), que constroem um modelo onde as facções criminosas ampliam o investimento em violência quando há um choque adverso na oferta de cocaína. A alternativa criada nesse trabalho foi deixar a variável número de facções endógena, logo, o próprio modelo explica o motivo de ter um determinado número de facções naquele território, além de explicar o nível de violência. Outra contribuição foi criar uma decomposição dos efeitos da variação do número de facções e o efeito direto do choque na oferta de drogas na violência. Os resultados encontrados seguem o modelo original para choques na oferta. O modelo alternativo acrescenta uma análise com choques nos custos fixos das facções, onde dependendo da relação entre a receita de drogas e custo fixo, um choque pode ampliar ou reduzir a violência.

Palavras-chaves: Facções; Violência; Teoria dos Jogos.

ABSTRACT

This work aims to expand the model of gangs conflict presented in Castillo and Kronick (2020) and Castillo, Mejía and Restrepo (2020), who construct a model where gangs increase investment in violence when there is an adverse shock in the supply of cocaine. The alternative created in this work was to set the variable number of gangs endogenous, so the model itself explains the reason for having a determined number of gangs in that territory and explaining the violence level. Another contribution was to build a decomposition with variation in the number of gangs effect and the shock on the drug supply effect on violence. The results follow the original model for supply shocks. The alternative model adds an analysis with shocks to gang fixed costs, where depending on the relationship between drug revenue and fixed cost, a shock can either enhance or reduce violence.

Key-Words: Gangs; Violence; Game Theory.

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - SIMULAÇÃO $\frac{\partial v_{i,1}}{\partial f}$	20
--	-----------

SUMÁRIO

1 - INTRODUÇÃO	10
2 - MODELO DE CONFLITO ENTRE FACÇÕES	12
3 - MODELO ESTÁTICO COM NÚMERO DE FACÇÕES ENDÓGENOS	15
3.1 - ESTÁTICA COMPARATIVA DO MODELO ESTÁTICO	17
3.2 - DECOMPOSIÇÃO DOS EFEITOS DO MODELO ESTÁTICO	18
4 - MODELO DINÂMICO DE DOIS PERÍODOS E NÚMERO DE FACÇÕES ENDÓGENO	20
4.1 - ESTÁTICA COMPARATIVA	21
5 - DISCUSSÃO FINAL	22

1 - INTRODUÇÃO

A violência é um problema sério em muitos países do mundo, principalmente na América Latina. Brasil, Colômbia, México e Venezuela são exemplos claros de sociedades que vivem com um alto nível de violência gerado por conflitos entre facções criminosas, tendo mais mortes em números absolutos e relativos do que países em guerra civil (LESSING, 2015). De acordo com *Our World in Data*, esses países apresentaram as seguintes taxas de homicídios por 100 mil habitantes no ano de 2019: Brasil com 30,4 homicídios para cada 100 mil habitantes; Colômbia com 35,7; México com 24,6; e Venezuela com 39. Se olharmos para taxas de homicídios de países desenvolvidos o cenário é muito diferente. Países como Reino Unido, Alemanha, Itália e Espanha apresentam taxas de homicídios abaixo de 1 para cada 100 mil habitantes.

Locais nesse tipo de situação acabam tendo custos econômicos elevados por diversos motivos. De acordo com Cerqueira *et al.* (2007) e Cerqueira (2010), o Brasil tem um custo com violência da faixa de 5,09% do PIB. Esses custos envolvem gastos com segurança pública, sistema prisional, sistema de saúde (setor público); perda de capital humano, segurança privada, seguros e transferências por roubos e furtos (setor privado). Obviamente, além do custo econômico gerado pela violência, existe um custo emocional das pessoas que passaram por situações traumáticas como morte de amigos e familiares, roubos e tiroteios. Outro tipo de custo relacionado ao capital humano, que não é relacionado com a morte, é demonstrado por Monteiro e Rocha (2017), onde é apresentado que crianças mais expostas a tiroteios em comunidades têm um desempenho escolar pior, sendo que esse efeito pode variar de acordo com a intensidade do conflito e proximidade. Isso ocorre devido principalmente pela falta e rotatividade dos profissionais que estão trabalhando em escolas em áreas de risco.

Esse trabalho busca uma discussão sobre o assunto de violência baseado no trabalho de Castillo e Kronick (2020) e Castillo, Mejía e Restrepo (2020). O objetivo principal da dissertação é modificar o modelo de conflito de facções criminosas exposto nesses artigos, onde o número de facções é transformado em uma variável endógena, ou seja, a quantidade de facções presente em um local é determinada dentro do modelo. No modelo apresentado nos artigos, as facções criminosas disputam rotas e territórios para vender e transportar suas drogas, com isso precisam investir em armamento e em pessoal para os conflitos. Quanto mais territórios a facção possuir, maior será o percentual da receita do mercado de drogas. Os autores analisam uma série de situações para verificar os efeitos sobre o nível de violência como choques exógenos na oferta

de drogas ou coação do governo as facções de forma seletiva. O modelo é elaborado na forma estática e na forma dinâmica.

Esse trabalho contribui para a parte teórica de uma literatura crescente sobre crime e facções criminosas. Existem outros trabalhos como Mesquita (2020) que modela o conflito por território através de um *all-pay auction* e que a renda é determinada endogenamente. O artigo constata que mudanças no custo de transporte e tamanho do mercado podem impactar de forma positiva ou negativa dependendo do tamanho do choque a relação entre renda e conflito. Outro artigo que aborda de maneira teórica a violência de facções é Alesina, Piccolo e Pinotti (2019). Neste trabalho é apresentado um modelo para analisar o comportamento da máfia italiana nas eleições e quando os criminosos seriam mais propensos a fazer ataques a políticos. Foram construídos modelos para o sistema eleitoral proporcional e o sistema eleitoral majoritário. Tanto o modelo teórico quanto o empírico mostram que a máfia ataca quando pode influenciar o jogo eleitoral para buscar vantagens como: leis menos rígidas, melhores contratos de delações e informações internas do governo. Os ataques ocorrem principalmente quando as eleições estão mais disputadas.

Outra literatura fundamental é sobre a importância da dominação de territórios e a violência. Em Kronick (2020), a autora verifica como a intensificação da política antidrogas na Colômbia em 1989 impactou a violência na Venezuela. No artigo, a análise é feita comparando municípios adjacentes à rodovia Panamericana, uma das principais vias da Venezuela, com outros municípios. O resultado indica que após 1989, os municípios próximos à rodovia passaram por um aumento na violência maior do que os municípios que não estão próximos a Panamericana. Outros trabalhos provam a relação do território com a violência como em Vaz (2014), Butelli (2015), Pessoa (2016), Plassa e Scorzafave (2019) e Maia e Marinho (2021) analisando a política das Unidades de Polícia Pacificadora (UPP) no Rio de Janeiro. A UPP foi uma política aplicada pelo governo do estado do Rio de Janeiro que tinha o objetivo de retomar o controle de territórios que estavam sob o domínio de grupos criminosos. De acordo com esses estudos citados, todos apontam para uma queda na taxa de homicídios no período inicial do programa.

Toda essa literatura traz um embasamento para a criação de um novo modelo para explicar a violência. O primeiro passo da dissertação foi acrescentar o custo fixo na equação de lucro colocando o número de facções de forma endógena no estilo do modelo de Salop (SALOP, 1979; TIROLE, 1988). Além disso, foi feita uma análise de estática comparativa para ver os efeitos da mudança do custo fixo e da receita contestada sobre o investimento em violência das

facções de forma individual e de maneira agregada. Também foi elaborada uma decomposição dos efeitos da mudança da receita contestada sobre o investimento em violência individual e a violência agregada, sendo feita para saber os efeitos que vem diretamente da mudança da receita e os efeitos que vem da variação do número de facções criminosas presentes no mercado.

O trabalho está dividido em cinco seções, contando com esta introdução. A segunda seção apresenta o modelo original de Castillo e Kronick (2020) e Castillo, Mejía e Restrepo (2020). A terceira seção apresenta o modelo estático com a estática comparativa e a decomposição dos efeitos. A quarta seção mostra o modelo dinâmico de dois períodos e a estática comparativa. Por fim, é feita uma discussão sobre as contribuições do trabalho e sobre possibilidades para futuros trabalhos.

2 - MODELO DE CONFLITO ENTRE FACÇÕES

Nesta seção é apresentado o modelo que foi base para a dissertação. A base é retirada dos trabalhos de Castillo e Kronick (2020) e Castillo, Mejía e Restrepo (2020). O modelo gira em torno da disputa do lucro que depende da quantidade de território que as facções têm, quanto maior a quantidade de territórios e rotas, maior será a receita da facção. Para conseguir uma determinada quantidade de territórios, as facções investem em soldados e armas. O lucro da facção no modelo estático é dado da seguinte forma:

$$\pi_c = -P^s Q_c^s - C(Q_c^s) + \eta P^d(Q^s) Q_c^s + \sum_{i \in I_c} (q_{c,i} (1 - \eta) s_i R(Q_c^s) - g_{c,i}) \quad (1)$$

Sendo Q^s é a quantidade de cocaína fornecida pelo mercado *upstream* e que é assumido como exógeno e o $\sum_c Q_c^s = Q^s$. Existem N facções indexadas por $c \in C = \{1, 2, \dots, N\}$. P^s é o preço da cocaína no mercado *upstream* e o P^d é o preço da cocaína no mercado *downstream*. $C(Q_c^s)$ é o custo para traficar no mercado *downstream* e é uma função crescente, convexas, $\lim_{Q \rightarrow 0} C'(Q) = \infty$ e $\lim_{Q \rightarrow \infty} C'(Q) = 0$. $P^d(Q^s) Q^s$ é igual a receita total com o tráfico de cocaína que é representado por $R(Q^s)$. O parâmetro η é o percentual da receita que já pertence à facção e $(1 - \eta)$ é o percentual da receita que fica em disputa entre as facções. A hipótese por trás disso é que o mercado de drogas não tem direito de propriedade bem definido, logo a disputa é feita através da violência. A disputa dessas facções ocorre em vários territórios $i \in \Lambda = \{1, 2, \dots, I\}$ sendo que $I_c \in \Lambda$ é um subconjunto de municípios que uma facção opera e $N_i \in C$ é o conjunto de facções que opera no município i . Para representar a heterogeneidade dos

municípios no mercado de cocaína foi criado o parâmetro s_i que diz o percentual da receita de cocaína em um determinado município, logo $\sum_{i \in \Lambda} s_i = 1$. Por fim, temos a variável $g_{c,i}$ que representa o quanto a facção c investiu em um determinado município i em soldados e armas. O percentual de territórios e rotas que uma facção possui é definida por

$$q_{c,i} = \frac{g_{c,i}}{\sum_{c' \in N_i} g_{c',i}}$$

Além disso, é possível determinar a violência total em um determinado município por $v_i = \sum_{c \in N_i} g_{c,i}$.

O problema de maximização da organização criminosa no município i é igual a:

$$\max_{g_{c,i}} \pi_{c,i}^{cont} = q_{c,i}(1 - \eta)s_i R(Q_c^S) - g_{c,i} \quad (2)$$

Para encontrar o $g_{c,i}$ ótimo é necessário olhar para a condição de primeira ordem, temos então:

$$\frac{\partial \pi_{c,i}^{cont}}{\partial g_{c,i}} = \frac{-g_{c,i}(1 - \eta)s_i R(Q_c^S)}{(\sum_{c' \in N_i} g_{c',i})^2} + \frac{(1 - \eta)s_i R(Q_c^S)}{\sum_{c' \in N_i} (g_{c',i})} - 1 = 0 \quad (3)$$

Considerando que as facções têm resultados simétricos, então $g_{c,i} = g$, com isso temos:

$$\frac{-g(1 - \eta)s_i R(Q_c^S)}{(ng)^2} + \frac{(1 - \eta)s_i R(Q_c^S)}{ng} - 1 = 0 \quad (4)$$

Reorganizando temos o resultado de g :

$$g^* = \frac{(n - 1)}{n^2} (1 - \eta)s_i R(Q_c^S) \quad (5)$$

Portanto, o resultado é $v_i = ng^*$, logo,

$$v_i^* = \frac{(n - 1)}{n} (1 - \eta)s_i R(Q_c^S) \quad (6)$$

A partir dessa expressão, os autores geram uma proposição, assumindo que a demanda de drogas é inelástica. Isso se baseia no artigo de Becker, Murphy e Grossman (2006). Outros artigos como Biderman *et al* (2019) também assumem que a demanda de drogas é inelástica. Com uma demanda inelástica, uma variação na quantidade de cocaína leva a uma variação

maior no preço do produto. Portanto, uma queda na oferta de cocaína para os mercados *downstream* aumenta a receita, $R(Q_c^S)$, e com isso, amplia a violência no território afetado.

A proposição 1 do artigo de Castillo, Mejía e Restrepo (2020) indica o resultado em 3 pontos. Se a demanda for inelástica, a violência aumenta mais no território i se: i) O Estado for mais ausente (η menor); ii) Se o território i é mais importante para o mercado de cocaína (s_i maior); iii) Se o território i tem a presença de mais facções (n é maior), e só é válido para territórios com 2 ou mais cartéis.

No modelo dinâmico modificamos um pouco a análise. A decisão das facções vai levar em consideração um período infinito, com isso temos:

$$\Pi_c = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \pi_{c,t} \quad (7)$$

onde $\pi_{c,t}$ é o lucro da facção c no tempo t , β é o fator de desconto que depende de δ que é o fator de desconto intertemporal e o p que é a probabilidade do líder da facção estar no comando no período seguinte, sendo $\beta = \delta p$.

Existe um equilíbrio desse jogo que repete o equilíbrio de Nash em todos os períodos com lucro igual a $\Pi^N = \frac{\pi^N}{(1-\beta)}$ e o gastos das facções fica igual a g^N . As facções podem obter um resultado melhor se entraram em um equilíbrio de cooperação e para manter esse equilíbrio são necessárias estratégias de punição caso uma facção tente sair do equilíbrio de cooperação. Para isso são consideradas duas estratégias para punição. A primeira estratégia é uma reversão a Nash, ou seja, todos os demais jogadores que não desviaram da cooperação no primeiro período passam a jogar g^N , obtendo $\pi^p = \pi^N$ para todos os períodos seguintes. A segunda estratégia de punição é mover para um ponto onde a violência é maior que g^N e com lucros ainda menores, logo, $\pi^p = \pi^m < \pi^N$ e passando a gastar um \hat{g} . Na estratégia de cooperação consideramos que as facções gastam \bar{g} , e é importante frisar que $\bar{g} < \hat{g}$.

Para considerar esses equilíbrios, o jogo precisa de duas compatibilidades de incentivo. A primeira compatibilidade de incentivo é

$$\frac{\pi_c}{1-\beta} \geq \max_{g_c} \pi_c(g_c, \bar{g}-c) + \frac{\beta}{1-\beta} \pi^p \Rightarrow \pi_c(\bar{g}) \geq (1-\beta) \max_{g_c} \pi_c(g_c, \bar{g}-c) + \beta \pi^p \quad (8)$$

A equação (8) mostra que é mais vantajoso para a facção manter a cooperação, pois o lucro dentro da cooperação é maior que o lucro do desvio. Já na segunda compatibilidade de incentivo, temos que mostrar que a estratégia de punição traz vantagem para as facções. Logo, temos:

$$\pi_j(\hat{g}^c) \geq (1 - \beta)\pi_j(g_j, \hat{g}_{-j}^c) + \beta\pi_j(\hat{g}^j) \quad (9)$$

A equação (9) mostra que é preferível para a facção j punir a facção c do que deixar as outras facções punirem sem ela.

A partir da equação (8), é possível definir qual o β é necessário para manter a cooperação. Isso significa encontrar o β que gera um lucro de cooperação maior que o lucro de desvio do equilíbrio de cooperação. Considere que

$$\pi_c(\bar{g} = 0) \geq (1 - \beta)\max_{g_c}\pi_c(g_c, \bar{g}_{-c} = 0) + \beta\pi^p,$$

suponha que o lucro é dividido igualmente entre as facções em cooperação, logo temos que $\pi_c = \frac{\pi^a}{n}$, sendo que π^a é o lucro total do tráfico de drogas. O lucro do desvio vamos colocar como π^p , ou seja, um pequeno investimento a mais em violência garante a facção, aproximadamente, o lucro total. Após o desvio, a facção passa a receber π^p como lucro até o final. Substituindo temos:

$$\frac{\pi^a}{n} \geq (1 - \beta)\pi^a + \beta\pi^p \quad (10)$$

$$\beta \geq \frac{(n - 1)}{n\left(1 - \frac{\pi^p}{\pi^a}\right)} \quad (11)$$

Logo, para manter a cooperação, β tem que ter um valor maior do que o lado direito do (11). Podemos observar que n maior dificulta a cooperação, π^a maior aumenta a chance de cooperação e π^p maior dificulta a cooperação.

3 - MODELO ESTÁTICO COM NÚMERO DE FACÇÕES ENDÓGENOS

A partir dessa seção são apresentadas as contribuições para o modelo original. Outro ponto importante de mencionar é que todos os cálculos e simulações foram feitos através do pacote

Sympy no Python. Na seção 3 é apresentado o modelo estático dos trabalhos de Castillo e Kronick (2020) e Castillo, Mejía e Restrepo (2020) com o número de facções criminosas endógeno no modelo. Para facilitar, as notações são as mesmas usadas na seção 2. Para transformar o número de facções em uma variável endógena é usado como referência o modelo de Salop (SALOP, 1979; TIROLE, 1988), onde é adicionado o custo fixo na função lucro e o lucro da facção tem que ser igual a zero para obter o número de facções em determinado território. Nesse modelo, o custo fixo pode ser considerado um nível mínimo de investimento em violência para entrar no mercado.

A função lucro da organização criminosa é definida da seguinte forma:

$$\pi_c = -P^s Q_c^s - C(Q_c^s) + \eta P^d(Q^s) Q_c^s + \sum_{i \in I_c} (q_{c,i}(1-\eta)s_i R(Q_c^s) - g_{c,i}) - f \quad (12)$$

Logo podemos definir o problema de maximização da facção c no território i da forma abaixo:

$$\max_{g_{c,i}} \pi_{c,i}^{cont} = q_{c,i}(1-\eta)s_i R(Q_c^s) - g_{c,i} - f \quad (13)$$

Para conseguir o $g_{c,i}^*$ ótimo para o problema, devemos olhar para a condição de primeira ordem que é definida como:

$$\frac{\partial \pi_{c,i}^{cont}}{\partial g_{c,i}} = \frac{-g_{c,i}(1-\eta)s_i R(Q_c^s)}{(\sum_{c' \in N_i} g_{c,i})^2} + \frac{(1-\eta)s_i R(Q_c^s)}{\sum_{c' \in N_i} (g_{c,i})} - 1 = 0 \quad (14)$$

É possível observar que a equação (14) tem o resultado idêntico a equação (3). Com isso, os níveis de violência da facção e agregado ótimos ficam igual ao problema anterior da seção 2 que é representado pelas equações (5) e (6).

Dado esse resultado, temos que encontrar o valor de n através da função lucro que é igualada a zero. Substituindo $g_{c,i}^*$ e considerando a separação da receita de forma simétrica temos:

$$\pi_{c,i}^{cont} = \frac{(1-\eta)s_i R(Q_c^s)}{n} - \frac{(n-1)}{n^2} (1-\eta)s_i R(Q_c^s) - f = 0 \quad (15)$$

Considere $(1-\eta)s_i R(Q_c^s) = \gamma$ para facilitar a leitura e a manipulação da equação.

$$\pi_{c,i}^{cont} = \frac{\gamma}{n} - \frac{(n-1)}{n^2} \gamma - f = 0 \quad (16)$$

Isolando a variável n é encontrado o resultado representado pela equação (17):

$$n = \sqrt{\frac{\gamma}{f}} \quad (17)$$

A equação (17) indica que o número de facções cresce com a receita contestada e diminui com o custo fixo do mercado de drogas. Com esse resultado é possível agora substituí-lo nas equações (5) e (6) e verificar como ficam os níveis de violência da facção e agregado.

$$g_{c,i}^* = f \left(\sqrt{\frac{\gamma}{f}} - 1 \right) \quad (18)$$

$$v_i^* = \gamma - f \sqrt{\frac{\gamma}{f}} \quad (19)$$

3.1 - ESTÁTICA COMPARATIVA DO MODELO ESTÁTICO

Com os resultados dos níveis de violência da facção e agregado, a partir de derivadas é possível extrair informações do que ocorre quando há uma variação na receita contestada e do custo fixo. Portanto, a seguir são apresentadas as derivadas de $g_{c,i}^*$ e v_i^* em relação a γ e f .

Podemos pensar nessas mudanças como choques que modificam essas variáveis. No caso de γ , podemos pensar em choque de oferta adverso de drogas no *upstream* como em Castillo, Mejía e Restrepo (2020), uma menor presença do Estado na segurança aumentando η ou s_i aumentando, ou seja, a importância do mercado de cocaína fica maior naquela região. Esses possíveis choques mencionados vão gerar um efeito que aumenta γ , pois $\gamma = (1 - \eta)s_i R(Q_c^s)$. Lembrando que a demanda é inelástica, e uma queda na quantidade Q_c^s aumenta a receita $R(Q_c^s)$. Para o custo fixo f , é possível pensar, por exemplo, em um maior custo para corromper oficiais do governo para facilitar o tráfico de drogas ou uma maior dificuldade para comprar armas.

$$\frac{\partial g_{c,i}^*}{\partial \gamma} = \frac{\sqrt{f}}{2\sqrt{\gamma}} \quad (20)$$

$$\frac{\partial g_{c,i}}{\partial f} = \frac{\sqrt{\gamma}}{2\sqrt{f}} - 1 \quad (21)$$

$$\frac{\partial v_i}{\partial \gamma} = 1 - \frac{\sqrt{f}}{2\sqrt{\gamma}} \quad (22)$$

$$\frac{\partial v_i}{\partial f} = -\frac{\sqrt{\gamma}}{2\sqrt{f}} \quad (23)$$

Na derivada apresentada pela equação (20) vemos que $\frac{\partial g_{c,i}}{\partial \gamma} > 0$, pois $f > 0$ e $\gamma > 0$. Logo, um aumento na receita contestada leva a facção a aumentar o investimento em violência. Esse resultado é compatível com as evidências de Castillo, Mejía e Restrepo (2020).

A derivada $\frac{\partial g_{c,i}}{\partial f}$ pode variar o sinal dependendo da relação do custo fixo com a receita contestada. Caso $\gamma > 4f$, então $\frac{\partial g_{c,i}}{\partial f} > 0$. Sendo assim, um choque no custo fixo da facção ampliaria o investimento em violência da facção. Caso contrário, se a relação for $\gamma < 4f$ temos $\frac{\partial g_{c,i}}{\partial f} < 0$, portanto, um choque no custo fixo levaria a uma queda no investimento da facção em violência.

Nas equações (22) e (23) temos a estática comparativa do nível agregado de violência, ou seja, referente a todas as facções. Na equação (22) é possível ver $\frac{\partial v_i}{\partial \gamma} > 0$, pois $\gamma > f$, não faria sentido nenhum a maximização do lucro se o custo fixo fosse maior que a receita contestada total do mercado. Com isso, um aumento da receita contestada leva a um aumento generalizado da violência.

Na equação (23), a derivada $\frac{\partial v_i}{\partial f} < 0$, porque $f > 0$ e $\gamma > 0$. Logo, um choque no custo fixo gera uma diminuição geral do investimento em violência.

3.2 - DECOMPOSIÇÃO DOS EFEITOS DO MODELO ESTÁTICO

Semelhante a estática comparativa, nessa seção é apresentada a decomposição dos efeitos da alteração do parâmetro γ , receita contestada. A partir da decomposição é possível identificar o

efeito que vem direto da alteração da receita ou da alteração do número de facções criminosas que estão na região. Abaixo é demonstrado como é o processo:

$$\frac{dg_{c,i}}{d\gamma} = \frac{\partial g_{c,i}}{\partial \gamma} + \frac{\partial g_{c,i}}{\partial n} \frac{dn}{d\gamma} \quad (24)$$

$$\frac{dv_i}{d\gamma} = \frac{\partial v_i}{\partial \gamma} + \frac{\partial v_i}{\partial n} \frac{dn}{d\gamma} \quad (25)$$

A equação (24) e (25) demonstram a decomposição dos efeitos. Os efeitos são divididos em dois grupos, efeitos diretos que são representados por $\frac{\partial g_{c,i}}{\partial \gamma}$ e $\frac{\partial v_i}{\partial \gamma}$, e os efeitos indiretos que são representados por $\frac{\partial g_{c,i}}{\partial n} \frac{dn}{d\gamma}$ e $\frac{\partial v_i}{\partial n} \frac{dn}{d\gamma}$. A decomposição é feita apenas com o parâmetro γ e não é feito com o parâmetro f (custo fixo), pois o efeito do custo fixo influencia apenas o número de facções, ou seja, toda mudança no custo fixo está dentro do efeito indireto.

Abaixo temos a decomposição do efeito de γ sobre $g_{c,i}$:

$$\frac{dg_{c,i}}{d\gamma} = \left\{ \frac{f(\sqrt{\frac{\gamma}{f}} - 1)}{\gamma} \right\} + \left\{ \frac{f}{\gamma} + \frac{-0.5\sqrt{f}}{\sqrt{\gamma}} \right\} \quad (24)$$

Na equação (24) dividimos em efeito direto, $\frac{f(\sqrt{\frac{\gamma}{f}} - 1)}{\gamma}$, e efeito indireto, $\frac{f}{\gamma} + \frac{-0.5\sqrt{f}}{\sqrt{\gamma}}$. O efeito direto vemos que sempre será positivo, pois $\gamma > f$. Já o efeito indireto será positivo se $\gamma < 4f$, ou seja, se o custo fixo for maior que 25% da receita contestada total. Se $\gamma > 4f$, então o efeito indireto será negativo. Logo, a intensificação ou redução do efeito total a partir do número de facções depende da relação entre f e γ . Porém, mesmo o efeito indireto sendo negativo, esse sempre será menor que o efeito direto, já que como foi demonstrado na seção 3.1, o efeito total é positivo.

Na decomposição de v_i temos a seguinte expressão:

$$\frac{dv_i}{d\gamma} = \left\{ 1 - \frac{\sqrt{f}}{\sqrt{\gamma}} \right\} + \left\{ \frac{\sqrt{f}}{2\sqrt{\gamma}} \right\} \quad (25)$$

Na equação (25) vemos que o efeito direto é $1 - \frac{\sqrt{f}}{\sqrt{\gamma}}$, e como $\gamma > f$, então este é positivo. Já o efeito indireto é definido como $\frac{\sqrt{f}}{2\sqrt{\gamma}}$ e sendo positivo também. Com isso temos que uma mudança na receita contestada gera um aumento da violência geral tanto via direta como através do número de facções (Efeito Indireto).

4 - MODELO DINÂMICO DE DOIS PERÍODOS E NÚMERO DE FACÇÕES ENDÓGENO

Na seção 4, deixamos o modelo estático e vamos para o modelo dinâmico de dois períodos. O modelo é definido a partir da maximização do lucro apresentado abaixo:

$$\max_{g_{c,i,t}} q_{c,i,1}\gamma - g_{c,i,1} + \beta a_{c,i}[q_{c,i,2}\gamma - g_{c,i,2}] - f \quad (26)$$

A maior parte das variáveis já foram apresentadas no modelo estático. No modelo dinâmico foram acrescentados: a taxa de desconto intertemporal β , que está entre 0 e 1; e a probabilidade do chefe da facção criminosa continuar no período, definido como $a_{c,i}$, que está entre 0 e 1. O parâmetro $a_{c,i}$ também foi transformado em uma variável endógena que depende de quanto foi investido em violência no primeiro período, logo:

$$a_{c,i} = \frac{g_{c,i,1}}{\sum_{c' \in N_i} g_{c',i,1}} \quad (27)$$

Para encontrar o investimento em violência da facção no período 1 e 2 devemos recorrer a indução retroativa, ou seja, verificamos qual seria o ótimo no período 2 e depois se verifica o ótimo no período 1. O primeiro ponto é encontrar a condição de primeira ordem para $g_{c,i,2}$ e o valor ótimo, com isso temos:

$$g_{c,i,2}^* = \frac{(n-1)}{n^2} \gamma \quad (28)$$

Agora colocamos a expressão (28) dentro da equação (26) e encontramos a condição de primeira ordem para $g_{c,i,1}$. Importante falar que é considerado a situação de simetria de resultado para as facções tanto para $q_{c,i,t}$ quanto para $a_{c,i}$. Com isso temos que:

$$g_{c,i,1}^* = \frac{\beta \left(\frac{\gamma}{n} - \frac{\gamma(n-1)}{n^2} \right) [n+1] + \gamma(n-1)}{n^2} \quad (29)$$

Sabendo o investimento ótimo no período 1 e 2, substituímos na equação do lucro e consideramos o lucro igual a zero para definirmos o número de facções n . Dentro da resolução são encontradas 4 possibilidades de n , sendo que 2 são consideradas já que apresentam resultado positivo, esses são:

$$n = \sqrt{2} \sqrt{\left[\frac{\gamma}{f} + \frac{\sqrt{-4\beta f \gamma + \gamma^2}}{f} \right]} \text{ ou } \sqrt{2} \sqrt{\left[\frac{\gamma}{f} - \frac{\sqrt{-4\beta f \gamma + \gamma^2}}{f} \right]} \quad (30)$$

A única condição necessária para o n ser obtido é que $f < 0,25\gamma$. Para continuar a análise vamos utilizar $n = \sqrt{2} \sqrt{\left[\frac{\gamma}{f} + \frac{\sqrt{-4\beta f \gamma + \gamma^2}}{f} \right]}$.

4.1 - ESTÁTICA COMPARATIVA

Nessa seção é apresentado o resultado da estática comparativa para o modelo de dois períodos. Os parâmetros analisados são: γ e f . As variáveis analisadas são $g_{c,i,l}$ e $v_{i,l}$. As variáveis no tempo 2 não são examinadas nesta seção porque os resultados são equivalentes aos resultados do modelo estático.

Para verificar se $\frac{\partial g_{c,i,l}}{\partial \gamma}$, $\frac{\partial g_{c,i,l}}{\partial f}$, $\frac{\partial v_{i,l}}{\partial \gamma}$ e $\frac{\partial v_{i,l}}{\partial f}$ são positivos ou negativos foi necessário criar simulações com possíveis valores para γ , f e β . O parâmetro γ foi definido igual a 100, f foi definido em valores percentuais em relação ao γ , respeitando a restrição máxima de 25% do valor da receita contestada. Os valores percentuais de f em relação a γ foram: 1%, 5%, 10%, 15%, 20% e 24%. Já o valor de β foram de 0 até 0,9 variando de 0,1 em 0,1, ou seja, 0 depois 0,1 até chegar em 0,9.

Nas simulações para $\frac{\partial g_{c,i,1}}{\partial \gamma}$ e $\frac{\partial g_{c,i,1}}{\partial f}$ todos os valores referentes a essas derivadas foram positivos dentro do intervalo estabelecido para β e os valores percentuais de f em relação a γ , indicando que para um choque na receita contestada e no custo fixo, independente dos valores de β e os valores percentuais de f em relação a γ , eleva o investimento em violência da facção. Os valores para $\frac{\partial v_{i,1}}{\partial \gamma}$ foram positivos no intervalo estabelecido para β e os valores percentuais de f em relação a γ , indicando que um choque na receita contestada aumenta o investimento na violência agregada.

Por fim, temos $\frac{\partial v_{i,1}}{\partial f}$:

TABELA 1 - SIMULAÇÃO $\frac{\partial v_{i,1}}{\partial f}$

Beta	Percentual do Custo Fixo em relação ao γ					
	1%	5%	10%	15%	20%	24%
0	Negativo	Negativo	Negativo	Negativo	Negativo	Negativo
0,1	Negativo	Negativo	Negativo	Negativo	Negativo	Negativo
0,2	Negativo	Negativo	Negativo	Negativo	Negativo	Negativo
0,3	Negativo	Negativo	Negativo	Negativo	Negativo	Negativo
0,4	Negativo	Negativo	Negativo	Negativo	Negativo	Negativo
0,5	Negativo	Negativo	Negativo	Negativo	Negativo	Negativo
0,6	Negativo	Negativo	Negativo	Negativo	Negativo	Positivo
0,7	Negativo	Negativo	Negativo	Negativo	Positivo	Positivo
0,8	Negativo	Negativo	Negativo	Positivo	Positivo	Positivo
0,9	Negativo	Negativo	Negativo	Positivo	Positivo	Positivo

Para um choque no custo fixo de todas as facções, vemos que o efeito pode ser positivo ou negativo dependendo do β e do percentual do custo fixo. Grande parte mostra um efeito negativo, ou seja, um choque geral no custo fixo das facções criminosas gera uma queda na violência geral, resultado que se diferencia quando o choque no custo fixo é apenas para uma facção.

Quando esse choque ocorre e existe um beta e uma relação de custo fixo maior, vemos que o choque no custo fixo para todas as facções gera um aumento no investimento em violência geral, enquanto para outros cenários o choque diminui o investimento em violência.

5 - DISCUSSÃO FINAL

A proposta dessa dissertação foi ampliar os modelos estático e dinâmico apresentados nos trabalhos Castillo e Kronick (2020) e Castillo, Mejía e Restrepo (2020) tornando o número de facções criminosas endógenas e verificando se os efeitos a partir de choques nos parâmetros

calculados dentro desses artigos ficam diferentes. Outro ponto que foi inserido no modelo dinâmico foi a probabilidade da facção continuar no período 2, $a_{c,i}$, de forma endógena. Os modelos mostraram que choques que elevam a receita contestada ampliam o investimento em violência da facção e o investimento em violência agregado, seguindo o que foi encontrado nos trabalhos que foram referência.

Além disso, o modelo com número de facções endógenos acrescentou a análise para outro parâmetro, que foi o custo fixo f , sendo considerado o investimento mínimo em violência das facções para entrar no mercado de drogas. No modelo estático foi provado que o efeito no investimento em violência pode ser positivo ou negativo dependendo da relação entre o custo fixo e a receita contestada. Já para o nível de violência agregado, o efeito sempre é negativo. Também se verificou isso para o modelo dinâmico. O choque no custo fixo no modelo com dois períodos amplia o investimento em violência da facção no primeiro período, enquanto para o investimento em violência agregado depende da relação entre receita e custo fixo e da taxa de desconto β , podendo ser negativo ou positivo.

Outro ponto importante abordado na dissertação foi a decomposição dos efeitos. Com esse cálculo é possível observar os efeitos diretos dos choques na receita contestada e o efeito que provém da mudança do número de facções criminosas no mercado. Como vimos, o efeito direto do choque amplia o investimento da facção em violência, mas dependendo da relação entre receita e custo fixo, o efeito indireto pode reduzir essa variação positiva. Já um choque para o nível de violência agregado, os efeitos direto e indireto são sempre positivos.

Por fim, algumas propostas surgiram a partir desse trabalho para o futuro. Primeiro, ampliar o modelo colocando a probabilidade de a facção estar no próximo período dependendo de um fator que representa o investimento da polícia contra uma facção ou contra todas as facções criminosas. Segundo, colocar fatores que diferenciam o comportamento das facções ou como elas se organizam, como foi verificado pelos trabalhos Lessing (2008, 2015, 2021), Barcellos e Zaluar (2014) e Lessing e Willis (2019), estruturando o modelo de uma forma onde é possível definir uma facção que tem uma maior preferência por violência e outra com um perfil de cooperação maior. Terceiro, utilizar a mesma abordagem de Castillo, Mejía e Restrepo (2020) para outros países e verificar os efeitos de choques na oferta de drogas na violência para países como Brasil, Argentina ou Uruguai. Por último, o modelo dinâmico pode ser modificado para um horizonte infinito de tempo e verificar se os efeitos calculados persistem.

Referências

- ALESINA, A.; PICCOLO, S.; PINOTTI, P. Organized Crime, Violence and Politics. *Review of Economic Studies*, v. 86, n. 2, p. 457-499, 2019.
- BARCELLOS, C.; ZALUAR, A. Homicídios e Disputas Territoriais nas Favelas do Rio de Janeiro. *Revista de Saúde Pública*, v. 48, n. 1, p. 94-102, 2014.
- BECKER, G.; MURPHY, K.; GROSSMAN, M. The Market of Illegal Goods: The Case of Drugs. *Journal of Political Economy*, v. 114, n. 1, p. 38-60, 2006.
- BIDERMAN, C.; DE MELLO, J. M. P.; DE LIMA, R. S.; SCHNEIDER, A. Pax Monopolista and Crime: The Case of the Emergence of the Primeiro Comando da Capital in São Paulo. *Journal of Quantitative Criminology*, v. 35, p. 573-605, 2019.
- BLATTMAN, C.; DUNCAN, G.; LESSING, B.; TOBÓN, S. Gang rule: Understanding and Countering Criminal Governance. [S.l.], 2021.
- BROWN, Z.; MONTERO, E.; SCHMIDT-PADILLA, C.; SVIATSCHI, M. Market Structure and Extortion Evidence from 50 000 Extortion Payments. NBER Working Paper, 2020.
- BUTELLI, P. Avaliação de Impacto de Políticas de Segurança: O caso das unidades de Polícia Pacificadora no Rio de Janeiro. Cap I – Impactos das Unidades de Polícia Pacificadora (UPPs) sobre a criminalidade. FGV. Tese (Doutorado). Rio de Janeiro. 2015.
- CASTILLO, J. C.; MEJÍA, D.; RESTREPO, P. Scarcity without Leviathan: The Violent Effects of Cocaine Supply Shortages in the Mexican Drug War. *Review of Economics and Statistics*, v. 102, n. 2, p. 269-286, 2018.
- CASTILLO, J. C.; KRONICK, D. The Logic of Violence in Drug War. *American Political Science Review*, v. 114, n. 3, p. 874-887, 2020.
- CARVALHO, L.; SOARES, R. Living on the Edge: Youth Entry, Career and Exit in Drug-Selling gangs. *Journal of Economic Behavior & Organization*, v. 121, p. 77-98, 2016.
- CERQUEIRA, D.; CARVALHO, A. X. Y.; LOBÃO, W. J. A.; RODRIGUES, R. I. Análise dos custos e consequências da violência no Brasil. Brasília: Ipea. Texto para Discussão n. 1.284, 2007.
- CERQUEIRA, D. Causas e Consequências do Crime no Brasil. 2010. Tese (Doutorado) - Curso de Economia. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2010.
- DE MELLO, João. Does Drug Illegality Beget Violence? Evidence from the Crack-Cocaine Wave in São Paulo. *Economía*, 2015.
- DELL, Melissa. Trafficking Networks and the Mexican Drug War. *American Economic Review*, v. 105, n. 6, p 1738-1779, 2015.

- GAMBA, A.; IMMORDINO, G.i; PICCOLO, S. Corruption, organized crime and the bright side of subversion of law. *Journal of Public Economics*, v. 159, p. 79-88, 2018.
- HIRATA, D.; CARDOSO, A.; GRILLO, C.C.; JÚNIOR, O.S.; LYRA, D.; DIRK, R.; RIBEIRO, R.; PETTI, D.; SAMPAIO, J. A Expansão das Milícias no Rio de Janeiro: Uso da Força Estatal, Mercado Imobiliário e Grupos Armados. Grupo de Estudos dos Novos Ilegalismos (GENI/UFF), 2021.
- KILMER, B.; CAULKINS, J. P.; BOND, B. M.; REUTER, P. H. Reducing Drug Trafficking Revenues and Violence in Mexico: Would Legalizing Marijuana in California Help?. RAND occasional paper 325, 2010.
- KRONICK, D. Profits and Violence in Illegal Markets: Evidence from Venezuela. *Journal of Conflict Resolution*, v. 79, p. 1499-1523, 2020.
- LESSING, B. As Facções Cariocas em Perspectiva Comparativa. *CEBRAP Novos Estudos* 80, 2008.
- LESSING, B. Logics of Violence in Criminal War. *Journal of Conflict Resolution*, v. 59, n. 8, p. 1486-1516, 2015.
- LESSING, B. Counterproductive Punishment: How Prison Gangs Undermine State Authority. *Rationality and Society*, v. 29, 2017.
- LESSING, B.; WILLIS, G. D. Legitimacy in Criminal Governance: Managing a Drug Empire From Behind Bars. *American Political Science Review*, v. 103, n. 2, p. 584-606, 2019.
- LESSING, B. Conceptualizing Criminal Governance. *Perspectives on Politics*, v. 19, n. 3, p. 854-873, 2021.
- LINDO, J. M.; PADILLA-ROMO, M. Kingpin approaches to fighting crime and community violence: Evidence from Mexico's drug war. *Journal of Health Economics*, v. 58, p. 253-268, 2018.
- MAIA, I.; MARINHO, A. Uma nota sobre o impacto das Unidades de Polícia Pacificadora (UPP) no município do Rio de Janeiro com o uso de controle sintético. *Revista Brasileira de Economia*. v. 75. n° 1. 2021.
- MESQUITA, E. B. Territorial Conflict over Endogenous Rents. *The Journal of Politics*, v. 82, n. 1, p. 162-181, 2020.
- MONTEIRO, J.; ROCHA, R. Drug Battles and School Achievement: Evidence from Rio de Janeiro. *The Review of Economics and Statistics*, v. 99, n. 2, 2017.
- PESSOA, M. Segurança Pública no Rio de Janeiro: Um Estudo Dos Homicídios Dolosos Entre 2003 e 2014. IPEA. Brasília. Texto para discussão 2204. 2016.

- PHILLIPS, B. J. How Does Leadership Decapitation Affect Violence? The Case of Drug Trafficking Organizations in Mexico. *The Journal of Politics*, v. 77, n. 2, p. 324-336, 2015.
- PLASSA, W; SCORZAFAVE, L.G. Spatial Spillover of a Crime Crackdown Policy in Brazil: the case of the Pacifying Police Units (UPPs), LEPES – USP Working Paper, 2019.
- SALOP, S. Monopolistic Competition with Outside Goods. *The Bell Journal of Economics*, v. 10, 141-156, 1979.
- SVIATSCHI, M. M.. Spreading Gangs: Exporting US Criminal Capital to El Salvador. Princeton Working Paper, 2020.
- SVIATSCHI, Maria Micaela. Making a Narco: Childhood Exposure to Illegal Labor Markets and Criminal Life Paths. *Econometrica*, revision requested.
- TIROLE, J. *The Theory of Industrial Organization*. Cambridge: The MIT Press, 1988.
- VAZ, O. Três ensaios em microeconomia sobre crime, política e migração. 2014. Tese (Doutorado) – Pontifícia Universidade Católica, Rio de Janeiro, 2014.