

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO

INSTITUTO DE ECONOMIA

LEONARDO SANTOS DE OLIVEIRA

TRÊS ENSAIOS SOBRE POBREZA MULTIDIMENSIONAL

**Rio de Janeiro
Dezembro 2010**

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO

INSTITUTO DE ECONOMIA

LEONARDO SANTOS DE OLIVEIRA

TRÊS ENSAIOS SOBRE POBREZA MULTIDIMENSIONAL

Tese de doutorado apresentada ao Programa de Doutorado em Economia da Universidade Federal do Rio de Janeiro como requisito parcial para obtenção do título de Doutor em Economia

Orientador: Prof. Dr(a). Lena Lavinias
Co-Orientador: Prof. Dr. Getúlio Borges

LEONARDO SANTOS DE OLIVEIRA

TRÊS ENSAIOS SOBRE POBREZA MULTIDIMENSIONAL

Esta Tese foi julgada e aprovada para obtenção do Título de **Doutor em Economia**, no Instituto de Economia da Universidade Federal do Rio de Janeiro.

Rio de Janeiro (RJ), 15 de dezembro de 2010

Banca Examinadora:

Prof. Dr(a). Lena Lavinás (IE/UFRJ)
Orientador

Prof. Dr. Getúlio Borges (IE/UFRJ)
Co-Orientador

Prof. Dr. João Sabóia (IE/UFRJ)

Prof. Dr(a). Danielle Carusi Machado (UFF)

Prof. Dr. Fábio Domingues Waltenberg (UFF)

Dezembro/2010

AGRADECIMENTOS

Minha homenagem e minha gratidão a todos os que, pela amizade, afeição e respeito se ligaram e contribuíram para que este trabalho se realizasse. Agradeço a atenção da minha orientadora, Lena Lavinias, e do meu co-orientador, Getulio Borges, que contribuíram diretamente para o desenvolvimento e aprimoramento desta tese. Agradeço aos meus amigos André Modenesi, Roberta Guimarães e Felipe Diniz pelo incentivo constante. Por fim, faço uma homenagem especial à minha família e à minha esposa Olívia Marinho Castro pela confiança que tanto me estimularam durante o doutorado.

RESUMO

Esse estudo examina três aspectos distintos da pobreza: a sua intensidade/severidade, a sua persistência/duração e as suas dimensões/extensões. O primeiro capítulo examina as questões da identificação e agregação da pobreza quando a comparação interpessoal se baseia em uma única variável ou atributo (renda/despesa). São apresentadas as medidas de pobreza mais importantes, suas propriedades e desdobramentos recentes utilizados para avaliar a pobreza crônica e transitória.

O segundo capítulo aborda as diferentes dimensões da pobreza quando não é possível basear a comparação interpessoal em uma única variável. Nesses casos, a pobreza é vista como um fenômeno multidimensional. São apresentadas algumas abordagens distintas como, por exemplo, a das capacidades (*capabilities*) assim como algumas técnicas empregadas recentemente na mensuração da pobreza: abordagem axiomática, da teoria da informação, lógica *fuzzy*, funções de distância, pobreza subjetiva, abordagem dos fatores latentes e dominância estocástica multidimensional. Cada uma delas busca avaliar a pobreza como um fenômeno multidimensional.

O terceiro capítulo utiliza uma base de dados pouco explorada, mas muito rica, para avaliar a pobreza de um grupo específico de crianças e jovens segundo a ótica das capacidades (*capabilities*). Especificamente, são avaliadas três capacidades básicas: educação/conhecimento, saúde e moradia. Tais capacidades não podem ser observadas diretamente, para estimá-las foram utilizados modelos de equações estruturais com variáveis latentes (SEM e MIMIC). Esses modelos são úteis para trabalhar com variáveis de difícil mensuração, além de possibilitarem a avaliação do impacto dos recursos da estrutura familiar e de outras variáveis (como o acesso à educação) sobre as capacidades dessas crianças e jovens. Após estimar o modelo e avaliar as capacidades, é comparada a ordenação das crianças e jovens gerada pela renda, educação/conhecimento, saúde e moradia. Constatou-se que tais ordenações são distintas. Depois disso, duas medidas de pobreza *fuzzy* foram calculadas, uma com base nas capacidades e outra com base na renda. Os resultados mostram que, para esse grupo de crianças e jovens, a pobreza baseada nas capacidades é mais intensa que a pobreza baseada na renda.

ABSTRACT

This paper studies three different aspects of poverty: its intensity/severity, persistence/duration and dimensions/extensions. The first chapter presents the issues on identification and aggregation of poverty, when the interpersonal comparison is based on a single variable or attribute (income/expenditure). It shows the most important measures of poverty, their properties and recent developments on chronic and transient poverty.

The second chapter discusses the different dimensions of poverty when it is not possible to base the interpersonal comparison in a single variable. In such cases, poverty is seen as a multidimensional phenomenon. Some different approaches are presented as, for example, capabilities and basic needs. New techniques in the measurement of poverty are presented too: axiomatic approach, information theory, fuzzy logic, distance functions, subjective poverty, the latent factors and multidimensional stochastic dominance. Each one seeks to assess poverty as a multidimensional phenomenon.

The third chapter uses new database to assess the poverty of a specific group of children/young's, doing that by the capability approach. Specifically, three basic capabilities are assessed: education/awareness, health and housing. Such capabilities can not be observed directly and are estimated by structural equation models with latent variables (SEM and MIMIC). These models are useful for working with variables difficult to measure and are also used to evaluate the impact of family structure and resources of other variables (such as access to education) on children/young's' capabilities. After estimating the model and assess capabilities, a comparison is made based on the children/young's' ordering generated by income and capabilities (education/awareness, health and housing). It was found that such orders are different. Thereafter, two fuzzy poverty measures were calculated, one based on the capabilities and another based on income. The results show that poverty based on capabilities is more intense than poverty based on income for this group of children and young's.

SUMÁRIO

Introdução Geral	7
Capítulo 1 – A Intensidade/Severidade e o Tempo, a Duração e a Persistência da Pobreza	10
1.1 – Introdução	10
1.2 – Intensidade/Severidade	11
1.3 – Tempo/Duração/Persistência	26
1.4 – Breves Considerações	34
Capítulo 2 – As Dimensões e Extensões da Pobreza	37
2.1 – Introdução	37
2.2 – A Questão da Conversão e o Espaço para a Comparação Interpessoal	37
2.3 – Uma Descrição Geral de Medidas Multidimensionais	47
2.4 – Abordagem Axiomática	52
2.5 – Teoria da Informação e a Divergência entre Distribuições	58
2.6 – Lógica <i>Fuzzy</i>	61
2.7 – Funções de Distância e Eficiência	62
2.8 – Pobreza Subjetiva e Satisfação	66
2.9 – Outras Abordagens para Variáveis Latentes: Componentes Principais, Correspondência Múltipla, Fatores Comuns, MIMIC e SEM	69
2.10 – Dominância Multidimensional de Pobreza	77
2.11 – Breves Considerações	79
Capítulo 3 – Uma Avaliação das Capacidades e da Pobreza de Crianças e Jovens	81
3.1 – Introdução	81
3.2 – O Modelo Econométrico	82
3.3 – Base de Dados e as Variáveis Seleccionadas	88
3.4 – Especificações e Estimativas	94
3.5 – Ordenação Segundo Capacidades e os Rendimentos	103
3.6 – Uma Medida de Pobreza Fuzzy	105
3.7 – Breves Considerações	106
Conclusão	108
Referências Bibliográficas	112

INTRODUÇÃO GERAL

A princípio, os estudos sobre a pobreza podem focar em pelo menos três aspectos distintos: a sua *intensidade/severidade*, as suas *dimensões/extensões* e o seu *tempo/duração*. Cada um deles está associado a questões, preocupações e reconhecimentos distintos. Esses aspectos também são chamados de *meta-dimensões*¹.

Frequentemente, olhamos para a *intensidade/severidade* da pobreza para responder a perguntas importantes. Quantos pobres existem em uma região? Quem é mais pobre segundo níveis de escolaridade ou renda? Quais famílias sofrem mais privações? Nessa meta-dimensão está o reconhecimento dos distintos graus de pobreza e da necessidade de avaliá-los.

Por sua vez, as *dimensões/extensões* mostram o reconhecimento da pobreza como um fenômeno cujos componentes vão além da renda. Essas dimensões podem incluir diferentes formas de privações de capacidades e direitos que impedem uma vida satisfatória e autônoma. Por exemplo: analfabetismo, saúde debilitada e riscos à segurança pessoal. Também devem ser avaliadas as dimensões mais “tradicionais” como a renda, as dotações de recursos materiais e o consumo. Olhar para outras dimensões, indo além das dotações e da renda, permite a compreensão da extensão da pobreza.

Uma última meta-dimensão está associada a questões que revelam a nossa preocupação com a dinâmica temporal da pobreza e, em especial, com a sua persistência. Quem é pobre hoje tende a ser pobre amanhã? Quanto tempo é necessário para modificar os estados que determinam a

¹ CLARCK, D.; HUME, D (2005).

pobreza? Existe pobreza crônica ou permanente? Logo, incorporar o *tempo, a duração e a persistência* possibilita novas avaliações e maior entendimento das privações e da pobreza.

As meta-dimensões estão associadas a questões distintas, mas relevantes para a identificação e avaliação da pobreza. Entretanto, elas podem estar relacionadas entre si. Logo, é importante investigar em que casos essas relações são intensas. Suponha, por exemplo, que uma pessoa adquira uma doença crônica que afete o seu desempenho no mercado de trabalho. A debilidade da saúde (*dimensão/extensão*) estaria fortemente relacionada à duração da enfermidade (*tempo/duração*) e a insuficiência de renda (*intensidade/severidade*). O conhecimento sobre a doença crônica permitiria entender e, em certa medida, estimar a duração da pobreza.

Entretanto, a correlação entre as meta-dimensões não é perfeita. Tome-se como ilustração uma pessoa que perde o emprego e cuja renda diminui drasticamente. Apesar de severo, o déficit de renda que leva à pobreza não seria, necessariamente, duradouro. Observaríamos, simultaneamente, pobreza severa e transitória caso tal pessoa encontrasse rapidamente um novo emprego, e haveria uma relação fraca entre as metas-dimensões.

Sendo assim, o estudo de cada meta-dimensão é de grande valor para a compreensão do tema. Esta tese apresenta três capítulos dedicados à pobreza multidimensional.

O primeiro capítulo apresenta as medidas mais importantes para a avaliação da intensidade/severidade da pobreza e suas extensões utilizadas em estudos sobre a duração e a persistência da pobreza. Isso significa que o capítulo (1) aborda questões fundamentais associadas a duas das três metas-dimensões citadas acima. A primeira metade do capítulo apresenta as questões de identificação e agregação da pobreza quando existe uma medida de comparação interpessoal, usualmente a renda, ou despesa com consumo. Nesse momento, são revistos os índices usuais de pobreza, suas propriedades e os diferentes conceitos de dominância de pobreza. Essas ferramentas de análise são muito úteis porque formam as bases para exposição, reflexão e críticas apresentadas no restante do capítulo e da tese. A segunda metade do capítulo aborda

tempo/duração e mostra como os índices de pobreza usuais foram alterados para incorporar a identificação e agregação da pobreza crônica e transitória na análise. Além disso, mostra como esses índices continuam dependentes de uma única medida de comparação interpessoal.

O segundo capítulo apresenta a terceira meta-dimensão que consiste na extensão da pobreza. Essa parte expõe medidas de pobreza alternativas quando a renda ou o consumo não criam o espaço necessário para as comparações interpessoais, havendo a necessidade de completar as informações com outros indicadores, como o uso do tempo no dia-a-dia, a capacidade de ler e escrever, o estado de saúde etc. Fatores esses que alteram, por exemplo, o modo como as pessoas convertem renda e recursos em bem-estar. O capítulo mostra a importância da escolha do espaço de comparação e das variáveis focais segundo diferentes visões – por exemplo, a abordagem das necessidades básicas e das *capabilities* – para depois apresentar os passos necessários para a agregação das informações obtidas. Além disso, o segundo capítulo trata de sete diferentes metodologias empregadas nos estudos da extensão da pobreza: as abordagens baseadas em axiomas, teoria da informação, lógica *fuzzy*, funções de distâncias, pobreza subjetiva, fatores latentes e dominância.

No terceiro capítulo é feita uma avaliação empírica da pobreza de um grupo específico de crianças e jovens com uma base de dados pouco explorada, mas muito rica. A avaliação da pobreza é feita segundo a abordagem das *capabilities* de Amartya Sen. Para implementar essa abordagem três capacidades foram selecionadas (*Educação/Conhecimento, Saúde e Moradia*) e estimadas. Como as capacidades não são observadas diretamente, modelos de equações estruturais com variáveis latentes (SEM e MIMIC) foram utilizados. Tais modelos são especialmente úteis para trabalhar com variáveis de difícil mensuração e medidas com erros. Depois de estimadas as capacidades, uma medida de pobreza multidimensional (*fuzzy*) foi calculada. Os resultados indicam que a abordagem das capacidades possibilita uma melhor compreensão tanto da extensão e como da intensidade da pobreza das crianças e jovens analisados.

CAPÍTULO 1 - A INTENSIDADE/SEVERIDADE E O TEMPO, A DURAÇÃO E A PERSISTÊNCIA DA POBREZA.

1.1 – INTRODUÇÃO.

Recentemente, CLARCK, D.; HUME, D (2005) enfatizaram três aspectos distintos da pobreza: a sua *intensidade/severidade*, as suas *dimensões/extensões* e o seu *tempo/duração*. Cada um deles está associado a questões, preocupações e reconhecimentos distintos. Esses aspectos também são chamados de *meta-dimensões*.

Freqüentemente, olhamos para a *intensidade/severidade* da pobreza para responder a perguntas importantes. Quantos pobres existem em uma região? Quais famílias sofrem mais privações? Nessa meta-dimensão está o reconhecimento dos distintos graus de pobreza. A meta-dimensão *tempo/duração* está associada a preocupação com a dinâmica temporal da pobreza e, em especial, com a sua persistência. Quanto tempo é necessário para modificar os estados que determinam a pobreza? Existe pobreza crônica ou permanente? Já a meta-dimensão *dimensões/extensões* mostra a preocupação com diferentes formas de privações que impedem uma vida satisfatória e autônoma. Por exemplo: analfabetismo, saúde debilitada e riscos à segurança pessoal. Olhar para outras dimensões, indo além da renda (ou das dotações de recursos), permite a compreensão da extensão da pobreza.

Esse capítulo apresenta índices de pobreza utilizados para avaliar a sua *intensidade/severidade* para depois apresentar suas modificações mais recentes associadas ao *tempo/duração*. As medidas de pobreza associadas a meta-dimensão *dimensões/extensões* são apresentadas apenas no segundo capítulo. O primeiro capítulo está dividido em mais XXXX seções. A seção (1.2) apresenta as medidas de intensidade e severidade da pobreza em um contexto

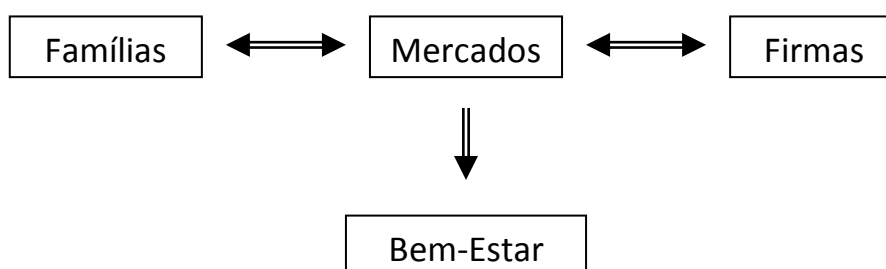
simples onde a comparação interpessoal é feita com base em um único indicador. A seção (1.3) mostra como os índices de pobreza podem ser modificados quando a análise inclui o tempo, a duração ou a persistência da pobreza. Será visto que esses novos índices também baseiam a comparação interpessoal e intertemporal em um único indicador como, por exemplo, a renda ou o consumo. A seção (1.4) apresenta as considerações finais do capítulo.

1.2 – INTENSIDADE/SEVERIDADE.

A *intensidade/severidade* é, provavelmente, o aspecto mais abordado e estudado da pobreza². Nessa seção, estão algumas das principais medidas da incidência, intensidade e severidade, assim como as suas propriedades. As medidas são apresentadas como funções de um único indicador ou variável. Essas medidas são extremamente úteis para a compreensão das abordagens “tradicionais” e das evoluções recentes que tratam da pobreza como um fenômeno multidimensional. Cabe ressaltar que o indicador não precisa ser a renda, embora essa seja uma escolha frequentemente.

Suponha uma sociedade totalmente mercantilizada. Uma sociedade onde tudo que trouxesse satisfação e bem-estar fosse visto como mercadoria em mercados perfeitos e não houvesse diferenciação de preços entre os consumidores de um mesmo produto. Para essa sociedade, a livre interação entre as firmas e as famílias, via mercado, determinaria a renda, a produção, o consumo e o bem-estar dos agentes.

² Veja, por exemplo, ATKINSON, A. (1987, 1998), ATKINSON *et al* (2002), BARROS *et al* (2005), BARROS *et al* (2006), BLACKORBY, C.; DONALDSON, D (1980), CHAKAVARTY, S (1983, 1997, 2009), CHACKAVARTY, S.; MULIERE, P. (2004), CLARK, S.;HEMMING, R.; ULPH, D.(1981), CLARCK, D.; HUME, D (2005), DEATON, A. (2000), DONALDSON, D.; WEYMARK, J. (1986), DUCLOS, J.; ABDELKRIM (2006), FERREIRA, F.; LITCHFIELD, J. (2000), FOSTER, J.; GREER, J.; THORBECKE, E. (1984), FOSTER, J., SHORROCHK, A. (1988a, 1988b, 1991), HAUGHTON, J.; KHANDKER, S. (2009), HOFFMAN, R. (1998, 2000), JÄNTTI, M; DANZINGER, S, (2000), KAKWANI, K. (1981), KUNDU, A.; SMITH, T. (1983), LEWIS, G.; ULPH, D. (1988), PYATT, G. (1987), RAVALLION, M. (1992, 2001), ROCHA, S. (2006), SEN, A. (1976, 1982), SEN, A; FOSTER, J (1997), SHORROCKS, A. (1995), TAKAYAMA, N. (1979), THON, D. (1983), VAUGHAN, R. (1987), XU, K.; OSBERG, L. (2002), ZHENG, B. (1994, 1997, 1999. 2000, 2001).



Suponha também que as famílias transformem renda em bem-estar de forma semelhante e comparável. Nessa sociedade, a satisfação e o bem-estar dos indivíduos dependeriam fundamentalmente das suas rendas. A renda possibilitaria a aquisição satisfatória e adequada das mercadorias desejadas. Então, poderíamos identificar a pobreza pela distribuição da renda (ou despesa). Seriam pobres aqueles que não tivessem renda suficiente para comprar as mercadorias que valorizam em quantidade satisfatória e adequada. Existiria um nível mínimo de renda necessário para a manutenção do bem-estar³, nível esse que reflete os hábitos e os conceitos éticos e morais da sociedade, incluindo a sua aversão às desigualdades de renda, de consumo, de oportunidades e liberdades, a valorização do mérito individual etc. Esse limite seria a linha de pobreza.

Logo, nessa sociedade, a identificação da pobreza é a identificação da pobreza de renda, sendo pobre a família com renda inferior à linha de pobreza.

Na prática, toda linha de pobreza é arbitrária⁴. As linhas de pobreza *absolutas* são calculadas segundo o custo de uma determinada cesta de bens e/ou serviços e seus reajustes refletem apenas a variação de preços da cesta, garantindo que ela represente sempre o mesmo

³ Se p é o vetor de preços e U_Z é o nível de bem-estar (utilidade) de referência, então a função despesa pode ser vista como a menor renda necessária para obter utilidade maior ou igual à U_Z (JEHLE, G.; RENY, P. 2001).

⁴ Mais detalhes conceituais e metodológicos sobre as linhas de pobreza podem ser encontrados em ATKINSON, A. (1998), ATKINSON *et. al.* (2002), DEATON, A. (2000), DUCLOS, J.; ABDELKRIM (2006), FOSTER, J. (1998), FERREIRA, F., LANJOUW, P., NÉRI, M. (2000), PARDHAN, M.; RAVALLION, M. (2000), HAUGHTON, J.; KHANDKER, S. (2009), CORAZZINI, L.; ESPOSITO, L.; MAJORANO, F. (2009), LAVINAS, L. (2003), RAVALLION, M. (1992, 2001), ROCHA, S. (2000, 2006), SEN, A. (1982).

poder de compra. Em geral, representam o poder de compra necessário para o sustento dos indivíduos, identificando a renda necessária para mantê-los vivos e saudáveis. Frequentemente, as linhas de indigência são calculadas segundo requisitos nutricionais (calóricos). A linha de pobreza estima outros déficits que não o consumo alimentar, podendo ser um múltiplo da linha de indigência ou pobreza absoluta (coeficiente de Engel⁵).

As linhas de pobreza subjetivas são obtidas perguntando às pessoas o valor apropriado. Por exemplo, em uma pesquisa domiciliar o entrevistador poderia perguntar: qual é o valor da renda que você considera o mínimo absoluto, sem o qual não pode se sustentar? A partir desses valores subjetivos e dos valores reais da renda, calcular-se-ia a linha de pobreza em dois passos. Primeiro, estima-se a relação existente entre essas duas variáveis. Depois, calcular-se-ia o valor real da renda que gera (em média) o mesmo valor subjetivo. Tomar-se-ia esse valor como a linha de pobreza.

Já uma linha de pobreza *relativa* procura identificar os indivíduos cujos padrões de vida se desviam substancialmente do padrão da sociedade de um modo bem direto e que expressa com mais clareza a preocupação com as desigualdades de renda e acesso (consumo). Nesse caso, a linha de indigência poderia ser, por exemplo, 40% da renda mediana, tal como estipulado hoje pela União Européia aos seus países-membros. Ou cerca de 60%, patamar adotado pela mesma UE no caso da linha de pobreza⁶. Nesse caso os reajustes da linha de pobreza refletem as mudanças e a evolução no padrão de vida da sociedade.

Definindo a linha de pobreza e conhecendo a renda das famílias, é possível identificar os pobres. Com essa informação podemos responder a perguntas como, por exemplo: Quantos pobres existem em uma região? Entretanto, apenas separar a população entre pobres e não-pobres pode ser

⁵ Considera que a proporção das despesas com alimentos é “relativamente constante” no total das despesas familiares.

⁶ Uma alternativa é o uso do ponto de corte de uma distribuição como linha de pobreza. Defina o ponto de corte como a menor renda que, ao sofrer um pequeno acréscimo (um incremento), contribui para o aumento (e não para a queda) da desigualdade. Nesse esquema são pobres todos aqueles que, ao receberem um pequeno incremento de renda, contribuem para a queda da desigualdade. Esse método liga diretamente e de forma muito clara a linha da pobreza e a identificação dos pobres às medidas de desigualdade (como o Gini, CV², Theil etc). Para mais detalhes veja HOFFMAN, R. (2001).

insuficiente para responder a outras questões importantes tais como: Quais famílias sofrem mais privações? Quais comunidades são mais pobres?

Uma segunda etapa para estimação da pobreza é a agregação⁷. O exercício da agregação consiste no uso das informações relevantes sobre os pobres na construção de um índice que reflita o nível agregado de pobreza de uma comunidade. É esse exercício que avalia a *intensidade/severidade* da pobreza. Nessa sociedade hipotética as únicas informações relevantes são a renda (ou despesa) e a linha de pobreza. Mais explicitamente, a medida de pobreza (P) seria uma função da distribuição de renda ($X=[x_1, x_2, \dots, x_N]$) e da linha de pobreza (z). Na tabela (1.1), estão algumas medidas bem conhecidas⁸.

Tabela 1.1: Medidas de Pobreza

Proporção de pobres	$H(X, z) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N I_{(x_n < z)} = \frac{q}{N}$
Razão de insuficiência de Renda	$R(X, z) = \frac{z - \bar{x}_p}{z}, \quad \text{onde } \bar{x}_p = \frac{1}{q} \sum_{n=1}^N \left(\frac{z - x_n}{z} \right) I_{(x_n < z)}$
Índice de Sen	$P^S(X, z) = H[R + (1 - R)G_p], \quad \text{onde } G_p = \frac{1}{2q^2 x_p} \sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^q x_{(i)} - x_{(j)} $
Índice de Watts	$P^W(X, z) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \left[\ln \left(\frac{z}{x_n} \right) \right] I_{(x_n < z)}$ $= H[T_p - \ln(1 - R)], \quad \text{onde } T_p = \frac{1}{q} \sum_{n=1}^N \left[\ln \left(\frac{\bar{x}_p}{x_n} \right) \right] I_{(x_n < z)}$

⁷ SEN, A (1976, 1982) e SEN, A.; FOSTER, J (1997) definem a identificação e a agregação como os dois exercícios fundamentais para a avaliação da pobreza.

⁸ A definição dessas e muitas outras medidas, e as suas propriedades pode ser encontrada em CHAKAVARTY, S. (2009), SEN, A.; FOSTER, J (1997) e ZHENG, B. (1997) e muitas outras revisões de literatura.

Índice de Foster, Greer e Thorbecke	$P_{\alpha}^{FGT}(X, z) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \left(\frac{z - x_n}{z} \right)^{\alpha} \cdot I_{(x_n < z)}, \quad \alpha \geq 0$
--	--

Obs: (N) é o número de indivíduos. $I_{(x_n < z)}$ é uma função indicadora que vale 1 quando a renda do n -ésimo indivíduo (x_n) é menor do que a linha de pobreza (z) e vale zero caso contrário. (q) é o total de pobres. (\bar{x}_p) é a renda média dos pobres e (G_p) é o índice de Gini que mede a desigualdade de renda entre pobres. ($x_{(i)}, x_{(j)}$) representam valores da distribuição ordenada da renda dos pobres onde ($x_{(1)}$) é a renda do pobre mais pobre e ($x_{(q)}$) é a renda do mais rico dos pobres. (T_p) é índice de desigualdade Theil.

Os dois primeiros índices da tabela (1.1) têm interpretações diretas e relevantes. (H) mostra a proporção das pessoas que vivem na pobreza. (R) indica a insuficiência de renda média dos pobres expressa como fração da linha de pobreza. Multiplicando esse valor pelo número de pobres e pela linha de pobreza ($R \cdot q \cdot z$), encontra-se o total de recursos necessários para erradicar a pobreza quando a focalização é perfeita e não há custos adicionais associados ao levantamento de informações, criação e gerenciamento de cadastros etc. A importância dessas informações e a simplicidade das duas medidas explicam em grande medida o seu uso freqüente.

Entretanto, essas duas medidas contém alguns problemas sérios. Na verdade, uma transferência de renda de um pobre para outro pobre não altera nem o valor de (H) nem o valor de (R) desde que o número de pobres (q) não mude. Isso significa que as duas medidas desconsideram qualquer desigualdade de renda que exista entre os pobres. Isso fica claro com um exemplo. Suponha que a linha de pobreza seja de 4 unidades monetárias e que haja dois grupos em uma comunidade. Suponha também que as distribuições de renda do primeiro e do segundo grupo sejam ($X^1 = [1, 1, 1, 1, 4]$) e ($X^2 = [0.5, 0.5, 0.5, 2.5, 4]$), respectivamente. Como podemos ver, em (X_1) a renda dos pobres é igualmente distribuída. Em (X_2) a renda dos pobres está concentrada⁹. Apesar disso, em cada grupo tem-se ($H = 4/5$) e ($R = 3/4$). Nesse exemplo, fica claro que essas duas medidas desconsideram completamente a desigualdade de renda entre os pobres.

⁹ Repare que (X^2) pode ser obtida de (X^1) transferindo e concentrando a renda dos pobres.

Em um artigo influente, Amartya Sen¹⁰ expressa a sua preocupação com a ligação existente entre pobreza e desigualdade, critica o uso exclusivo de (R e H) e adota uma abordagem axiomática para gerar uma nova medida de pobreza (P^S). Como podemos ver na tabela 1, essa medida depende diretamente da desigualdade de renda dos pobres, medida pelo índice de Gini (G_p). Tudo mais constante, um aumento da desigualdade leva a um aumento da medida de pobreza de Sen (P^S). No exemplo anterior ($P^S=0.60$) para o primeiro grupo e ($P^S=0.68$) para o segundo grupo onde a desigualdade entre os pobres é maior¹¹.

Nos anos seguintes muitos estudos passaram a apresentar e avaliar as medidas de pobreza segundo uma abordagem axiomática e apresentando explicitamente as propriedades desejadas de uma medida de pobreza¹². Nesse momento, dois comentários devem ser feitos. Sen não foi o primeiro a apresentar uma medida de pobreza sensível à desigualdade dos pobres. O índice de Watts (P^W), por exemplo, também é uma função direta da desigualdade de renda dos pobres, avaliada segundo o índice de desigualdade de Theil (T_p)¹³. Além disso, como será visto mais à frente, o índice de Sen não atende a algumas propriedades e axiomas desejados para uma medida de pobreza.

A última linha da tabela (1.1) mostra a medida de pobreza de Foster, Greer e Thornbecke¹⁴. Para ser mais preciso, a fórmula apresentada define uma família de medidas que depende do valor de (α). A tabela (1.2) mostra três casos especialmente importantes: ($\alpha=0$), ($\alpha=1$) e ($\alpha=2$). Para

¹⁰ SEN, A (1976).

¹¹ Para ser mais preciso, a fórmula do índice de Sen apresentada na tabela 1 só é válida para grandes amostras em que $\frac{q}{q+1} \approx 1$. Para amostras pequenas a fórmula é dada por $P^S = H \left\{ 1 - (1 - R) \left[1 - G_p \frac{q}{q+1} \right] \right\}$. Nesse exemplo, o valor exato seria 0.66 o que, de fato, não muda o argumento.

¹² Veja, por exemplo, TAKAYAMA, N. (1979), BLACKORBY, C.; DONALDSON, D. (1980), KAKWANI, N. (1981), CHACKAVARTY, S. (1983) CLARK, S.;HEMMING, R.; ULPH, D. (1981), THON, D. (1983), FOSTER, J.; GREER, J.; THORBECKE, E. (1984), ATKINSON, A. (1987), VAUGHAN, R. (1987), SHORROCKS, A. (1995) e as revisões de SEN, A. AND FOSTER, J. (1997), ZHENG, B. (1997), CHACKAVARTY, S.; MULIERE, P. (2004), CHAKRAVARTY, S. (2009).

¹³ ZHENG, B. (1997), CHAKRAVARTY, S. (2009).

¹⁴ FOSTER, J.; GREER, J.; THORBECKE, E. (1984).

($\alpha=0$), a proporção de pobres é obtida ($P_0=H$). Quando ($\alpha=1$), tem-se a intensidade ou a profundidade da pobreza, representada pela insuficiência de renda per capita de uma comunidade e que pode ser calculada segundo a proporção de pobres e a razão de insuficiência de renda ($P_1=H.R$).

Como será visto mais à frente, (P_1) respeita alguns axiomas que (H) e (R) não respeitam separadamente. Por exemplo, (H , R , e P^S) não são funções contínuas e pequenas variações e erros de medidas na renda dos indivíduo podem ter impactos não desejados sobre o valor dessas três medidas. Isso não ocorre com (P_1). Além disso, o mínimo de recursos necessários para eliminar a pobreza¹⁵ pode ser obtido multiplicando-se a intensidade da pobreza pelo número de habitantes ($N.P_1$).

Entretanto, (P_0 e P_1) são duas medidas insensíveis à desigualdade de renda entre os pobres, o que justifica a escolha freqüente de outro valor para (α). Uma medida da severidade da pobreza que incorpora essa desigualdade é obtida quando ($\alpha=2$). Como pode ser visto na tabela (1.2), (P_2) é uma função do coeficiente de variação da renda dos pobres.

Tabela 1.2: Os índices mais importantes da família de Foster, Greer e Thorbecke (P_α^{FGT}).

Proporção de pobres ($\alpha=0$)	$P_0(X, z) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N I_{(x_n < z)} = H$
Intensidade da pobreza ($\alpha=1$)	$P_1(X, z) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \left(\frac{z - x_n}{z} \right) \cdot I_{(x_n < z)} = HR$
Severidade da pobreza ($\alpha=2$)	$P_2(X, z) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \left(1 - \frac{x_n}{z} \right)^2 \cdot I_{(x_n < z)} = H \left[R^2 + (1-R)^2 C_p^2 \right],$ onde $C_p^2 = \left[\frac{\sum_{n=1}^N (x_n - \bar{x}_p)^2 \cdot I_{(x_n < z)}}{(q \bar{x}_p)^2} \right]^2$

Observações: (N) é o número de indivíduos. $I_{(x_n < z)}$ é uma função indicadora que vale 1 quando a renda do n-ésimo indivíduo (x_n) é menor do que a linha de pobreza (z) e vale zero caso contrário. (q)

¹⁵ Assumindo, novamente, focalização perfeita e ignorando custos adicionais.

é o total de pobres. (\bar{x}_p) é a renda média dos pobres e (C_p^2) é o quadrado do coeficiente de variação que mede a desigualdade de renda entre pobres.

A proporção de pobres (P_0), a intensidade da pobreza (P_1) e a sua severidade (P_2) são três das medidas muito usadas, estando intimamente associadas a $(H, R$ e $C_p^2)$. Como já foi visto, elas respondem de forma distinta a mudanças na distribuição (X). Entretanto, uma avaliação mais clara dessas três medidas pode ser obtida, averiguando-se a validade de alguns axiomas. Isso é feito na tabela (1.3) que apresenta oito axiomas¹⁶, seus significados e as medidas apresentadas nesse capítulo que os respeitam.

Tabela 1.3: Axiomas e Medidas de Pobreza

Axiomas	Significado	Medidas
Foco	Se $(x_n \geq z)$, então um aumento de (x_n) não altera a pobreza	P_0, P_1, P_2 R, P^S, P^W
Normalização	Se $(x_n \geq z)$ para todo (n) então o índice de pobreza é igual a zero ($P(X,z)=0$).	P_0, P_1, P_2 R, P^S, P^W
Anonimato ou Simetria	Uma permutação da renda não altera a pobreza.	P_0, P_1, P_2 R, P^S, P^W
Invariabilidade à escala	A pobreza não se altera quando há uma mesma mudança na escala de (X) e (z) .	P_0, P_1, P_2 R, P^S, P^W
Invariabilidade à replicação	A pobreza não muda quando a distribuição de (X) é replicada.	P_0, P_1, P_2 R, P^S, P^W
Decomponibilidade	$P = \sum_{j=1}^J P_j (N_j / N)$, onde (P_j) e (N_j) são a pobreza e a população do grupo (j) .	P_0, P_1, P_2 P^W

¹⁶ Vários axiomas já foram propostos e podem ser encontrados nas revisões da literatura de ZHENG, B. (1997), CHACKAVARTY, S.; MULIERE, P. (2004), CHAKRAVARTY, S. (2009).

Continuidade Forte	A medida de pobreza é contínua em (X) e (z)	P_1, P_2 P^W
Monotonicidade Fraca	Se $(x_n < z)$, então uma redução de (x_n) leva a um aumento da pobreza.	P_1, P_2 R, P^S, P^W
Transferência	Uma transferência regressiva de uma pessoa pobre para uma pessoa mais rica aumenta a pobreza.	P_2 P^W

Obs: (N) é o número de indivíduos. $(X=[x_1, \dots, x_N])$ é a distribuição da renda. (x_n) é a renda do n -ésimo indivíduo. (z) é a linha de pobreza. (R) é a razão de insuficiência de renda. (P^S) é o índice de Sen. (P^W) é o índice de Watts. $(P_0, P_1$ e $P_2)$ são os índices de Foster, Greer e Thorbecke quando $(\alpha=0)$, $(\alpha=1)$ e $(\alpha=2)$. Como (P_0) é igual à proporção de pobres, o índice (H) não foi incluído na tabela.

Os seis primeiros axiomas facilitam em muito o cálculo de uma medida de pobreza. O *axioma do foco* exige que as rendas superiores à linha de pobreza sejam irrelevantes para o cálculo do índice de tal forma que a distribuição de renda (X) possa ser substituída pela distribuição censurada (X^*) na qual as rendas maiores que a linha de pobreza são substituídas por (z) . Ou seja, $P(X, z)=P(X^*, z)$. Já o *axioma da simetria* exige que o cálculo dependa da distribuição ordenada da renda: $(X^O=[x_{(1)}, x_{(2)}, \dots, x_{(N)}])$ onde $(x_{(1)} \geq x_{(2)} \geq \dots \geq x_{(N)})$. Ou seja, se a distribuição ordenada da renda (X^O) é igual em duas comunidades distintas, então a pobreza deve ser a mesma ainda que as distribuições originais (X^1) e (X^2) não o sejam, $P(X^1, z)=P(X^2, z)=P(X^O, z)$. O *axioma da invariabilidade à escala* garante que a unidade de medida usada no cálculo da renda e da linha de pobreza (X, z) não tenha impacto no valor do índice. O *axioma da invariabilidade à replicação* possibilita a comparação de distribuições com números de observações diferentes. O *axioma da decomponibilidade* demanda que a pobreza total seja dada pela soma das partes. Ou seja, se uma comunidade é dividida em dois ou mais grupos, então a pobreza da comunidade é dada pela soma dos índices de cada grupo. O *axioma da continuidade* exige que a medida de pobreza seja “pouco sensível” às alterações ou erros de medida “muito pequenos” na renda e na linha de pobreza.

Exemplo, um centavo a mais ou a menos deveria ter pouco impacto sobre a medida de intensidade e severidade da pobreza.

O *axioma da monotonicidade fraca* exige que as medidas de intensidade/severidade aumentem quando a renda de qualquer um dos pobres diminui. Isso significa que a perda da renda gera um impacto negativo, aumentando a pobreza, mesmo que a desigualdade de renda entre os pobres diminua. Já o *axioma da transferência regressiva* demanda que a perda de renda de um pobre não possa ser compensada pelo ganho de renda (no mesmo valor) de uma pessoa mais rica, mesmo que essa também seja pobre. Isso significa que as medidas de pobreza devem ser especialmente sensíveis a severidade das privações, priorizando os menos favorecidos. Para atender a esse último axioma, não basta que o índice de pobreza seja sensível à desigualdade.

Apesar da contribuição de Sen para abordagem axiomática e para a criação de índices sensíveis à desigualdade, a sua medida de pobreza (P^S) não tem algumas propriedades desejadas. O índice de Sen não é contínuo e não obedece ao axioma da transferência regressiva¹⁷. Isso ocorre porque uma transferência regressiva pode reduzir o número de pobres e a desigualdade entre eles, alterando o valor desse índice de forma indesejada. Por exemplo, seja ($X^1 = [1, 1, 2, 3, 4]$) e ($z = 4$). Para essa distribuição e linha de pobreza, fica evidente que há quatro pobres e que a renda deles é desigual. Suponha agora que a terceira pessoa transfira uma unidade de renda para a quarta, gerando a distribuição ($X^1 = [1, 1, 1, 4, 4]$). Agora há apenas três pessoas pobres, todas elas com a mesma renda. Como pode ser visto na tabela (1.4), isso leva a uma redução do índice de Sen. Antes da transferência ($P^S=0.54$) e depois ($P^S=0,45$). Nesse caso, a pobreza mais severa, enfrentada pela terceira pessoa, tem peso menor do que o ganho da quarta pessoa que cruza a linha

¹⁷ O índice de Sen atende ao *axioma fraco da transferência regressiva* no qual uma transferência de renda de um pobre para uma pessoa mais rica, *que não altera o número de pobres*, aumenta a pobreza. Isso pode ser visto no exemplo anterior que motivou a discussão sobre a sensibilidade das medidas de pobreza à desigualdade de renda dos pobres dessa seção. Cabe ressaltar que o axioma fraco da transferência, do foco e da continuidade implicam juntos no axioma da transferência regressiva da tabela 3.

e sai da pobreza. Isso gera uma queda indesejada no índice de Sen¹⁸, violando o axioma da transferência regressiva.

Tabela 1.4: Sensibilidade dos índices de pobreza.

Índices de Pobreza	Distribuições e linha de pobreza ($z = 4$)		Variação % dos Índices
	$X^1 = [1,1,2,3,4]$	$X^2 = [1,1,1,4,4]$	
P_0	0.80	0.60	-25
P_1	0.45	0.45	0
P_2	0.29	0.34	17
$P^S = P_0G_p + P_1(1 - G_p)$	0.54	0.45	-16

Obs: X^1 e X^2 são as distribuições de renda antes e depois de uma transferência regressiva. (z) é a linha de pobreza. (R) é a razão de insuficiência de renda. (P^S) é o índice de Sen. (P^W) é o índice de Watts. (P_0 , P_1 e P_2) são os índices de Foster, Greer e Thorbecke quando ($\alpha=0$, $\alpha=1$ e $\alpha=2$). Como (P_0) é igual à proporção de pobres, o índice (H) não foi incluído na tabela.

Esse resultado também pode ser compreendido facilmente, reescrevendo (P^S) como uma soma ponderada de (P_0 e P_1), onde o peso é definido pela desigualdade dos pobres (G_p). Isto é feito na tabela (1.4). Agora, lembre-se que para todo (X e z) temos ($P_0 \geq P^S \geq P_1 \geq P_2$). Assim, pode-se dizer que (P^S) será tão grande quanto forem a proporção de pobres e a desigualdade dos pobres. Transferências que reduzam (P_0 e G_p), como no exemplo acima, podem ter efeitos negativos sobre (P^S) mesmo que a intensidade da pobreza (P_1) e a sua severidade (P_2) não diminuam¹⁹.

O índice de Sen também não é decomponível em subgrupos.

Por outro lado, (P_0 , P_1 e P_2) são simples e inteligíveis, transmitindo informações relevantes e distintas sobre a pobreza — a proporção de pobres, a intensidade da pobreza e a severidade dela. (P_2) em especial, apresenta boas propriedades, obedecendo inclusive ao axioma das transferências.

¹⁸ Segundo a fórmula precisa do índice de Sen para pequenas amostras, o resultado é análogo. O índice iria de (0,52) para (0,45), sem mudar o argumento.

¹⁹ É bem verdade que existem alterações da medida de Sen que satisfazem ao axioma da continuidade e da transferência regressiva— SHORROCKS, A. (1995). Mas mesmo essas medidas não são decomponíveis.

Mais ainda, as três medidas são decomponíveis o que é muito útil em estudos empíricos. Como expresso em SEN, A. AND FOSTER, J. (1997, pg.180), essas propriedades contribuem para o amplo uso dessas medidas.

Além disso, existem relações de dominância e ordenamento parcial que podem ser obtidas a partir de $(P_0, P_1$ e $P_2)$ e que são muito úteis quando há incerteza quanto à linha de pobreza e/ou à medida de pobreza a ser adotada²⁰. Podemos afirmar que: se a proporção de pobres for menor na distribuição (X^2) do que na distribuição (X^1) para qualquer linha de pobreza então a intensidade e a severidade também serão. Dito de outra forma:

$$\left(\forall z, P_0(X^2, z) \leq P_0(X^1, z)\right) \Rightarrow \left(\forall z, P_1(X^2, z) \leq P_1(X^1, z)\right) \Rightarrow \left(\forall z, P_2(X^2, z) \leq P_2(X^1, z)\right)$$

Explorando a relação acima, os economistas descobriram que as medidas de pobreza também podem ser avaliadas segundo alguns critérios que estão intimamente associados às preferências da sociedade e à dominância estocástica. Em muitos casos, é possível afirmar que houve melhora para a sociedade, mesmo sem conhecer a forma exata da função de bem-estar e o valor da linha de pobreza. A tabela (1.5) mostra as associações. Por exemplo, se (i) a sociedade está preocupada apenas com o aumento (incrementos) do bem-estar dos indivíduos (e não com a desigualdade), e (ii) observamos uma redução da proporção de pobres para qualquer linha de pobreza escolhida (o que equivale à dominância estocástica de primeira ordem), então (iii) podemos concluir que o bem-estar social aumentou.

²⁰ Mais detalhes podem ser encontrados sobre o tema podem ser encontrados em ATKINSON, A. (1987), FOSTER, J.; SHORROCHK, A. (1988a, 1988b), , HOWES, S. (1993), SEN, A. AND FOSTER, J. (1997), ZHENG, B. (1999, 2000, 2001), DAVIDSON, R.; DUCLOS, J-Y. (2000), DUCLOS, J-Y.; MAKDISSI, P. (2005), TUNGODDEN, B. (2005), DUCLOS, J-Y.; ABDELKRIM, A. (2006), DEATON, A. (2000), CHACKAVARTY, S.; MULIERE, P. (2004), CHAKRAVARTY, S. (2009), RAVALION, M. (1992)

Tabela 1.5: Preferências Sociais e Dominâncias

Preferência Social Por	Dominância Fraca	
	Pobreza [#]	Estocástica ^{##}
<i>Incrementos</i>	$P_0(X^2, z) \leq P_0(X^1, z), \forall z$	$F_{X^2}(t) \leq F_{X^1}(t), \forall t$
<i>Incrementos e Transferências Progressivas</i>	$P_1(X^2, z) \leq P_1(X^1, z), \forall z$	$\int_{-\infty}^t F_{X^2}(s) ds \leq \int_{-\infty}^t F_{X^1}(s) ds, \forall t.$
<i>Incremento e Transferências Favoráveis (progressivas e regressivas)</i>	$P_2(X^2, z) \leq P_2(X^1, z), \forall z$	$\int_{-\infty}^t H_{X^2}(s) ds \leq \int_{-\infty}^t H_{X^1}(s) ds, \forall t.$ onde $H_X(k) = \int_{-\infty}^k F_X(s) ds.$

Obs: X^1 e X^2 são as distribuições de renda com funções de distribuição acumuladas dadas por (F_{X^1}) e (F_{X^2}) , respectivamente. (z) é a linha de pobreza. $(P_0, P_1$ e $P_2)$ são os índices de Foster, Greer e Thorbecke quando $(\alpha=0)$, $(\alpha=1)$ e $(\alpha=2)$. Um incremento é um aumento da renda. Uma transferência progressiva (regressiva) é a transferência de um pessoa para outra mais pobre (rica). Transferências favoráveis são transferências progressivas e regressivas que (juntas) não alteram a média e a variância da distribuição original.

Dominância de pobreza é obtida quando a desigualdade é estrita para alguma linha de pobreza (z) .

Dominância estocástica é obtida quando a desigualdade é estrita para algum (t) .

Nesses casos, mesmo que o valor da linha de pobreza seja incerto ou “indefinido”, pode-se ordenar as distribuições de renda segundo a pobreza e o bem-estar social quando as relações de dominância acima (tabela 1.5) se verificam. Apesar de robusta à escolha da linha de pobreza, essa análise de dominância não responde a algumas perguntas como, por exemplo: em quanto variou a intensidade ou a severidade? Esse é o preço que se paga pela indefinição de (z) .

Uma questão distinta é a escolha da medida de pobreza. Como foi visto, os índices de Sen (P^S) , de Watts (P^W) e de Foster, Greer e Thorbecke (P_0, P_1, P_2) têm valores distintos e diferentes sensibilidades a desigualdades, transferências e incrementos de renda. Além disso, há muitos

outros índices na literatura que não vamos apresentar nesse capítulo. Felizmente, os critérios de dominância também podem ser usados para verificar quais medidas de pobreza geram a mesma ordenação. Nesses casos, não é preciso calcular o valor de cada índice. Com efeito, o comportamento do (P_0) e do (P_1) são suficientes (e necessários) para determinar o comportamento de muitas outras medidas de pobreza.

Defina $P(F, z)$ uma medida de pobreza agregada qualquer, calculada segundo uma função individual de pobreza $p(x, z)$ aditivamente separável, como abaixo:

$$(1.1) \quad \left\{ \begin{array}{l} P(F, z) = \int_0^{\infty} p(x, z) dF \\ \text{onde } p(x, z) > 0 \text{ para } (0 \leq x < z) \text{ e fale zero para } (x \geq z), \\ p(x, z) \text{ é contínua em } [0, \infty[, \\ p(x, z) \text{ é decrescente e estritamente convexa em } [0, z]. \end{array} \right.$$

Agora, defina também uma linha de pobreza (z^*) , e duas distribuições de renda (F) e (G) . Com efeito, pode-se dizer que:

$$\left\{ \begin{array}{l} \forall z \in [0, z^*], P_1(F, z) \leq P_1(G, z) \\ \text{com } < \text{ para algum } z \text{ no intervalo.} \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} P(F, z^*) < P(G, z^*), \text{ para toda} \\ \text{medida de pobreza descrita em (1)} \end{array} \right\}$$

De outra forma, quando há dominância de pobreza segundo (P_1) no intervalo $[0, z^*]$, então todas as medidas de pobreza que podem ser descritas em (1.1) (aditivamente separáveis, com $p(x, z)$ contínuas e decrescentes estritamente convexas na renda dos pobres) mostrarão uma queda da pobreza. Nesses casos, olhando o comportamento do (P_1) pode-se afirmar (P_2) , (P^W) e muitos outros índices²¹ são menores em (F) do que em (G) quando a linha de pobreza (z^*) é adotada²².

Outro instrumento usado para identificar o comportamento de diferentes índices é o perfil de insuficiência de renda (P^R) . Esse perfil mostra a insuficiência de renda acumulada da primeira

²¹ As medidas que respeitam aos axiomas da continuidade, simetria, invariabilidade a replicação, invariabilidade a escala, foco, monotonicidade e transferência indicarão redução na pobreza.

²² A dominância de pobreza em (P_0) – no lugar de (P_1) – mostra o comportamento das medidas de pobreza descritas em (1) quando retiramos a exigência de convexidade.

até a n^* -ésima pessoa dividida pelo total de habitantes (N); ele é calculado a partir de uma distribuição ordenada de renda ($X=[x_1, x_2, \dots, x_N]$), de um n^* entre (1 e N) e de uma dada linha de pobreza (z):

$$P^{IR}(n^*, N, GX_1, \dots, GX_N) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{n^*} GX_n, \text{ onde } (1 \leq n^* \leq N), GX_n = \begin{cases} \frac{(z - x_n)}{z}, & \text{se } x_n < z. \\ zero, & \text{se } x_n \geq z. \end{cases}$$

Dois fatos chamam a atenção. O valor de (P^{IR}) cresce à medida que (n^*) aumenta, tendo seu máximo quando (n^*) iguala o número de pobres (q) ou, de forma equivalente, ($(n^*/N)=(q/N) \equiv P_0$). A partir daí o valor da função é constante e igual à (P_1). Ou seja, ($P^{IR}=P_1$) para ($q \leq n^* \leq N$) ou ($P_0 \leq (n^*/N) \leq 1$). Sendo assim, fica claro que (P^{IR}) está intimamente associada à intensidade da pobreza medida pelo índice (P_1), mostrando como essa intensidade se distribui e se acumula dos mais pobres para os mais ricos.

A distribuição (X) domina a distribuição (Y) no perfil de insuficiência de renda quando a insuficiência de renda acumulada de pessoa a pessoa é sempre igual ou menor em (X) do que em (Y), ou seja:

$$\frac{1}{N} \sum_{n=1}^{n^*} GX_n \leq \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{n^*} GY_n, \quad \forall (1 \leq n^* \leq N) \text{ com } < \text{ para algum } (n^*).$$

Denote essa dominância de (X) sobre (Y) por ($XD_{PIR}Y$). Num caso como esse, é natural que muitos índices baseados nas insuficiências de rendas ($GX=[GX_1, \dots, GX_N]$) e ($GY=[GY_1, \dots, GY_N]$) sinalizem pobreza menor em (X) do que em (Y). Mais especificamente, essa dominância é condição necessária e suficiente para qualquer função ($P:[0,1]^N \rightarrow \mathbb{R}^1$) crescente e estritamente S-convexa²³ nas insuficiências de renda que tenham valor menor em (X) do que em (Y), sendo ($P(GX_1, GX_2, \dots, GX_N) < P(GY_1, GY_2, \dots, GY_N)$). Na prática, basta verificar se ($XD_{PIR}Y$) para garantir

²³ A função (P) acima é estritamente S-convexa quando ($P(GX.A) < P(GX)$) para qualquer ($GX_{1 \times N}$) pertencente ao seu domínio ($GX \in [0,1]^N$) e qualquer matriz ($A_{N \times N}$) cujas entradas ($a_{ij} \in [0,1]$), a soma de cada linha e cada coluna iguale (1) e haja pelo menos dois elementos maiores que zero em uma mesma linha ou coluna.

que a pobreza medida por (P_2) , (P^W) e muitos outros índices²⁴ seja mais baixa em (X) do que em (Y) .

Nessa seção imaginamos uma economia totalmente mercantilizada onde não existisse nada que, ao gerar bem-estar, não fosse visto como mercadoria, podendo ser encontrado, comprado e vendido livremente em mercados perfeitos. Assumiu-se também que a renda (ou a despesa) é convertida em bem-estar de modo semelhante por todos os agentes. Essas hipóteses foram úteis para apresentar a insuficiência da renda como a única dimensão da pobreza. Esse contexto simples facilitou o exercício de identificação (que se traduziu na escolha da linha de pobreza) e de agregação (que consistiu nas escolhas das medidas de intensidade e severidade da pobreza). Além disso, serviu para expor os axiomas e os índices mais importantes assim como conceitos de dominância usados para avaliar o bem-estar e ordenar distribuições quando há incerteza quanto à linha ou ao índice de pobreza apropriado. Os conceitos e instrumentos apresentados não são apenas úteis para compreender as análises freqüentes sobre pobreza; eles também são importantes para a exposição das próximas seções que estendem a análise apresentada aqui e incorporam outras dimensões ao tema.

1.3. TEMPO/DURAÇÃO/PERSISTÊNCIA

Houve queda da pobreza nos últimos anos? Essa queda foi acentuada? Essas são duas perguntas simples e diretas que mostram a preocupação com o comportamento da pobreza ao longo do tempo. Questões como essas podem ser respondidas com as medidas e instrumentos apresentados na seção anterior. Para isso, basta comparar a intensidade e a severidade da pobreza

²⁴ Na verdade, todas as medidas, que respeitam aos axiomas apresentados na tabela 3, indicarão redução na pobreza. Esse resultado não muda se a exigência de decomponibilidade for relaxada.

associadas às distribuições de renda (ou despesa) de cada ano. Com esse objetivo, as medidas (P_0 , P_1 e P_2) são acompanhadas e os conceitos de dominância utilizados com frequência²⁵.

Entretanto, algumas outras perguntas têm atraído a atenção dos estudiosos recentemente: Quanto tempo se leva para eliminar da pobreza? Existe pobreza crônica (ou permanente)? Existe pobreza temporária ou transitória? Isso mostra a preocupação com a duração e a frequência da pobreza. A literatura tem abordado esse tema basicamente de três formas: (i) calculando o tempo médio de saída da condição de pobre (ii) medindo a pobreza (ou a probabilidade de estar na pobreza) associada à renda esperada ou, então, (iii) definindo um limite (uma frequência) que indica a pobreza crônica²⁶.

Abordagem 1: Tempo de saída

O tempo de saída mostra a severidade da pobreza segundo a sua duração, sendo uma métrica simples, de fácil interpretação.

A tabela (1.6) mostra o tempo (τ_n) necessário para que a renda de uma pessoa pobre (x_n) se iguale à linha de pobreza, assumindo-se uma taxa de crescimento dada (g). Quanto mais pobre for uma pessoa, mais severa é sua privação, e mais tempo levará para sair da pobreza. Essa relação pode ser calculada (aproximadamente) pelo logaritmo de (z), de (x) e pela taxa de crescimento (g). Essa aproximação é muito útil, pois liga diretamente o tempo médio de saída (\bar{t}_n) a uma medida de pobreza bem conhecida. Como pode ser visto na tabela (1.6), (\bar{t}_n) é exatamente o índice de Watts (P^W) dividido pela taxa de crescimento da renda. Logo, (\bar{t}_n) atende aos axiomas

²⁵ Veja, por exemplo, FERREIRA, F., LITCHFIELD, J. (2000).

²⁶ Veja, por exemplo, MORDUCH, J. (1998), JALAN, J.; RAVALLION, M. (2000), MCCULLOCH, N.; BAULCH, B. (2000), CAPELLARI, L.; JENKINS, S. (2002), KUROSAKI, T. (2006), THORBECKE, E. (2004), HULME, D.; SHEPHERD, A. (2003), MCCULLOCH, N.; CALANDRINO, M. (2003), MCKAY, A.; LAWSON, D. (2003), CPRC (2005), FOSTER, J. (2009), RIBAS, R., MACHADO, A., GOLGHER, A. (2006), YAQUB, S. (2002), ADDISON, T.; HULME, D.; KANBUR, R. (2009), CALVO, C.; DERCON, S. (2009). CHAKRAVARTY, S. (2009), HAUGHTON, J.; KHANDKER, S. (2009). Uma terceira medida de pobreza crônica é apresentada em DUCLOS, J-Y.; ARAAR, A.; GILES, J. (2010).

apresentados na seção anterior, com todas as propriedades desejadas para um índice de (severidade da) pobreza.

Tabela 1.6: Tempo de saída

Insuficiência de renda	$z = x_n(1 + g)^{\tau_n}$, onde $x_n < z$.
Tempo de saída da n-ésima pessoa	$t_n = \frac{\ln(z/x_n)}{g} \cdot I_{(x_n < z)} \approx \tau_n$
Tempo médio de Saída	$\bar{t}_n = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N t_n = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \frac{\ln(z/x_n)}{g} \cdot I_{(x_n < z)}$ $= \frac{P^W}{g} = H \left(\frac{T_p}{g} + \frac{\ln(z/\bar{x}_p)}{g} \right).$

Obs: (N) é o número de indivíduos. $I_{(x_n < z)}$ é uma função indicadora que vale 1 quando a renda do n-ésimo indivíduo (x_n) é menor do que a linha de pobreza (z) e vale zero caso contrário. (τ_n) é o tempo exato que leva para a tenda da n-ésima pessoa pobre alcançar a linha de pobreza. (t_n) é uma aproximação de (τ_n). (P^W) é o índice de Watts e (g) é uma taxa de crescimento. (\bar{x}_p) é a renda média dos pobres e (T_p) é índice de desigualdade Theil da renda dos pobres definido na tabela 1.

Assim como o índice de Watts, (\bar{t}_n) pode ser calculada com dados coletados em um único instante de tempo. Ou seja, dispensa dados longitudinais que mostrem o comportamento da renda de cada pessoa ao longo do tempo. Isso é uma grande vantagem. Entretanto, o cálculo do tempo de saída é, basicamente, um exercício contra-factual que mostra a duração média da pobreza quando as rendas dos pobres crescem a uma mesma taxa. Taxa essa que pode ser escolhida exogenamente. Se (g) for relativamente alta, estando acima da taxa de crescimento da renda da sociedade, a análise considera um crescimento favorável aos mais pobres e o tempo de saída é relativamente pequeno, sendo a severidade da pobreza eliminada com mais rapidez. O oposto ocorre se (g) for baixa²⁷.

²⁷ Existe uma literatura correlata ao tema que mede em quanto o crescimento (e as políticas públicas) beneficiam os pobres. Entretanto, não trata especificamente da criação de novas medidas de pobreza. Sendo assim ela não será apresentada. O leitor interessado pode buscar informações nos artigos de RAVALLION, M.; CHEN, S. (2003),

Nessas análises, a pobreza crônica (freqüente ou duradoura) e pobreza severa são exatamente a mesma coisa. Ou seja, o pobre mais pobre permanece mais tempo na pobreza. No entanto, mesmo que os dois conceitos se relacionem, nem sempre pobreza severa significa pobreza crônica. Tome o caso de um trabalhador que perde o seu emprego em setembro e assume um novo posto de trabalho em dezembro do mesmo ano. A renda dele pode cair muito por um curto espaço de tempo. Nesses casos há a separação entre a pobreza severa e a pobreza crônica e outras medidas devem ser utilizadas.

Abordagem 2: A Renda Permanente.

Essa abordagem procura identificar as pessoas que permanecem na pobreza por terem em geral uma renda (ou consumo ou atributo) muito baixa. Mais especificamente, procura-se identificar os indivíduos com consumo ou renda esperada (ou permanente) inferior à linha de pobreza.

O primeiro passo seria estimar a distribuição da renda (ou da despesa) esperada, ($X^e = [x_1^e, \dots, x_N^e]$). Com dados longitudinais essa estimativa é relativamente simples pois a renda (ou a despesa com consumo) de cada pessoa é observada por vários períodos de tempo, (x_{nt} , onde $n = 1, \dots, N$, $t = 1, \dots, T$). Isso permite estimar a renda esperada de cada pessoa pela sua renda média. Assim, tem-se: $(\bar{X} = [\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_N]) \approx X^e$, onde $\bar{x}_1 = \sum_{t=1}^T x_{1t}/T, \dots, \bar{x}_N = \sum_{t=1}^T x_{Nt}/T$.

O segundo passo seria calcular a pobreza crônica (P^C), associada à despesa ou renda esperada (ou permanente). Isso poder ser feito, por exemplo, com o índice de pobreza sugerido por Foster, Greer e Thornbecke ($P_a^C = P_a(\bar{X}, z) \approx P_a(X^e, z)$).

Nessa abordagem, a pobreza transitória (P^T) seria calculada pela diferença entre a pobreza “total” e a pobreza crônica, e seria associada aos indivíduos que sofrem “temporariamente” mas têm renda esperada suficientemente alta para sair dela no futuro. A tabela (1.7) sintetiza os conceitos descritos acima.

Tabela 1.7: Renda Permanente e Pobreza

Pobreza individual	$P_{an} = P_{\alpha}(x_{n.}, z)$, onde $x_{n.} = [x_{n1}, \dots, x_{nT}]$
Renda Esperada	$\bar{X} = [\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_N] \approx [x_1^e, \dots, x_N^e] = X^e$
Pobreza Crônica	$P_{\alpha}^C = P_{\alpha}(\bar{X}, z) \approx P_{\alpha}(X^e, z)$
Pobreza (total)	$P_{\alpha} = \sum_{n=1}^N P_{an} / N$
Pobreza Transitória	$P_{\alpha}^T = P_{\alpha} - P_{\alpha}^C$

Obs: ($X^e = [x_1^e, \dots, x_N^e]$) é um vetor com as rendas esperadas. ($\bar{X} = [\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_N]$) é um vetor com as rendas médias, onde ($\bar{x}_1 = \sum_{t=1}^T x_{1t} / T, \dots, \bar{x}_N = \sum_{t=1}^T x_{Nt} / T$). (P_{α}) é o índice de Foster, Greer e Thornbecke apresentado na tabela 1. (P_{α}^C) é o índice de pobreza crônica. (P_{α}^T) é o índice de pobreza transitória.

Alguns trabalhos utilizam a renda/despesa esperada de forma diferente. Eles procuram estimar a probabilidade de os indivíduos caírem e/ou saírem da pobreza dada a sua renda esperada e a sua variância (ou outra medida de dispersão). Essa probabilidade é uma medida de risco ou vulnerabilidade²⁸. Entretanto, os fundamentos para essa abordagem continuam, basicamente, os mesmos²⁹.

²⁸ Veja, por exemplo, HAUGHTON, J.; KHANDKER, S. (2009), CALVO, C.; DERCON, S. (2007), RIBAS, R. (2007).

²⁹ Por exemplo, CALVO, C.; DERCON, S. (2007, 2009) sugerem o uso do valor esperado do índice de pobreza de Chacravarty como medida de vulnerabilidade individual: $(v_{\beta n} = 1 - E[(x_n/z)^{\beta}])$, onde $(0 < \beta < 1)$. Repare que essa medida difere da pobreza crônica medida pelo mesmo índice que é dada por:

$(v_{\beta n} = 1 - (E[x_n]/z)^{\beta})$, onde $(0 < \beta < 1)$.

Como podemos ver, essa abordagem tem um forte apelo teórico e a sua lógica econômica está intimamente associada às dimensões da renda e do consumo. Segundo a teoria da renda permanente, o consumo seria suave e pouco influenciado pelas flutuações momentâneas de renda. Porém, a capacidade de suavizar o consumo depende dos recursos acumulados e/ou do acesso aos serviços financeiros. Se isso não ocorre, a agregação acima feita pela renda média (\bar{x}_n) se torna problemática já que episódios de pobreza severa e freqüente podem ser compensados por um ou dois períodos de renda suficientemente elevada.

Dessa forma, essa medida não atende a alguns axiomas³⁰ apresentados na tabela (1.8). Não atende, por exemplo, ao axioma do *foco no tempo*. Na prática, o *foco no tempo* é uma extensão do axioma do *foco* visto na seção anterior (tabela 1.3) e garante que a pobreza seja uma função da renda dos pobres. Ou seja, o axioma garante que a pobreza pode ser calculada tanto pela distribuição original da renda como pela distribuição da renda censurada na qual as rendas maiores que a linha de pobreza ($x_{nt} > z$) são substituídas por (z).

A tabela (1.8) apresenta alguns axiomas úteis para avaliar índices de pobreza que incorporam a dimensão do tempo/duração na análise. O axioma da *transferência* exige que a pobreza (a privação) vivida em um determinado ano não possa ser compensada pela abundância ou opulência de outro ano, sendo a pobreza um evento marcante na vida de uma pessoa. Nesse caso, uma transferência regressiva de um momento em que a pessoa é pobre ($x_{nt^*} < z$) para um momento em que a mesma pessoa é mais rica ($x_{nt^{**}} > x_{nt^*}$) deve elevar a pobreza “total” ($P_a = P_a^T + P_a^C$), mesmo que a pobreza crônica caia (ou não se altere) em consequência da transferência. É um axioma natural para as medidas de pobreza baseadas nas despesas cujas variações podem refletir a dificuldade dos pobres em acessar serviços financeiros e suavizar o consumo.

O axioma da *simetria no tempo* exige que a pobreza vivida nos primeiros momentos tenha a mesma importância da pobreza vivenciada nos demais períodos e possa ser calculada segundo as

³⁰ Outros axiomas podem ser encontrados em CHAKRAVARTY, S. (2009), FOSTER, J. (2007, 2009), CALVO, C.; DERCON, S. (2007, 2009).

distribuições (re)ordenadas, não importando a evolução (ascendente ou decrescente) original das rendas de cada pessoa, o que pode ser controverso em algumas aplicações³¹. Já a *monotonicidade no tempo* (tabela 1.8) é extensão direta do axioma apresentado na seção anterior (tabela 3), tendo basicamente a mesma interpretação.

Tabela 1.8: Uma Lista Parcial de Axiomas para Medidas de Pobreza no Tempo

Axiomas	Significado
Foco no Tempo	Se $(x_{nt} \geq z)$, então um aumento de (x_{nt}) não altera a pobreza.
Simetria no tempo	Uma permutação das rendas de uma mesma pessoa não altera a pobreza.
Monotonicidade Fraca no Tempo	Se $(x_{nt} < z)$, então uma redução de (x_{nt}) aumenta a pobreza.
Monotonicidade Fraca da Pobreza Crônica	Seja (x_{nt}) a renda (ou despesa) de <i>uma pessoa que sofre de pobreza crônica</i> em um período de tempo qualquer e (Δ) uma redução dessa renda tal que $(x_{nt} - \Delta < z)$. Então, essa redução de renda eleva a pobreza crônica (P_α^C) .
Transferência (entre momentos no tempo)	Uma transferência regressiva de um momento em que a pessoa é pobre $(x_{nt^*} < z)$ para um momento em que a mesma pessoa é mais rica $(x_{nt^{**}} > x_{nt^*})$ aumenta a pobreza “total” (P_α) .

Obs: (x_{nt}) é a renda do n -ésimo indivíduo no t -ésimo instante de tempo, onde $(n=1,\dots,N)$ e $(t=1,\dots,T)$. (t^*) e (t^{**}) são dois momentos (instantes de tempo) diferentes. (P_α^C) é a pobreza crônica. (P_α) é a pobreza “total”.

Abordagem 3: A Proporção do Tempo.

³¹ Pode ser importante para um estudo distinguir entre a pobreza vivida em instantes de tempo diferentes (ex: pobreza hoje tem mais impacto do que a pobreza de ontem) e/ou avaliar a pobreza segundo o seu histórico (ex: a pobreza de hoje só pode ser avaliada conhecendo a pobreza de ontem). Nesse caso, CALVO, C.; DERCON, S. (2009) sugerem a seguinte medida de pobreza individual: $\left(P_n(x_{n1}, \dots, x_{nT}) = \sum_{t=2}^T \beta^{T-t} \left[\left(\frac{z - x_{nt}}{z} \right) \left(\frac{z - x_{nt-1}}{z} \right)^\rho \right]^\alpha \right)$ onde $(\alpha > 1)$, $(\beta > 0)$ e $(0 < \rho < 1)$. Entretanto, repare que essa abordagem e essa medida podem justificar ações (e políticas) que aumentem a pobreza hoje desde que reduzam (suficientemente) a escassez de recursos no futuro, desrespeitando o axioma da transferência no tempo. Suponha, por exemplo, que $(T = 2, (x_{n1}, x_{n2}) = (2, 2), (y_{n1}, y_{n2}) = (0, 4))$. Nesse caso a pobreza é maior em x_n . que em y_n . $(P_n(x_{n1}, x_{n2}) > P_n(y_{n1}, y_{n2}) = 0)$, justificando a transferência de recursos (renda) entre os períodos. Outras medidas de pobreza que não obedecem ao axioma da simetria no tempo podem ser encontradas em BOSSERT, W.; CHAKRAVARTY, S.; D'AMBROSIO, C. (2008), HOY, M.; ZHENG, B. (2007), CALVO, C.; DERCON, S. (2009), MEDOLA, D.; Busetta, A.; MILITO, A. (2009), CERIANI, L. (2009).

Uma abordagem mais direta seria definir um limite do tempo (τ) que indicasse ou classificasse uma pessoa como cronicamente pobre. Haveria pobreza crônica toda vez que uma pessoa passasse mais tempo na pobreza do que o prazo estipulado. Ou seja, quando ($d \geq \tau$). De modo semelhante, haveria pobreza transitória toda vez que uma pessoa passasse pouco tempo na pobreza. Ou seja, quando ($d < \tau$).

Em geral, (τ) e (d) se referem à proporção do tempo (e não ao valor absoluto) que os indivíduos permanecem na pobreza. Poder-se-ia definir, por exemplo, ($\tau = 0.75$). Todos que ficasse 75% do tempo ou mais na pobreza, ($d \geq 0.75$), seriam cronicamente pobres. A pobreza seria transitória para todos que experimentam a pobreza por menos tempo ($d < 0.75$).

A tabela (1.9) mostra a generalização das medidas de pobreza sugerida por Foster, e as expressões para a pobreza crônica, “total” e transitória. Para ($\alpha > 1$), essa medida respeita os axiomas do *foco*, *simetria*, *monotonicidade*, *monotonicidade fraca da pobreza crônica* e *transferência no tempo* apresentados na tabela (1.8) assim como os axiomas apresentados anteriormente ³²(tabela 3).

A maior desvantagem dessa abordagem é a arbitrariedade na escolha do (τ). Entretanto, essa arbitrariedade é limitada pelas observações disponíveis. Suponha, por exemplo, que uma pesquisa recolha informação em quatro momentos. Nesse caso, os únicos valores relevantes são ($\tau = 0, 1/4, 2/4, 3/4, 4/4$). Na verdade seria fácil calcular a pobreza crônica para cada um desses valores.

Tabela 1.9: Proporção do Tempo na Pobreza

Pobreza Crônica	Pobreza “Total”	Pobreza Transitória
$DP_{\alpha}(X, z, \tau)$	$DP_{\alpha}(X, z, 0)$.	$DP_{\alpha}(X, z, 0) - DP_{\alpha}(X, z, \tau)$.

³² Na verdade, a definição exata dos axiomas da tabela (1.3) precisa ser alterada levemente nesse contexto em que as pessoas são observadas em mais de um momento. Entretanto, os axiomas mantêm, basicamente, o mesmo significado.

$$DP_{\alpha}(X, z, \tau) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \left(1 - \frac{x_{nt}}{z}\right)^{\alpha} \cdot I_{(x_{nt} < z)} \cdot I_{(d_n \geq \tau)}, \text{ onde } d_n = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T I_{(x_{nt} < z)}$$

Obs: ($t = 1, \dots, T$) representa os períodos de tempo. (d_n) é a proporção do tempo na pobreza. ($I_{(x_{nt} < z)}$) é uma função indicadora que vale (1) quando n -ésima pessoa está na pobreza durante o t -ésimo período e vale zero caso contrário. (τ) é o limite de tempo que define a pobreza crônica e ($I_{(d_n \geq \tau)}$) é uma indicadora que vale (1) quando ($d_n \geq \tau$) e zero caso contrário.

1.4 – BREVES CONSIDERAÇÕES.

Inicialmente imaginou-se uma economia totalmente mercantilizada onde não existisse nada que, ao gerar bem-estar, não fosse visto como mercadoria, podendo ser encontrado, comprado e vendido livremente em mercados perfeitos. Assumiu-se também que a renda (ou a despesa) é convertida em bem-estar de modo semelhante por todos os agentes. Isso facilitou o exercício de identificação (que se traduziu na escolha da linha de pobreza) e de agregação (que consistiu nas escolhas das medidas de intensidade e severidade da pobreza). Esse contexto simples serviu para apresentar axiomas e índices importantes assim como conceitos de dominância úteis para avaliar o bem-estar e ordenar distribuições, quando há incerteza quanto à linha ou ao índice de pobreza apropriado. Tais instrumentos são fundamentais para compreensão de inúmeras análises sobre a pobreza; além disso, também são necessários para o entendimento de estudos recentes que incorporam outras dimensões ao tema. Isso vale tanto para a meta-dimensão *tempo/duração/persistência* (apresentada nesse capítulo) como para a meta-dimensão *dimensões/extensões* que é apresentada no capítulo seguinte.

Na segunda parte do capítulo, o tempo foi incorporado à análise através da duração e da permanência da pobreza. Viu-se que, nesse novo contexto, além de identificar os pobres é necessário distinguir dentre eles quem sofre de pobreza crônica ou transitória. Essa distinção é importante para a formulação de políticas públicas. Pessoas que sofrem temporariamente com a pobreza precisam de um sistema de proteção ágil que possa, por exemplo, transferir renda

rapidamente para elas tal qual um seguro. Isso poderia aliviar a severidade da pobreza transitória. Por outro lado, as pessoas com maior dificuldade de sair da pobreza precisariam, possivelmente, de uma assistência diferente que combinasse tanto políticas de efeito imediato (ex: transferências de renda etc) como políticas estruturais de maior duração (ex: educação, treinamento profissional etc), dependendo das suas características³³.

A distinção entre a pobreza crônica e transitória tem sido feita pela renda/despesa esperada ou pela duração (ou frequência) de permanência na pobreza. Uma vez identificados esses dois grupos, o exercício de agregação e decomposição da pobreza entre pobreza crônica e transitória se torna, claramente, uma extensão direta das medidas de pobreza da seção anterior e possibilitam o uso das técnicas já descritas. Suponha que há interesse em estudar e comparar o bem-estar e a pobreza crônica dos homens e das mulheres de uma mesma comunidade. Para isso, bastaria calcular a pobreza “total” do período segundo um índice como P_2 , decompor o seu valor entre os grupos de interesse e, finalmente, separar a pobreza crônica da transitória. Com base nos valores obtidos, avalia-se o bem-estar dos dois grupos. Se há incerteza quanto ao valor da linha de pobreza ou quanto ao índice adequado, os conceitos de dominância podem ser usados para ordenar (parcialmente) as distribuições e o bem-estar dos dois grupos³⁴.

Apesar do uso freqüente das ferramentas descritas nessa seção, o tempo poderia ser incorporado aos estudos sobre a pobreza e o bem-estar por um ângulo muito diferente. O uso do tempo levanta questões diferentes e legítimas sobre o dia a dia das pessoas e pode ser usado como mais um indicador de bem-estar. Uma análise como essa exige mais ferramentas que possam informar a pobreza segundo mais de uma dimensão como, por exemplo, a renda e o tempo

³³ Veja, por exemplo, MCKAY, A.; LAWSON, D. (2003), GREEN, M.; HULME, D. (2005), HULME, D.; MCKAY, A. (2007). ADDISON, T.; HULME, D.; KANBUR, R. (2009).

³⁴ É bem verdade que outras técnicas também podem ser usadas. GRÄB, J.; GRIMM, M (2007) utilizam conceitos de dominância estocástica multidimensionais para avaliar o comportamento da pobreza tanto no tempo como no espaço. A próxima seção trata da extensão da pobreza e apresenta conceitos de dominância de pobreza em mais de uma dimensão.

disponível para outras atividades que não o trabalho. Essas questões podem ser abordadas com as técnicas apresentadas no próximo capítulo.

CAPÍTULO 2 - AS DIMENSÕES E EXTENSÕES DA POBREZA.

2.1–INTRODUÇÃO.

No capítulo anterior, foram apresentados índices que objetivam avaliar a *intensidade/severidade* da pobreza, assim como a sua duração e/ou persistência. Isso foi feito baseando a comparação interpessoal e intertemporal em um único indicador que poderia ser a renda, o consumo, a renda permanente, o valor da dotação de recursos etc. Assumindo a existência desse indicador, a pobreza era calculada. Neste capítulo, são apresentadas as críticas a tais indicadores uni-dimensionais e avanços recentes que permitem a avaliação multidimensional da pobreza mas que são baseados em metodologias muito distintas e precisam ser apresentadas em uma ordem coerente.

Esse capítulo está dividido em mais dez seções. A seção (2.2) apresenta a questão da conversão e seus efeitos sobre os distintos espaços de comparação. A seção (2.3) apresenta uma descrição geral das medidas de pobreza multidimensionais. As sete seções seguintes apresentam metodologias específicas: a abordagem axiomática (2.4), a teoria da informação (2.5), a lógica *fuzzy* (2.6), as funções de distância (2.7), a pobreza subjetiva (2.8), as abordagens de fatores latentes (2.9) e a dominância multidimensional (2.10). A seção (2.11) apresenta as últimas considerações do capítulo.

2.2 – A QUESTÃO DA CONVERSÃO E O ESPAÇO PARA A COMPARAÇÃO INTERPESSOAL.

Um problema básico no contexto do capítulo (1) que deve ser tratado agora é a relevância do próprio espaço das rendas para avaliação da pobreza. Será que a renda é o único

indicador que deve ser utilizado para identificar e mensurar a pobreza? Será que a insuficiência de renda é de fato a única penúria relevante para o estudo da pobreza? A resposta para essa pergunta depende de quão estreita é a relação entre a renda (ou a despesa) e o bem-estar.

De fato, na sociedade imaginada no capítulo (1), a ligação entre renda (ou despesa) e bem-estar é clara e direta. Por um lado, o bem-estar de uma pessoa pode ser avaliado na escala monetária pelo valor da renda. Por outro lado, as comparações interpessoais de bem-estar também podem ser feitas na escala monetária, sendo o bem-estar maior para aqueles que possuem mais renda. Como foi visto, essa abordagem assume, dentre outras coisas³⁵, que os indivíduos convertem renda (despesa) em bem-estar da mesma forma³⁶.

“Under the assumption of common preferences, it is in theory possible to define an indirect utility function of income, prices, rations and public goods available which represent well-being and makes individuals mutually comparable. (ATKINSON, A.; BOURGUIGNON, F. pag. 44, 2000)”.

“The starting point is our assumption that differences in individual welfare or standard of living within a population may be summarized by differences in income or consumption expenditures. Implicitly, this assumption implies that all individuals transform income into welfare in the same way (BOURGUIGNON, F. pag.80, 2006).”

Sendo assim, a conversão homogênea de recursos em bem-estar torna a renda (despesa) a variável relevante para a análise. Variável essa que cria as bases e forma o espaço para a comparação interpessoal. Mais ainda, as informações contidas em outros espaços (que não o da renda/despesa) se tornam desnecessárias para a comparação interpessoal. Por exemplo, para

³⁵ Lembre-se, naquela sociedade tudo que traz satisfação e bem-estar é visto como mercadoria em mercados perfeitos e não há diferenciação de preços entre os consumidores de um mesmo produto.

³⁶ Essa hipótese adicional é necessária porque na teoria do consumidor a utilidade é simplesmente uma representação das preferências. Nessa teoria, não é preciso comparar os valores das utilidades de duas pessoas para se obter as demandas de bens e serviços. Sob certas condições de regularidade, o que determina o comportamento do consumidor são as razões entre os ganhos marginais e os preços de mercado. Na verdade, transformações monótonas crescentes das utilidades (ex: $T(U)=U^2$) representam exatamente as mesmas preferências, sendo a escala da utilidade desimportante. Com frequência, são feitas exigências adicionais a interpretação dos valores da utilidade. Isso ocorre, por exemplo, na construção de funções de bem-estar social. O leitor interessado em comparações interpessoais de bem-estar e funções de bem-estar social pode consultar, por exemplo, JEHLE, G.; RENY, P. (2000), BLACKORBY, C.; BOSSERT, W. (2006), D'ASPROMONT, C.; GEVERS, L. (2002), BLACKORBY, C.; DONALDSON, D.; WEYMARK, J. (1984), SEN, A. (1986, 1997a), HARSANYI, J. (1955, 1982), MIRRELES, J. (1982), ROEMER, J. (1996).

compararmos duas pessoas não é preciso olhar diretamente para as utilidades ou para o conteúdo das cestas de bens e serviços obtidas no mercado. Tampouco é preciso observar os usos específicos desses bens e serviços. Nesse contexto, as informações obtidas no espaço das rendas são suficientes para as comparações interpessoais e mostram tanto o bem-estar como as possibilidades de consumo que cada pessoa tem para adquirir livremente os itens que valoriza no mercado.

Obviamente, esse resultado é obtido, excluindo-se da análise grande parte da heterogeneidade individual e das diversidades sócio-econômicas que podem alterar a conversão de recursos em bem-estar.

Certamente, o uso da renda para avaliar a pobreza pode ser criticado pela existência de itens de valor que não são obtidos nos mercados. Esse é o caso da provisão pública de alguns bens e serviços e de alguns direitos e obrigações não-negociáveis.

“The use of income to pinpoint poverty presupposes that a market exists for all attributes and that prices reflect the utility weights all households within a specific setting assign to these attributes. Therefore, income as the sole indicator of well-being is limited, if not inappropriate, as it typically does not (or cannot) incorporate and reflect such key dimensions of poverty as life expectancy (longevity), literacy, the provision of public goods and even, at the limit, freedom and security (THORBECKE, E. pag.4, 2007)”.

Não é difícil imaginar bons motivos para que as pessoas convertam rendas e recursos em bem-estar de modo distinto. As pessoas podem ter preferências distintas e acesso diferenciado aos bens e serviços providos publicamente – incluindo a manutenção de direitos formais. Também podem apresentar características físicas diferentes associadas à idade, sexo, doença e incapacidade que alterem suas necessidades. Algumas atividades (ex: participação na vida comunitária, transporte, alimentação, estudo etc.) podem depender de cestas particulares de bens e serviços que se modificam de acordo com a região e/ou comunidade. Também podem desempenhar papéis

importantes as desigualdades na distribuição das rendas e obrigações familiares e sociais³⁷. Sendo assim, a hipótese da conversão se torna demasiadamente forte.

No entanto, relaxar a hipótese de conversão elimina a equivalência entre os espaços de comparação (i) da renda/despesa, (ii) do bem-estar individual, (iii) dos usos específicos de bens e serviços (funcionamentos) e (iv) das liberdades substantivas (capacidades). Desses espaços, os três primeiros são bem óbvios mas o quarto merece uma explicação. No caso, as liberdades substantivas (as capacidades) de uma pessoa são definidas pelos diferentes modos de funcionamento que ela pode escolher. Assim, as capacidades representam as liberdades de escolha que uma pessoa efetivamente tem para levar a vida que valoriza³⁸.

As diferenças entre os espaços de comparação acima podem ser ilustradas com um exemplo baseado em SEN, A. (2004). Suponha que você precise comparar as (des)vantagens de João com as (des)vantagens de três pessoas e dizer se ele está melhor ou pior do que cada uma delas. Por muito tempo, João tem ganho apenas R\$ 350,00 mensais. Maria ganha mais que ele. O salário dela é R\$ 450,00. Porém, ela é mais idosa e sofre com uma doença crônica. Os gastos dela com tratamento chegam em média a R\$110,00. Sem esse tratamento ela não pode realizar muitas das atividades (funcionamentos) que valoriza e que são rotineiras para a maioria das pessoas. Maria teria vantagem sobre João pela ótica exclusiva da renda (ou da despesa). Entretanto, fica claro que a situação de João é melhor que a dela quando se incorporam as informações sobre a saúde e a necessidade de gastos extras para garantir os seus modos de funcionar específicos e liberdades de ação.

Agora, considere o caso do Ricardo. Ele ganhava cerca de R\$1000,00. Infelizmente a renda dele caiu para apenas R\$ 400,00 e não há, no momento, expectativa para que volte ao nível inicial. Entretanto, as preferências de Ricardo e João são muito diferentes. João recebe pouca renda há

³⁷ Mais detalhes sobre o problema da conversão e suas conseqüências podem ser encontrados em SEN, A. (1985, 1997b, 2004, 2008, 2009), SEN, A.; FOSTER, J. (1997).

³⁸ SEN, A (pag. 234, 2008).

muito tempo e está acostumado (adaptado e conformado) a consumir os produtos mais baratos e a se privar do consumo de alguns outros. Ricardo (como muitas outras pessoas) prefere bens (relativamente) mais caros e está insatisfeito e inconformado com seu estado atual. Num caso como esse, a informação exclusiva da renda indica que Ricardo tem vantagem sobre João. Porém, a ótica da satisfação pessoal (ou bem-estar individual) reduz ou até mesmo inverte as vantagens, colocando João em melhor posição. Isso pode ser problemático já que Ricardo tem de fato mais liberdade no mercado. Repare que é justamente a adaptabilidade (de João) o que prejudica os julgamentos baseados na satisfação pessoal. Com efeito, a questão da *adaptabilidade das preferências* também ganha importância em um contexto diferente na medida em que a discriminação e o tratamento desigual geram grupos de indivíduos com preferências ajustadas³⁹.

Por fim, considere o caso do Fernando. Ele recebe R\$ 1000,00 pelo seu trabalho. No entanto, Fernando jejua por conta própria e sente fome. Muito diferente é o caso do João que não pode comprar os alimentos necessários pela falta de renda. Nenhum deles se alimenta adequadamente e nenhum dos dois tem vantagem clara no espaço dos funcionamentos. Por outro lado, tem vantagens claras tanto nos espaços das rendas e nos espaços das liberdades (capacidades).

Sendo assim, uma análise sobre a pobreza que incorpore a heterogeneidade de conversão precisa começar definindo os espaços de comparação e as variáveis que geram ou representam esse espaço e expondo as razões dessas escolhas. A importância desse ponto também pode ser vista facilmente na abordagem das necessidades básicas e das capacitações.

A abordagem das necessidades básicas, por exemplo, foca em realizações e funcionamentos específicos, incluindo educação (ex: alfabetização), saúde, alimentação diária, acesso à água tratada e saneamento, que são avaliados e selecionados tanto pelas suas inter-relações e

³⁹ Por exemplo, NUSSBAUM, M. (2006) reafirma a importância desse ponto para o estudo das desigualdades de gêneros.

dependências como pelos seus impactos sobre a produtividade e adaptabilidade dos trabalhadores⁴⁰.

“The objective of meeting basic needs brings to a development strategy a heightened concern with the satisfaction of some elementary needs of the whole population, especially in education and health. The explicit adoption of this objective helps gear production, investment, income, and employment policies to meet the needs of the poor in a cost-effective manner and within a specific time frame. Basic needs is not primarily a welfare concept; improved education and health can make a major contribution to increased productivity.

... In particular, the emphasis on making the poor more productive has remained an important component of the basic needs approach. Its distinct contributions consist in deepening the income measure of poverty by adding physical estimates of particular goods and services required to achieve certain results, such as adequate standards of nutrition, health, shelter, water and sanitation, education and other essentials (STREETEN, P. et al. pag. 3, 1981)”.

Obviamente, essa abordagem de necessidades básicas especifica um número reduzido de dimensões para a análise da pobreza. Mesmo assim, as interpretações dadas para nessa abordagem podem ser distintas ou mesmo conflitantes. STREETEN *et al.* (1981) reconhece essa diversidade conceitual e teórica e apresenta outras interpretações que contrastam com a citação anterior⁴¹. Abaixo está a reposta desses autores para duas questões: o que são necessidades básicas e quem as determina?

“What Are Basic Needs and Who Determines Them?”

Basic needs may be interpreted in terms of minimum specified quantities of such things as food, clothing, shelter, water and sanitation that are necessary to prevent ill health, under nourishment, and the like ...

Basic needs may be interpreted subjectively as the satisfaction of consumers’ wants as perceived by the consumers themselves ... people should be given opportunities to earn the incomes necessary to purchase the basic goods and services ... This interpretation is the most natural approach for neoclassical economists ...

Those who reject the assumption that consumers are rational ... arrive at a more interventionist interpretation. According to this view, public authorities not only decide the design of public services such as water supply, sanitation, and education, but also guide private consumption in the light of public considerations ...

⁴⁰ Essa visão está associada a STREETEN, P. *et al.* (1981), HAQ, M.; BURKI, S. (1980).

⁴¹ Ver também o estudo de DOYAL L.; GOUGH, I. (1991) sobre as necessidades humanas que apresenta a saúde física e a autonomia como necessidades gerais e onze necessidades intermediárias (nutritional food/water, protective housing, work, physical environment, health care, security in childhood, significant primary relationships, physical security, economic security, safe birth control/childbearing, basic education). Segundo essa visão a satisfação de tais necessidades não constituiria o bem-estar mas as suas precondições. Ver também GOUGH, I. (2004) para uma comparação entre a teoria das necessidades humanas e a abordagem das capacidades de Martha Nussbaum.

A fourth interpretation emphasizes the noneconomic, nonmaterial aspects of human autonomy and embraces individual and group participation in the formulation and implementation of projects and in some cases political mobilization ... (STREETEN, P. et al. pag 25-26, 1981)”.

Claramente, essas quatro visões tratam de conceitos distintos e antagônicos. Na primeira, a interpretação para as necessidades básicas, o foco está no espaço dos modos de funcionamento e realizações. A segunda interpretação coloca o bem-estar e a capacidade de gerar renda para o consumo como os pontos fundamentais da análise, sendo desimportantes funcionamentos específicos. Contrariamente, a terceira interpretação coloca o consumidor como incapaz de avaliar adequadamente os benefícios dos bens e serviços sendo suas preferências (e renda) guias inapropriados. Essa interpretação coloca novamente o foco da análise sobre as funcionalidades e realizações, mesmo que elas sejam induzidas pelo governo.

Desse modo, a abordagem das necessidades básicas mostra com muita clareza a importância de expor claramente as hipóteses e o espaço de comparação utilizado na análise mesmo que seja pequena a lista das dimensões (ou das variáveis) selecionadas para o estudo da pobreza e da sua extensão.

Já a abordagem das capacidades de Amartya Sen (19---) apresenta com clareza tanto o espaço de comparação interpessoal como a interpretação da pobreza de forma como privação de liberdade e incentivo, assim, a busca de novos indicadores:

“Se nossa atenção for desviada de uma concentração exclusiva sobre a pobreza de renda para a idéia mais inclusiva da privação de capacidades, poderemos entender melhor a pobreza das vidas e liberdades humanas com base informacional diferente (envolvendo certas estatísticas que a perspectiva da renda tende a desconsiderar como ponto de referencia para a análise de políticas) (SEN, A. pag. 34–35, 2004a)”.

“Nessa perspectiva, a pobreza deve ser vista como privação de capacidades básicas em vez de meramente como baixo nível de renda, que é o critério tradicional de identificação (SEN, A. pag. 109, 2004a).”

Essa abordagem tem captado a atenção de muitos pesquisadores, sendo a sua lógica e estrutura reconhecidas⁴². Erik Thorbecke e Sabina Alkire comentam:

“... the most comprehensive and therefore logical starting point in attempt to capture the concept of poverty is Sen’s ‘capabilities and functionings’ theoretical framework (THORBECKE, E. pag. 4, 2007).

“What the capability approach offers, fundamentally, is a framework with respect to which various multidimensional poverty research and policy questions can be analyzed, and the multiple deprivations which so many suffer can be reduced” (ALKIRE, S. pag. 91, 2007).

Entretanto, não há definição clara das variáveis e das dimensões que constituem o espaço de comparação das capacidades. Mais ainda, Sen não incentiva a especificação de uma lista completa das capacidades (e funcionamentos) que devam ser usadas sistematicamente em todas as comparações interpessoais. Ele também não apresenta o peso ou a importância que cada capacidade (dimensão) tem em sua análise. Ao contrário, Sen incentiva a busca das capacidades (dimensões) que constituem as vantagens individuais relevantes para o objeto de estudo (pobreza, desigualdade de gênero, desenvolvimento econômico etc.) como parte fundamental do exercício de avaliação⁴³. Sabine Alkire, Martha Nussbaum, Ingrid Robeyns e Amartya Sen comentam:

“Thus unlike the basic human needs approaches, Sen has refrained from developing (i) a list of basic capabilities, and (ii) a procedure for identifying which categories, and which capabilities within categories, should have priority” (ALKIRE, S. pag. 184, 2002).

“The capability approach advocates that interpersonal comparisons be made in the space of functionings and capabilities. However, Amartya Sen has not specified which capabilities should be selected as the relevant ones. This has provoked two types of criticism. The stronger critique is Martha Nussbaum’s claim that Sen should endorse one specific list of relevant capabilities. The weaker claim is that some systematic methodological reasoning should be conducted on how such a selection could be done (ROBEYNS, I. pag.191, 2005)”.

“... Sen has conspicuously refused to endorse any account of central capabilities ... He feels that people should be allowed to settle these matters for themselves... Sen goes further,

⁴² O que pode ser visto, por exemplo, na *Human Development and Capability Association* (<http://www.capabilityapproach.com>), no *Journal of Human Development and Capabilities* e os artigos em COMIM, F.; QIZILBASH, M.; ALKIRE, S. (2008) e a resenha de ROBEYNS, I (2006).

⁴³ SEN, A (pag. 84-86, 2008).

suggesting that the endorsement of a set of central entitlements inhibits democracy in international political debate...” (NUSSBAUM, M. pag.61, 2006).

“The problem is not with listing important capabilities, but with insisting on one predetermined canonical list of capabilities, chosen by theorists without any general social discussion or public reasoning. To have such a fixed list, emanating entirely from pure theory, is to deny the possibility of fruitful public participation on what should be included and why (SEN, A. pag.77, 2004b)”.

Nesse contexto, ROBEYNS, I. (2005) sugere alguns critérios simples que podem ajudar na seleção das capacidades relevantes. Em primeiro lugar, a lista das capacidades deve ser explícita, possibilitando o debate. Em segundo lugar, o método utilizado para a criação da lista deve ser claro e defensável. Além disso, em aplicações práticas, ao menos duas listas devem ser feitas. Uma delas deve ser ideal (incluindo as melhores medidas e variáveis) e a outra adaptada à disposição de dados e demais restrições. De fato, a sugestão desses critérios mostra as incertezas sobre o tema e a necessidade de expor claramente das razões que levam um pesquisador a incluir (ou excluir) variáveis e as dimensões em sua análise.

Cabe ressaltar que a incerteza quanto às dimensões relevantes na abordagem das capacidades não precede e nem causa a incerteza sobre as dimensões relevantes para a avaliação da pobreza, mas reflete e retrata as dúvidas sobre o tema. Com frequência diferentes itens são listados como importantes ou fundamentais⁴⁴. Sabine Alkire comenta:

“The problem is not that poverty researchers refuse to select dimensions. On the contrary, in on increasing number of situations, researchers or practitioners do indeed choose dimensions. The problem is that they do not make explicit their reason for choosing the dimensions they do. Without knowing the basis for their choice the reader is unable to probe the chosen dimensions and either trust them or question them... a practice in which authors explicitly described how and why they chose dimensions, could itself be of tremendous value – even if it only consumed one short paragraph of a paper (ALKIRE, S, PAG. 89, 2007).

⁴⁴ Ver, por exemplo, as diferentes listas e indicadores apresentados por ALKIRE, S. (2002, 2002b, 2007), ASSELIN, L-M. (2009), KUKLYS, W. (2005), HULME, D.; MCKAY, A. (2007).

Tanto a abordagem das capacidades como a abordagem das necessidades básicas ajudam a explicar esse ponto importante por ângulos distintos. Essas abordagens mostram de modo muito claro que a comparação interpessoal só pode ser feita e interpretada após exposição das razões que levam à seleção dos indicadores e dimensões que compõem o espaço de comparação apropriado. Logo, essas abordagens evidenciam o caráter multidimensional da pobreza e a necessidade de iniciar a análise pela seleção das dimensões que revelam ou informam as vantagens (e desvantagens) relevantes. Sendo fundamental expor a razão de tais escolhas.

Uma vez determinadas as variáveis e dimensões relevantes para a análise ainda é preciso escolher o uso das informações. Uma possibilidade é usar as informações para ajustar o espaço das rendas ou do bem-estar. Na comparação anterior entre a Maria e o João, o espaço das rendas e dos modos de funcionamento podem ser usados de modo complementar. Se você souber como a saúde, as liberdades formais, o acesso a bens públicos, as preferências particulares e etc. afetam a conversão de renda em bem-estar e como esses fatores devem ser compensados em termos monetários, então o espaço de comparação das rendas (ajustadas) poderá ser usado (SEN, A.; FOSTER, J. 1997). Nesse caso, seria possível usar todas as técnicas e medidas de pobreza apresentadas até aqui. Entretanto, essa abordagem tem problemas de identificação e assume que a escala de equivalência das rendas depende basicamente de um único componente como, por exemplo, gastos com alimentação. Escalas de equivalência também podem se basear no grau de satisfação de uma pessoa com a própria renda⁴⁵.

Outra possibilidade é trabalhar diretamente com múltiplos indicadores que compõem o espaço de comparação relevante. Seria possível focar na renda, na saúde e nos funcionamentos específicos de Maria e João para criar um novo espaço de comparação como, por exemplo, o espaço das capacidades. Nesse caso, as informações associadas à renda formariam uma das dimensões desse espaço e representariam as liberdades de trocas nos mercados de bens e serviços.

⁴⁵ Mais detalhes para essas abordagens podem ser encontrados, por exemplo, em POLLAK, R.; WALES, T. (1979), DEATON, A. (1997), WIEBKE KUKLYS (2005) e em suas referências. Para uma abordagem diferente, onde o ajuste é feito no espaço das utilidades veja o texto de HOWE, R. (1987).

As informações sobre a saúde (e sobre os “usos” dessa saúde) formariam uma segunda dimensão do mesmo espaço, indicando como João tem mais liberdade de ação do que Maria. A partir dessas duas dimensões seguiriam as comparações entre João e Maria. Nesse caso, a pobreza é vista e medida segundo a agregação das informações contidas em cada dimensão.

2.3 – UMA DESCRIÇÃO GERAL DE MEDIDAS MULTIDIMENSIONAIS.

O contexto apresentado na seção (2.2) altera radicalmente os exercícios de identificação e agregação da pobreza que só podem ser feitos incorporando-se as informações das dimensões selecionadas. A seguir três abordagens serão apresentadas para esses exercícios. Por simplicidade, cada uma delas é explicada usando apenas duas dimensões, mas o raciocínio é análogo para três ou mais dimensões, sendo seguidos os mesmos passos.

Abordagem 1: Linha Única

Suponha que o bem-estar (ou outro espaço de comparação) dependa da distribuição da renda ($Y=[y_1, y_2, \dots, y_N]$) e do tempo gasto em uma atividade valorizada como, por exemplo, o lazer ($T=[t_1, t_2, \dots, t_N]$). Uma possibilidade seria agregar essas duas dimensões. Ou seja, o primeiro passo dessa abordagem é criar um indicador da vantagem individual que reflete o espaço de comparação adotado (capacidades, bem-estar, funcionalidades etc.) a partir das dimensões selecionadas. No caso, a partir de (Y) e (T) poderíamos construir um indicador para cada pessoa ($b_n(Y, T)$, onde $n=1, \dots, N$) e observar a sua distribuição ($B=[b_1, b_2, \dots, b_N]$).

O próximo passo seria escolher uma linha de pobreza (b_{\min}) que refletisse o mínimo socialmente aceito para esse indicador. O que pode ser feito, por exemplo, com uma linha relativa dada por uma fração da média ou da mediana do próprio indicador. Sabendo a linha e a distribuição do indicador, calcula-se a pobreza individual e a medida agregada de interesse

$(P(B, b_{\min}))$. A tabela (2.1) mostra três escolhas simples para o indicador e a modificação da medida de pobreza agregada de Foster, Greer e Thornbecke. Repare que nesse caso, os instrumentos do capítulo (1) poderiam ser aplicados à distribuição do indicador e ao estudo da pobreza.

No entanto, observe que não há preocupação em definir linhas de pobreza para a renda e para a educação na abordagem acima. Há apenas a definição da linha para o indicador. Conseqüentemente, os limites em cada dimensão ficam “frouxos”. Ou seja, podem existir infinitas combinações de educação e renda que gerem o mínimo socialmente aceito. Isso ocorre, por exemplo, nos três indicadores da tabela (2.1).

Tabela 2.1: Índice de Pobreza multidimensional

	Substitutos	Complementares	CES
$b_n(Y, T)$	$y_n + t_n$	$\min\{y_n, t_n\}$	$\left[y_n^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} + t_n^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} \right]^{\frac{\sigma}{\sigma-1}}$
Foster, Greer e Thornbecke	$P_{\alpha}^{FGT}(B, b_{\min}) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \left(1 - \frac{b_n}{z} \right)^{\alpha} \cdot I_{(b_n < b_{\min})}$		

Essa abordagem se torna, entretanto, insuficiente para alguns autores na medida em que exista uma demanda social pela definição dos limites que indicam a pobreza em cada dimensão. Ou seja, quando há uma demanda pela definição das diversas linhas de pobreza.

“the issue of the multidimensionality of poverty arises because individuals, social observers or policymakers want to define a poverty limit on each individual attribute: income, health, education, etc” (Bourguignon, F., Chacravarty, S. pag. 5, 2003).

Abordagem 2: Múltiplas Linhas

É possível construir medidas de pobreza que utilizem linhas específicas para cada dimensão. Nesses casos, a ordem e a forma de agregar as informações se tornam muito importantes e devem ser escolhidas segundo os objetivos do estudo. Abaixo estão alguns passos importantes para a construção dessas medidas.

Passo 1: Definição das dimensões da pobreza.

No exemplo, tinham-se apenas 2 dimensões, a renda (Y) e o tempo gasto em uma atividade como o lazer (T).

Passo 2: A escolha da seqüência de agregação.

Existem duas opções que devem ser escolhidas conforme os objetivos dos estudos. A primeira opção é calcular a pobreza em cada dimensão e depois a pobreza “total”. Esse é o caso do Índice de Pobreza Humana (IPH-1) que utiliza três informações: (1) o percentual da população cuja expectativa de vida não atinge 40 anos, (2) o percentual da população analfabeta (3) e a média simples da (i) proporção de pessoas sem acesso a água potável e (ii) da proporção das crianças abaixo do peso⁴⁶. Cabe ressaltar que, freqüentemente, se perde informação sobre a pobreza de cada pessoa quando essa opção é escolhida.

A segunda opção é calcular a pobreza de cada pessoa (ou família) e depois a pobreza “total”. Quando isto é feito, talvez se percam informações (ou mesmo o significado) da pobreza em determinada dimensão.

Em alguns casos as escolhas acima podem ser revertidas e a pobreza “total” pode ser calculada das duas formas. Mais importante ainda, não se perdem informações sobre as dimensões ou os indivíduos. Isso é possível com uma agregação duplamente linear (bi-linear), como na

⁴⁶ Mais especificamente, o índice é dado por uma média generalizada que depende do parâmetro β . Sua fórmula é dada por: $IPH - 1 = [(P_1^\beta + P_2^\beta + P_3^\beta) / 3]^{1/\beta}$, onde $\beta=3$ e P_1, P_2 e P_3 representam os seus três componentes. Para maiores detalhes ver UNDP (1997).

fórmula abaixo, onde $P(x_{nj}, z_j)$ representa a pobreza da n -ésima pessoa na j -ésima dimensão e a_j é o peso da dimensão j .

$$P_{total} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \sum_{j=1}^J a_j P(x_{nj}, z_j)$$

No exemplo da renda (Y) e do uso do tempo (T), tem-se apenas duas dimensões sendo ($j = y, t$). Nesse caso, pode-se ver facilmente que a agregação duplamente linear permite o cálculo da pobreza das duas formas.

$$P_{total} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (a_y P(x_{ny}, z_y) + a_t P(x_{nt}, z_t)) = \left(\frac{a_y}{N} \sum_{n=1}^N P(x_{ny}, z_y) \right) + \left(\frac{a_t}{N} \sum_{n=1}^N P(x_{nt}, z_t) \right)$$

Passo 3: Escolha das medidas e das linhas de pobreza de cada dimensão.

O terceiro passo é escolher as linhas de pobreza de cada dimensão ($z_j, j=1, \dots, J$) e a forma funcional para medir as privações. No IPH-1, por exemplo, a expectativa de vida mínima de 40 anos pode ser vista como a linha de pobreza adotada em uma das suas três dimensões. Já no exemplo da renda (Y) e do uso do tempo (T), (z_t) representaria o tempo mínimo e indispensável que deveria ser dedicado ao lazer ou outras atividades relevantes (escolhidas previamente no primeiro passo da análise) e (z_y) representaria um limite mínimo para a renda.

A avaliação da pobreza do indivíduo ou da família (n) na dimensão (j) pode ser baseada em uma das medidas de pobreza vistas anteriormente na seção 1.2. Uma escolha associada ao índice de Foster, Greer e Thornbecke é: $\left(P(x_{nj}, z_j) = \left((z_j - x_{nj}) / z_j \right)^\alpha \cdot I_{(x_{nj} < z_j)} \right)$, onde ($\alpha \geq 0$) e ($I_{(x_{nj} < z_j)}$) é uma função indicadora que vale um se ($x_{nj} < z_j$) e zero caso contrário. No caso do IPH-1, por exemplo, ($\alpha = 0$) e a pobreza é avaliada pela função indicadora que mostra se a pessoa (ou família) tem ou não uma determinada característica (ex: expectativa de vida menor do que 40 anos).

Passo 4: Escolha dos pesos de cada dimensão.

Se a agregação das dimensões for linear, uma última escolha precisa ser feita. É necessário escolher a importância, os pesos (a_j), de cada dimensão (j). Se a agregação entre os indivíduos (ou famílias) também for linear (o que é feito com frequência), retorna-se ao caso bi-linear descrito anteriormente. Nesse contexto, o cálculo da contribuição de cada dimensão (j) para a pobreza é dada por $(\sum_{n=1}^N a_j P(x_{nj}, z_j)) / (\sum_{n=1}^N \sum_{j=1}^J a_j P(x_{nj}, z_j))$. Ou seja, num caso como este, é possível decompor a pobreza segundo suas dimensões⁴⁷.

Entretanto, nem sempre esse é o caso. Por exemplo, a agregação das dimensões do IPH-1 não é linear. Também não são lineares algumas medidas bem diferentes, que se baseiam na pobreza de cada família (ou indivíduo). Nesses casos, maior atenção deve ser dada à correlação dos atributos e seu efeito sobre a medida de pobreza⁴⁸. Se duas dimensões são tidas como substitutas então a privação em uma dimensão (ex. saúde) pode ser compensada ou amenizada em alguma medida por outra dimensão (ex. renda) e a privação conjunta nas duas dimensões constitui um quadro mais grave. Nesse contexto de substituição, o aumento da correlação dos atributos (ex. elevação da renda das pessoas saudáveis e redução da renda das pessoas enfermas) não pode reduzir o índice de pobreza. Analogamente, quando as dimensões se complementam, o aumento da correlação dos atributos não pode elevar à pobreza⁴⁹.

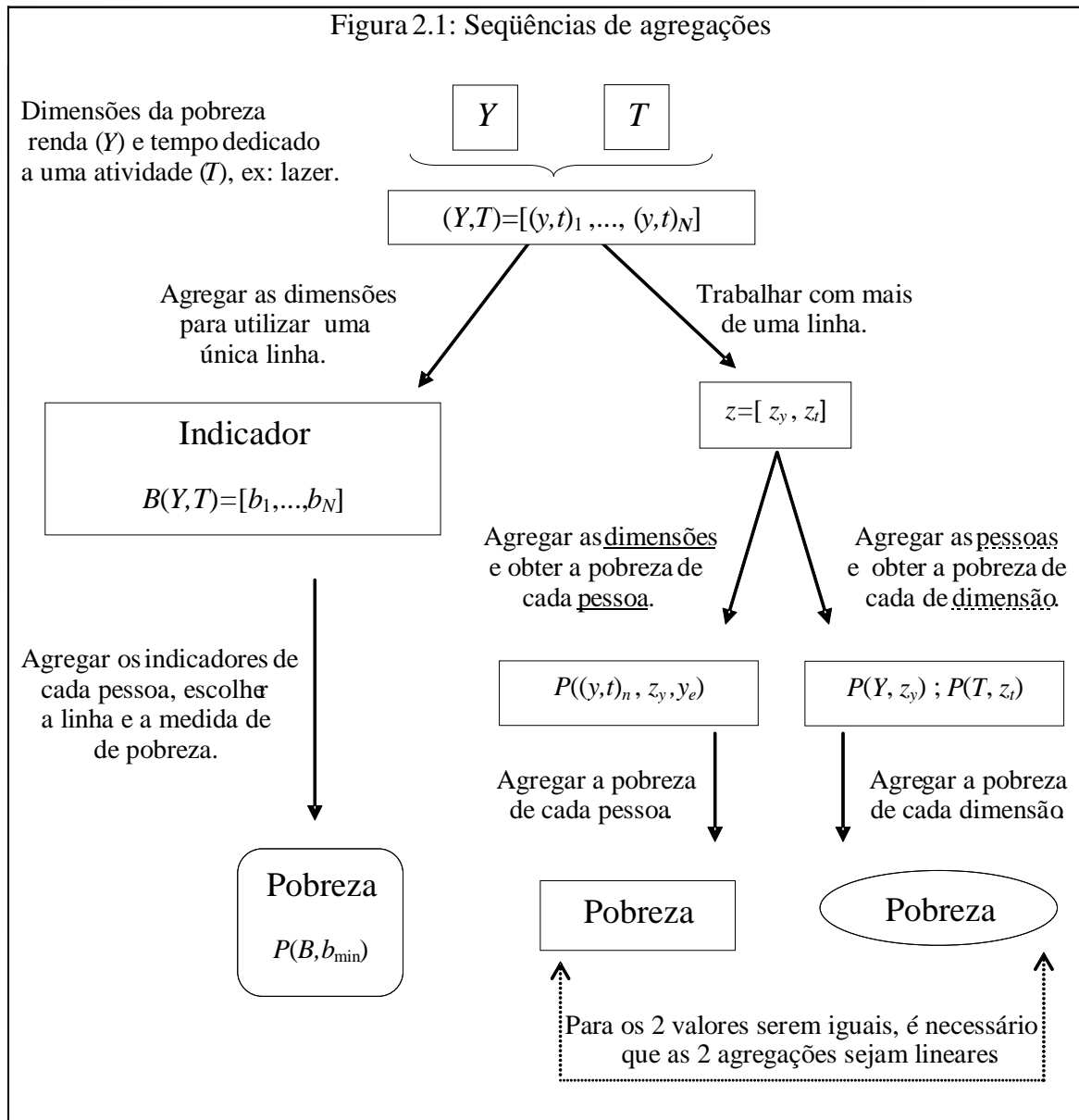
A figura 2.1, da próxima página, mostra as duas abordagens e as três sequências de agregações apresentadas para a construção de um índice de pobreza multidimensional. Tais possibilidades mostram como os índices de pobreza multidimensionais são flexíveis e levam a

⁴⁷CHAKRAVARTY, S (2009).

⁴⁸ Como será visto, muitas medidas bi-lineares são insensíveis ao aumento da correlação dos atributos. Isso dependerá da função $P(x_{nj}, z_j)$ adotada.

⁴⁹ A decomposição da pobreza por dimensão e o efeito da correlação dos atributos serão tratados com maior rigor quando a abordagem axiomática para a pobreza multidimensional for apresentada.

distintas avaliações sobre a extensão da pobreza. Nas próximas seções são apresentados alguns métodos utilizados para gerar medidas específicas.



Elaboração própria com base em SILBER, J. (2007).

2.4 – ABORDAGEM AXIOMÁTICA.

Recentemente, alguns autores⁵⁰ estenderam para o contexto multidimensional a abordagem axiomática iniciada por SEN, A. (1976). Essa abordagem avalia índices que utilizam uma linha de

⁵⁰ Ver, por exemplo, CHACRAVARTY, S.; MUKHERJEE, D.; RANADE, R. (1998), TSUI, K. (2002), BOURGUINON, F.; CHACRAVARTY, S. (2003), BIBI, S. (2005), CHAKRAVARTY, S.; SILBER, J. (2008), CHAKRAVARTY, S.; DEUTSCH, J.; SILBER, J. (2008), ALKIRE, S.; FOSTER, J. (2009), VÉLEZ, C.; ROBLES, M. (2008), CHACRAVARTY, S. (2009).

pobreza para cada dimensão (j). A tabela (2.2) mostra uma lista de axiomas que podem ser usados em tais avaliações⁵¹.

Tabela 2.2: Axiomas e Medidas de Pobreza

Axiomas	Significado
Foco	Se $(x_{nj} \geq z_j)$, então um aumento de (x_{nj}) não altera a pobreza
Normalização	Se $(x_{nj} \geq z_j)$ para todo (n) e (j) então o índice de pobreza é igual a zero ($P(X,z)=0$).
Anonimato ou Simetria	Uma permutação dos vetores de atributos (x_n) e $(x_{n'})$, associados aos indivíduos (n) e (n') , não altera a pobreza.
Invariabilidade à escala	A pobreza não se altera quando há uma mesma mudança na escala de uma dimensão (j) e na linha de pobreza associada (z_j).
Invariabilidade à replicação	A pobreza não muda quando (X) é replicada.
Decomponibilidade por Subgrupo	$P(X, z) = \sum_{k=1}^K P_k(N_k / N)$, onde (P_k) e (N_k) são a pobreza e a população do grupo (k) .
Continuidade Forte	A medida de pobreza é contínua em (X) e (z)
Monotonicidade (Forte)	Se $(x_{nj} < z_j)$, então um aumento de (x_{nj}) reduz a pobreza.
Transferência	$P(AX, z) \leq P(X, z)$, onde (A) é uma matriz formada por elementos positivos, com a soma de cada linha e cada coluna igual a (1) e pelo menos dois elementos estritamente positivos em uma mesma linha ou coluna.
Decomponibilidade por Fatores (Dimensões)	$P(X, z) = \sum_{j=1}^J a_j P(x_{.j}, z_j)$, onde $(x_{.j})$ é um vetor formado pelos elementos da coluna (j) da matriz (X) , $(\sum_{j=1}^J a_j = 1)$ e $(a_j \geq 0)$ para $(j=1, \dots, J)$.

⁵¹ Para maiores detalhes, ver CHACRAVARTY, S. (2009).

Pobreza Não Decrescente sob Aumentos de Correlação	Se os indivíduos (n) e (n^o) são pobres nas dimensões (j) e (j^*), então uma troca de atributos entre eles, que aumente a correlação entre essas duas dimensões, não pode reduzir a pobreza quando (j) e (j^*) são substitutas.
--	---

Obs: ($X = [x_{nj}]$), onde ($n=1, \dots, N$), ($j=1, \dots, J$). (x_{nj}) representa o valor da dimensão (j) atribuído ao indivíduo (n). (z_j) é a linha de pobreza da dimensão (j). ($x_{n\cdot}$) é um vetor formado pela n -ésima linha da matriz (X), contendo os valores de cada dimensão atribuídos ao indivíduo (n). ($x_{\cdot j}$) é um vetor formado pela j -ésima coluna da matriz (X), contendo os valores atribuídos da dimensão (j) atribuídos a cada indivíduo.

Quase todos axiomas da tabela 2.2 são claras extensões dos axiomas apresentados no capítulo (1), tendo basicamente a mesma interpretação. As exceções são os dois últimos axiomas. O axioma da *decomponibilidade por fatores* mostra simplesmente o interesse em índices que decompõem a pobreza segundo as suas dimensões. Ou seja, ele mostra o interesse por uma avaliação da “contribuição” de cada dimensão (j) para a pobreza observada. Para analisar a questão, esse axioma assume que a pobreza observada é dada pela “soma das partes” ($P(X, z) = \sum_{j=1}^J a_j P(x_{\cdot j}, z_j)$). Logo, a contribuição percentual de uma dimensão (j) para a pobreza é dada por $(100 \cdot a_j P(x_{\cdot j}, z_j) / \sum_{j=1}^J a_j P(x_{\cdot j}, z_j))$.

Caso o axioma da *decomposição por fatores* e da *decomposição por subgrupo* sejam utilizados juntos, a medida de pobreza toma a forma bi-linear $(P(X, z) = \sum_{j=1}^J a_j \sum_{n \in SP_j} P(x_{nj}, z_j) / N)$, onde (SP_j) representa o conjunto das pessoas que sofrem privações na dimensão (j) e ($P(x_{nj}, z_j)$) é a medida da privação da pessoa (n) na dimensão (j) segundo a linha de pobreza (z_j).

Além disso, se o axioma do *foco*, da *normalização*, da *monotonicidade* e das *transferências* também são adotados, então ($P(x_{nj}, z_j)$) pode ser reescrita como uma função ($h(x_{nj}/z_j)$), onde ($h: R_+^1 \rightarrow R^1$) é contínua, decrescente, convexa e ($h(x_{nj}/z_j)=0$) para todo ($x_{nj} \geq z_j$). Mais ainda, neste

caso a análise da pobreza pode proceder utilizando os dados da matriz censuradas (X^*) onde $(x_{nj}^* = \min\{x_{nj}, z_j\})$.

Pela escolha apropriada de $(h(x_{nj}/z_j))$, diferentes medidas de pobreza são geradas como, por exemplo, os índices multidimensionais de Watts (P^{MW}), de Foster, Greer e Thorbecke (P_α^{MFGT}) e de Chakravarty (P_η^{MCH}) apresentados na tabela (2.3):

Tabela 2.3: Índices de Pobreza Decomponíveis por Fatores e Subgrupos e Insensíveis ao Aumento da Correlação dos Atributos.

Índices Multidimensionais	$P(X^*, z) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \sum_{j=1}^J a_j h\left(\frac{x_{nj}^*}{z_j}\right), \sum_{j=1}^J a_j = 1, a_j \geq 0 \forall j=1, \dots, J$
Foster, Greer e Thorbecke $h(x_{nj}^* / z_j) = (1 - (x_{nj}^* / z_j))^{\alpha_j}$	$P_\alpha^{MFGT}(X^*, z) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \sum_{j=1}^J a_j \left(1 - \frac{x_{nj}^*}{z_j}\right)^{\alpha_j}, \alpha_j \geq 1 \forall j=1, \dots, J$
Watts $h(x_{nj}^* / z_j) = -\ln(x_{nj}^* / z_j)$	$P^{MW}(X^*, z) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \sum_{j=1}^J a_j \ln\left(\frac{z_j}{x_{nj}^*}\right)$
Chakravarty $h(x_{nj}^* / z_j) = 1 - (x_{nj}^* / z_j)^{\eta_j}$	$P_\eta^{MCH}(X^*, z) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \sum_{j=1}^J a_j \left(1 - \left(\frac{x_{nj}^*}{z_j}\right)^{\eta_j}\right),$ $0 < \eta_j \leq 1 \forall j=1, \dots, J$

Obs: (X^*) é uma matriz censurada onde $(x_{nj}^* = \{x_{nj}, z_j\})$. $(h: R_+^1 \rightarrow R^1, (x_{nj}^* / z_j) \rightarrow h(x_{nj}^* / z_j))$ é uma função contínua, decrescente, convexa e $(h(x_{nj}^* / z_j) = 0)$ para todo $(x_{nj}^* / z_j = 1)$. Além disso, as restrições da primeira linha, impostas sobre os pesos de cada dimensão (a_j), devem ser obedecidas nos casos especiais apresentados nas linhas seguintes: ($P^{MW}, P_\alpha^{MFGT}, P_\eta^{MCH}$)

Logo, tais índices se tornam úteis para os trabalhos que pretendem avaliar tanto a composição da pobreza de cada pessoa (ou família ou grupo específico) como a contribuição de cada componente e de cada pessoa para a pobreza agregada. Esses índices obedecem aos axiomas da tabela 2.2 inclusive ao axioma da *pobreza não decrescente sob aumentos de correlação* que remete à relação de substituição e complementaridade dos atributos (dimensões).

Na teoria do consumidor, o bem A é substituto (complementar) do bem B se um aumento do preço do bem B eleva (reduz) a quantidade demandada do bem A. Sendo assim, o uso desse critério para avaliar as relações entre os bens exige informações sobre os preços ou sobre os impactos diretos dos preços sobre o consumo de diferentes mercadorias. Raramente tais informações estão disponíveis para cada um dos atributos utilizados nos estudos de pobreza (ex. acesso a bens públicos, expectativa de vida etc.). Frequentemente é adotado outro conceito de substituição e complementaridade, baseado na abordagem ALEP (Auspitz, Lieben, Edgeworth e Pareto)⁵² que avalia o impacto do aumento do atributo B sobre a utilidade do bem A. Mais especificamente, dois bens são substitutos quando a utilidade marginal de um deles decresce quando o consumo do outro aumenta⁵³. No caso da pobreza, a definição de substituição pode ser dada a partir de uma medida de pobreza individual ($P(x_{n1}, \dots, x_{nj}, z)$) duplamente diferenciável e suas derivadas cruzadas. Com duas dimensões, por exemplo, os atributos (y) e (s) são substitutos quando $((\partial^2 P(x_{ny}, x_{ns}, z_y, z_s) / \partial x_{ny} \partial x_{ns}) > 0)$ para todo (x_{ny}, x_{ns}) . Em outras palavras, se (y) e (s) representam a renda e a saúde, pode-se dizer que um aumento da renda tem maior impacto sobre a pobreza daqueles que sofrem com problemas de saúde. O oposto ocorre se esses atributos fossem vistos como complementares. Nesse caso, os problemas de saúde restringiriam o bom aproveitamento da renda que deveria ser direcionada para as pessoas mais saudáveis.

O último axioma apresentado na tabela (2.2) se baseia no conceito de substituição e na troca de atributos. Considere que os indivíduos (n) e (n^o) sejam pobres nas dimensões (j) e (j^*). Considere também que (n) seja mais pobre que (n^o) na dimensão (j) e que o oposto ocorra na dimensão (j^*). Ou seja, $(x_{nj} < x_{n^o j} < z_j)$ e $(x_{n^o j^*} < x_{nj^*} < z_{j^*})$. Certamente (n) se tornará mais pobre que (n^o) nas duas dimensões caso eles troquem seus atributos da dimensão (j^*). De modo semelhante, se eles trocarem os seus atributos da dimensão (j), o indivíduo (n^o) se tornará mais

⁵² Ver, LENFANT, J-S. (2006).

⁵³ Para maiores detalhes, ver ATKINSON, A.; BOURGUIGNON, F. (1982), BOURGUIGNON, F.; CHAKRAVARTY, S. (2003), SILBER, J. (2007), BIBI, S. (2005).

pobre que (n) nas duas dimensões. As duas trocas aumentam a associação, a correlação dos atributos das dimensões (j) e (j^*) e justamente por isso são chamadas de *trocas que aumentam as correlações*. Bourguignon e Chakravarty⁵⁴ sugerem que tais trocas não reduzem o valor de uma medida de pobreza quando as dimensões forem substitutas. E sugerem o oposto (não haja aumento) para atributos (dimensões) complementares.

Repare que os índices da tabela (2.3) são insensíveis às *trocas que aumentam as correlações* dos atributos. Justamente por isso Bourguignon e Chakravarty sugerem uma medida sensível a tais trocas. O índice multidimensional de Bourguignon e Chakravarty ($P_{\delta,\beta}^{MBC}(X,z)$) é apresentado na tabela (2.4). Ele depende fundamentalmente de dois parâmetros (β) e (δ) e da privação de cada pessoa em cada dimensão medida por (g_{nj}). Quando ($\delta \geq \beta$), *trocas que aumentam as correlações* não reduzem o valor do índice ($\Delta P_{\delta,\beta}^{MBC}(X,z) \geq 0$). Por outro lado, ($\Delta P_{\delta,\beta}^{MBC}(X,z) \leq 0$) quando ($\delta \leq \beta$). Caso ($\delta = \beta$) esse índice se torne insensível a tais trocas. A tabela (2.4) apresenta dois casos especiais. No primeiro, ($\beta \rightarrow \infty$) e não há nenhum grau de substituição entre as privações de uma pessoa. No segundo caso, ($\delta = \beta = 1$), as privações são substitutas e se retorna à agregação duplamente linear⁵⁵.

Tabela 2.4: Índice de Bourguignon e Chakravarty

$P_{\delta,\beta}^{MBC}(X^*, z) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \left[\sum_{j=1}^J a_j g_{nj}^\beta \right]^{\delta/\beta}; \quad g_{nj} = \left(1 - \frac{x_{nj}^*}{z_j} \right), \beta \geq 1, \delta > 0, \sum_{j=1}^J a_j = 1, a_j \geq 0 \forall j = 1, \dots, J$	
$P_{\delta,\beta \rightarrow \infty}^{MBC}(X^*, z) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \left[\max(g_{n1}, \dots, g_{nJ}) \right]^\delta$	$P_{\delta=1,\beta=1}^{MBC}(X^*, z) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \sum_{j=1}^J a_j g_{nj}$

Obs: (X^*) é uma matriz censurada onde ($x_{nj}^* = \{x_{nj}, z_j\}$), ($P_{\delta,\beta}^{MBC}(X^*, z)$) é o índice multidimensional de

⁵⁴ Ver BOURGUIGNON, F.; CHAKRAVARTY, S. (2003), BIBI, S. (2005), CHAKRAVARTY, S. (2009)

⁵⁵ Na verdade, a elasticidade de substituição do índice de Bourguignon e Chakravarty para duas privações de uma mesma pessoa (g_{nj} e g_{nj^*}) é dada por ($\varepsilon = 1 / (\beta - 1)$). Logo, há pouca substituição entre (g_{nj} e g_{nj^*}) para valores elevados de (β), sendo ($\lim_{\beta \rightarrow \infty} \varepsilon = 0$). Além disso, ($\lim_{\beta \rightarrow 1} \varepsilon = \infty$) nesse último caso em que ($\beta = \delta = 1$).

Bourguignon e Chakravarty. A segunda linha mostra casos especiais onde ($\beta \rightarrow \infty$) ou ($\beta = \delta = 1$).

TSUI, K-Y. (2002) utiliza um conjunto de axiomas próximos aos apresentados nessa seção⁵⁶ e apresenta cinco índices distintos, sendo dois deles mais importantes. O primeiro deles agrega as informações de cada dimensão por uma função do tipo Cobb-Douglas: $\left(P_1^{MT}(X, z) = \sum_{n=1}^N \left(\prod_{j=1}^J (z_j / x_{nj}^*)^{\tau_j} - 1 \right) / N \right)$. Tal índice pode ser interpretado como outra extensão da medida de pobreza de CHAKRAVARTY, S. (1983), diferindo daquela apresentada na tabela (2.3). O segundo índice sugerido por TSUI, K-Y. (2002) é o próprio índice de multidimensional de Watts (P^{MW}) apresentado na tabela (2.3).

2.5 – TEORIA DA INFORMAÇÃO E A DIVERGÊNCIA ENTRE DISTRIBUIÇÕES.

Para MAASOUMI, E. (1984), MAASOUMI, E.; LUGO, M. (2008) e LUGO, M.; MAASOUMI, E. (2009) a agregação das informações de cada dimensão (j) deve ser feita por uma função individual (S_n) cuja distribuição ($S=[S_1, \dots, S_N]$) seja a mais próxima (menos divergente) da distribuição original dos atributos (X). No caso, a medida de divergência é dada por uma média ponderada das entropias relativas entre (S) cada uma das distribuições marginais (cada coluna de (X)). Mais especificamente, LUGO, M.; MAASOUMI, E. (2009) sugerem a medida (D_β) apresentada na tabela (2.5), onde (w_j) é o peso da coluna, do atributo (j).

Dessa forma, a agregação dos atributos se dá pela escolha de um (S) que minimize (D_θ) sujeito a restrição ($\sum_{n=1}^N S_n = 1$). Essa escolha (S^O) representa a solução ótima de um problema da

⁵⁶ Ele utiliza os axiomas da simetria (SM), invariância a replicação (IR), monotonicidade (MN), Foco (FC), continuidade (CN), consistência nos subgrupos (SC), pobreza não-crescente sob transferências mínimas (PDMT), pobreza não-decrescente sob rearranjos (PNR), invariância da escala à razão (RS), invariância ao conjunto de pobres (PCI), invariância da escala à translação (TS).

teoria da informação, minimizando a entropia relativa. Como mostra a terceira linha da tabela (2.5), a solução (S^O) depende de (β), sendo uma média generalizada dos atributos quando ($\beta \neq 0$) e uma função Cobb-Douglas quando ($\beta=0$).

Tabela 2.5: Agregação de atributos com Base na Divergência Mínima.

Medida de Divergência.	$D_\beta(S, X, w) = \sum_{j=1}^J w_j \left[\frac{1}{\beta(1-\beta)} \sum_{n=1}^N S_n \left[1 - (S_n/x_{nj})^\beta \right] \right]$	
Minimização	$\left(\min_{(S_1, \dots, S_N)} D_\beta \right) \text{ sujeita a restrição } \sum_{n=1}^N S_n = 1$	
Solução (S_1^O, \dots, S_N^O)	Quando $\beta \neq 0$	Quando $\beta = 0$
	$S_n^O \propto \left[\sum_{j=1}^J w_j x_{nj}^\beta \right]^{1/\beta}$	$S_n^O \propto \prod_{j=1}^J (x_{nj})^{w_j}$
Dados Censurados $x_{nj}^* = \min\{x_{nj}, z_j\}$	$S_n^O \propto \left[\sum_{j=1}^J w_j (x_{nj}^*)^\beta \right]^{1/\beta}$	$S_n^O \propto \prod_{j=1}^J (x_{nj}^*)^{w_j}$
Gaps $g_{nj} = 1 - (x_{nj}^*/z_j)$	$S_n^O \propto \left[\sum_{j=1}^J w_j (g_{nj})^\beta \right]^{1/\beta}$	$S_n^O \propto \prod_{j=1}^J (g_{nj})^{w_j}$

Obs: A terceira linha apresenta a agregação dos atributos (S_n^O), onde ($n=1, \dots, N$), para os casos em que ($\beta=0$) e ($\beta \neq 0$). As duas últimas linhas mostram casos especiais onde os atributos originais em (X) são substituídos por dados censurados e “gaps”. Para ($j=1, \dots, J$), ($w_j \geq 0$) mostra o peso da dimensão (j) e ($w_1 + \dots + w_J = 1$).

Essa agregação dos atributos originais (x_{n1}, \dots, x_{nJ}) pode ser interpretada como uma função de bem-estar ou utilidade associada ao indivíduo (n). Nesse caso, as curvas de indiferença de (S_n^O) devem ser convexas. Isso ocorre quando a função Cobb-Douglas é utilizada. Para a média generalizada essa convexidade se dá quando ($0 \neq \beta \leq 1$)⁵⁷. Entretanto, repare que a tabela (2.5) mostra que o método também pode ser usado para agregar outras informações vindas, por exemplo, de

⁵⁷ LUGO, M.; MAASOUMI, E. (2009). Além disso, para ($0 \neq \beta = (\sigma-1)/\sigma$), (S^O) se torna uma função do tipo CES, com elasticidade de substituição dada por (σ); ver MAASOUMI, E. (1986).

dados censurados onde $(x_{nj}^* = \min\{x_{nj}, z_j\})$ ou mesmo de uma avaliação mais direta das privações⁵⁸ onde $(g_{nj} = 1 - (x_{nj}^*/z_j))$. Mas para isso é preciso ter informação (ou determinação) sobre as linhas de pobreza de cada dimensão (atributo).

Uma vez estipuladas as linhas de cada dimensão (j) e a agregação (S_n^O), a pobreza pode ser calculada⁵⁹. Isso é feito na tabela (2.6) para a média generalizada, sendo o raciocínio análogo para a agregação Cobb-Douglas onde $(\beta=0)$ ⁶⁰. Mais especificamente, a primeira linha da tabela (2.6) mostra o cálculo da pobreza quando (S_n^O) agrega os atributos originais ou os seus valores censurados. Nesses casos, as linhas de pobreza são usadas para calcular um valor de referência (S_Z) ao qual cada (S_n^O) é comparado.

A segunda linha da tabela (2.6) mostra o índice de pobreza utilizado quando se agrega diretamente as privações de cada dimensão (j). Para esse índice as linhas de pobreza são usadas apenas no início da análise para calcular os valores de cada privação. Repare que esse índice é idêntico à medida de pobreza de Bourguignon e Chakravarty apresentada na tabela (2.4).

Tabela (2.6): Medidas de Pobreza com Base em Medidas de Divergências

Agregação	Linha(s)	Índice de Pobreza
$S_n^O = \left[\sum_{j=1}^J w_j x_{nj}^\beta \right]^{1/\beta} \quad \text{ou} \quad \left[\sum_{j=1}^J w_j (x_{nj}^*)^\beta \right]^{1/\beta}$	$S_Z^O = \left[\sum_{j=1}^J w_j z_j^\beta \right]^{1/\beta}$	$\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \left(1 - \frac{\min\{S_n^O, S_Z^O\}}{S_Z^O} \right)^\alpha$
$S_Z^O = \left[\sum_{j=1}^J w_j (g_{nj})^\beta \right]^{1/\beta}$	$Z = (z_1, \dots, z_J)$	$\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (S_n^O)^\alpha$

Obs : $(x_{nj}^* = \min\{x_{nj}, z_j\})$, $(g_{nj} = 1 - (x_{nj}^*/z_j))$.

⁵⁸ LUGO, M.; MAASOUMI, E. (2009) sugerem a restrição $(\beta \geq 1)$ para o cálculo da média generalizada dos “gaps”.

⁵⁹ Caso não haja informação sobre as linhas de cada dimensão, não é possível trabalhar com dados censurados ou com as diferentes privações (“gaps”). Mesmo assim, ainda é possível trabalhar com os dados originais (X), calcular a distribuição (S^O). Depois estipular uma linha de pobreza relativa (S_Z) como uma função da mediana ou da média de (S^O).

⁶⁰ Mais detalhes sobre essas medidas de pobreza baseadas em (S^O) podem ser obtidos em LUGO, M.; MAASOUMI, E. (2009).

2.6 – LÓGICA FUZZY

Nessa abordagem, a identificação e a mensuração da pobreza são baseadas em uma função de ligação (*membership function*, μ). Os valores de (μ) estão entre zero e um e indicam o grau de associação dos elementos analisados (ex. indivíduos, famílias) com um determinado conjunto (ex. os pobres). A associação é “perfeita” quando ($\mu=1$). Nesse caso, diz-se que o elemento pertence completamente ao conjunto. Quando ($\mu=0$), o elemento analisado não pertence ao conjunto. Ou seja, essa lógica (*fuzzy*) busca retratar a incerteza existente na avaliação da pobreza através da função de ligação (μ). Sendo assim, em alguns casos uma pessoa pode ser classificada como completamente pobre ou como não pobre. Em outros casos essa classificação não é perfeita, havendo algum grau de incerteza.

Muitas formas funcionais já foram propostas para (μ). Algumas delas dependem da definição prévia de limites superiores e inferiores para as privações (*Totally Fuzzy Approach*). Outras dependem da distribuição acumulada dos indicadores de privações (*Totally Fuzzy and Relative Approach*) ou mesmo da curva de Lorenz (*Integrated Fuzzy and Relative Approach*). Além disso, muitas das medidas de pobreza apresentadas anteriormente se baseiam em funções com valores entre zero e um, como por exemplo, $(\sum_{n=1}^N \sum_{j=1}^J a_j (g_{nj}))$, onde $g_{nj} = (1 - (x_{nj}^* / z_j)) \in [0,1]$ e podem ser interpretadas segundo a lógica *fuzzy*⁶¹. Nessa seção será apresentada a função de ligação proposta em VERO, J. (2006) e DEUTSCH, J.; SILBER, J. (2006). Como será visto, tal proposta dispensa a definição do peso e da linha de pobreza de cada dimensão para a criação de um indicador da privação individual, sendo a pobreza calculada a partir dele.

⁶¹ O leitor interessado pode obter mais detalhes sobre esses pontos em LEMMI, A.; BETTI, G (2006), DEUTSCH, J.; SILBER, J. (2005), LELLI, S. (2008), BETTI, G.; CHELI, B.; LEMMI, A.; VERMA, V. (2008), CHAKRAVARTY, S. (2006), LOPES, H., MACEDO, P., MACHADO, A. (2003), CARVALHO, M.; KERSTENETZKY, C.; VECCHIO, R. (2007), MUSSARD, S; ALPERIN, M. (2008), BÉRENGER, V.; VERDIER-CHOUCANE, A. (2007).

Considere novamente (x_{nj}) como o valor do atributo (j) da pessoa ou família (n) onde $(n = 1, \dots, N)$ e $(j=1, \dots, J)$. Defina (f_n) como a proporção dos indivíduos que são tão ou mais pobres que (n) , considerando conjuntamente todos os atributos. Por exemplo, tome o caso da pessoa (N) . Ela fará parte do grupo de pessoas tão ou mais pobres que (n) caso $(x_{Nj} \leq x_{nj} \forall j=1, \dots, J)$ e um atributo menor indique maior privação. É claro que (n) é tão pobre quanto ele mesmo.

Com base em (f_n) , pode-se criar uma medida (m_n) que mostra a privação para cada pessoa. Isso é feito na tabela (2.7). Repare que tanto (f_n) como (m_n) são obtidas da distribuição conjunta das variáveis, agregando ao mesmo tempo informações sobre as dimensões e indivíduos e criando um indicador unidimensional da vantagem (desvantagem) individual. Em seguida, a função de ligação (μ_n) é definida a partir das privações individuais, como mostra a tabela (2.7). No caso, (μ_n) é interpretada como a associação de cada pessoa (n) com o conjunto dos pobres. A medida de pobreza de (P^f) é dada pela média (primeiro momento) de (μ_n) .

Tabela 2.7: Medida de Privação, Função de Ligação e um Índice Fuzzy de Pobreza Multidimensional.

Indicador de Privação Individual	Função de Ligação	Índice Fuzzy Pobreza
$m_n = \frac{\ln(1/f_n)}{\sum_{n=1}^N \ln(1/f_n)}$	$\mu_n = \frac{m_n - \min\{m_1, \dots, m_N\}}{\max\{m_1, \dots, m_N\} - \min\{m_1, \dots, m_N\}}$	$P^f = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \mu_n$

Obs: (f_n) a proporção dos indivíduos que são tão ou mais pobres que (n) , considerando conjuntamente todos os indicadores.

2.7 – FUNÇÕES DE DISTÂNCIA E EFICIÊNCIA.

Uma função da distância dos insumos ou recursos (*input distance functions*) avalia se um resultado (ou um conjunto de resultados) pode ser obtido com menos recursos, ou seja, avalia se há recursos excedentes. Tal avaliação pode revelar a vantagem que um indivíduo (ou família) tem no

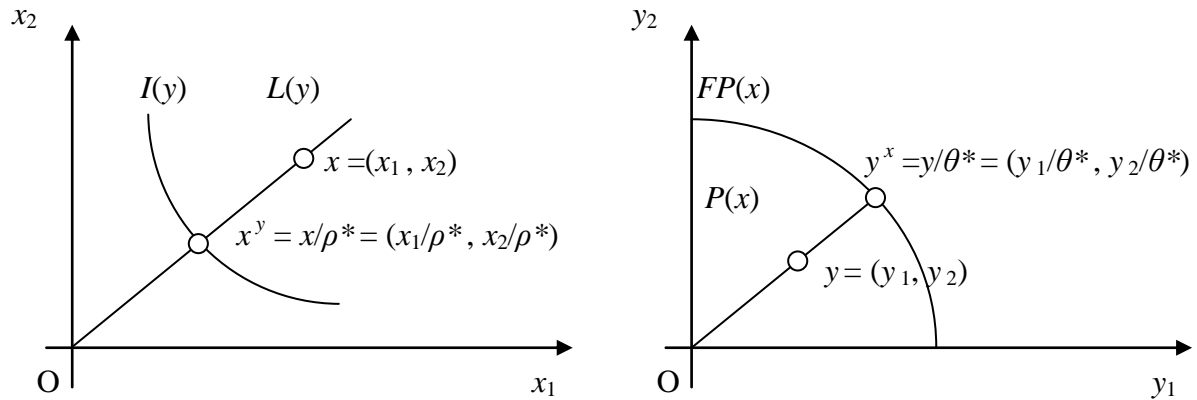
espaço dos recursos (ou insumos) quando se pretende atingir um resultado ou objetivo comum (ex: nível mínimo de utilidade ou bem-estar, realização de um conjunto mínimo de funcionamentos etc). Essa abordagem é utilizada em DEUTSCH, J.; SILBER, J. (2005), RAMOS, X.; SILBER, J. (2005), RAMOS, X. (2008) para estudar pobreza⁶².

Mais especificamente, considere (y) um vetor de resultados (ou realizações). Defina o conjunto de recursos capaz de produzir esse resultado como $(L(y)=\{x: x \text{ possa produzir } y\})$. Defina a isoquanta como $(I(y) = \{x: x \text{ produz exatamente } y\})$, ou seja, as combinações de recursos (ou insumos) que geram exatamente o resultado (y) . Como pode ser visto no gráfico (2.1), cada $(x \in L(y))$ define uma proporção de recursos (insumos) capaz de gerar o resultado (y) . Tal proporção é representada pela reta que sai da origem (O) e cruza o próprio ponto (x) . Repare que nesse gráfico, $(x^y = x/\rho^*)$ mostra os recursos mínimos necessários para se obter (y) , respeitando a proporção inicial de insumos observada em (x) . Por exemplo, quando $(\rho^*=2)$, é possível produzir o mesmo resultado com a metade de cada insumo; ou seja, existem recursos excedentes. Sendo assim, (ρ^*) se torna tanto um indicador desse excedente como um indicador da distância entre o ponto (x) e o ponto $(x^y \in I(y))$. Tendo isso em mente, defina a medida de distância como: $(D_{in}(x, y) = \max\{\rho \in R: (x/\rho) \in L(y)\})$. Ou seja, o valor máximo pelo qual os insumos podem ser divididos sem que o resultado (y) seja perdido. Logo, $(D_{in}(x, y) \geq 1 \forall x \in L(y))$. Sempre que $(x \in I(y))$, tem-se $(D_{in}(x, y) = 1)$, indicando que nesses pontos não há recursos excedentes. Além disso, a função $D_{in}(\cdot)$ é não decrescente, homogênea linear e côncava em (x) e decrescente em (y) ⁶³.

Gráfico 2.1: Função de Distância de Insumos ou Recursos $D_{in}(x, y) = \max\{\rho: (x/\rho) \in L(y)\}$. Gráfico 2.2: Função de Distância de Resultados ou Produtos $D_{out}(x, y) = \min\{\theta: (y/\theta) \in P(x)\}$.

⁶² Uma abordagem diferente da apresentada nessa seção pode ser obtida, por exemplo, em ANDERSON, G.; CRAWFORD, I.; LEICESTER, A. (2008).

⁶³ Ver RAMOS, X.; SILBER, J. (2005).



Desse modo, as vantagens individuais (os recursos excedentes) de duas pessoas (A , B) podem ser comparadas pelas distâncias $(D_{in}(x_A, y), D_{in}(x_B, y))$ onde (x_A, x_B) são os insumos dos indivíduos (A, B) e (y) é um vetor de resultados ou realizações mínimas e comuns. Entretanto, tais distâncias precisam ser estimadas em um contexto mais amplo onde (x_{nj}) representa o valor do recurso ou insumo (j) da pessoa ou família (n) onde $(n = 1, \dots, N)$ e $(j = 1, \dots, J)$. Para isso, defina $(v_{nj} = x_{nj}/x_{nJ})$ onde $j = 1, \dots, J-1$ e $(v_n = [x_{n1}/x_{nJ}, x_{n2}/x_{nJ}, \dots, x_{nJ-1}/x_{nJ}])$. Pelas propriedades da função distância temos $(1 \leq D_{in}(x_n, y))$ e $(D_{in}(x_n, y)/x_{nJ} = D_{in}(v_n, y))$. Logo, $(1/x_{nJ} \leq D_{in}(v_n, y))$. Isso implica que $(1/x_{nJ} = D_{in}(v_n, y) \cdot \exp(\varepsilon_n))$, onde $\varepsilon_n \leq 0$. Assumindo uma forma funcional translog⁶⁴ para a $(D_{in}(v_n, y))$, chega-se a equação abaixo.

$$\ln(1/x_{nJ}) = \alpha_0 + \sum_{j=1}^{J-1} \alpha_j \ln(v_{nj}) + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{J-1} \sum_{k=1}^{J-1} \alpha_{jr} \ln(v_{nj}) \ln(v_{nk}) + \varepsilon_n, \text{ onde } \varepsilon_n \leq 0$$

Esse modelo pode ser estimado, por exemplo, por COLS (corrected ordinary least squares)⁶⁵. Uma vez estimados os erros, a função de distância de cada pessoa pode ser calculada

⁶⁴ Outras formas funcionais também podem ser usadas. Por exemplo, DEUTSCH, J.; SILBER, J. (2005) usam a Cobb-Douglas.

⁶⁵ Esse método se dá em dois passos. No primeiro, estimam-se os parâmetros por OLS. Entretanto, a estimativa do intercepto (α_0) será enviesada e os resíduos terão valores positivos e negativos. Para corrigir isso, o segundo estágio altera o valor do intercepto de acordo com o maior dos resíduos. Isso garante que todos os resíduos terão valores menores ou iguais a zero. Outros estimadores como o de máxima verossimilhança também podem ser usados. Para isso, a estrutura dos erros é geralmente alterada. Uma breve apresentação desses métodos e da literatura de fronteira estocástica pode ser obtida em DEUTSCH, J.; SILBER, J. (2005) e GREENE, W. (2000, pag394-396).

como $(D_{in}(x_n, y) = \exp(\max\{\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_N\} - \varepsilon_n))$. DEUTSCH, J.; SILBER, J. (2005) interpretam essa distância como uma medida de padrão de vida que se presta para a comparação individual e ao estudo a pobreza⁶⁶.

Já RAMOS, X.; SILBER, J. (2005) e RAMOS, X. (2008) sugerem que essa distância seja calculada separadamente para cada dimensão de interesse, sendo avaliada, por exemplo, uma vantagem individual para a **saúde, educação, condições da moradia, status econômico, vida social e trabalho**. Para esses autores, uma segunda etapa da análise é verificar como essas vantagens são convertidas em bem-estar – agregação das dimensões. Isso é feito medindo a distância dos resultados de cada dimensão à fronteira de possibilidade de produção. O raciocínio, as definições de distância e os métodos de estimação são análogos. Defina $(P(x))$ como o conjunto de possibilidade de produção associado ao vetor de recursos (x) e $(FP(x))$ como a fronteira desse conjunto. Defina (y) como um vetor de resultados factíveis, $(y \in P(x))$. O gráfico (2.2) mostra que para um ponto como esse, a distância da fronteira pode ser representada por $(\theta^* \leq 1)$ ⁶⁷. Tendo isso como base, tome $(D_{out}(y, x) = \min\{\theta \in R : (y/\theta) \in P(x)\})$ como a distância de resultado. Essa função é não-decrescente, homogênea linear e côncava em (y) e é decrescente em (x) . Além disso, $(D_{out}(y, x) \leq 1 \forall y \in P(x))$ com igualdade estrita quando $(y \in FP(x))$.

Para estimar essas distâncias, transforme os dados como antes e use, por exemplo, a função translog e COLS. Depois, utilize a estimativa do vetor de erros corrigidos (u) para calcular $(D_{out}(y_n, x) = \exp(\min\{u_1, \dots, u_N\} - u_n))$. Tome essa distância como indicador de vantagem individual e calcule a estatística de interesse segundo a distribuição desses valores. Para o cálculo

⁶⁶ Mais precisamente, a medida de padrão de vida de DEUTSCH, J.; SILBER, J. (2005) é dada pela razão entre $(D_{in}(x_n, y))$ e a distância mínima observada que vale 1.

⁶⁷ Lembre-se que isso ocorre quando se respeita a proporção inicial dos resultados, observada inicialmente e representada pela reta que sai da origem e cruza o próprio ponto (y) . Sendo assim, $(\theta^*=0,7)$ mostra que o resultado obtido (y) atingiu apenas 70% do seu potencial (y^x) .

da pobreza, RAMOS, X. (2008) sugere o uso de uma linha de pobreza relativa de 60% ou 80% da mediana.

2.8 – POBREZA SUBJETIVA E SATISFAÇÃO.

Uma análise subjetiva considera que as pessoas são capazes de avaliar a vida que levam e revelar informações úteis sobre a pobreza. Nesse contexto, os julgamentos individuais formam as bases para a comparação interpessoal⁶⁸. Os pesquisadores podem perguntar, por exemplo, o valor mínimo da renda necessário para a família. Outra possibilidade é perguntar como cada pessoa avalia a própria renda, consumo, moradia, modo de vida etc. Com frequência as respostas para essas perguntas são medidas, em uma escala discreta ou por categorias como ruim, insuficiente, adequada etc.

PRAAG, B.; FERRER-i-CARBONELL, A. (2008), por exemplo, estudam a pobreza segundo um grau de **satisfação geral e de seis domínios específicos (dimensões): satisfação com o trabalho, a moradia, a saúde, o lazer, as finanças e o ambiente em que vive**. Em cada caso, a satisfação é mensurada em uma escala de (0) até (10). Certamente, diferentes interpretações podem ser dadas para uma resposta nessa escala. Uma possibilidade é tomar os valores respondidos como representações ordinais. Outra possibilidade é interpretar as respostas como aproximações de uma escala cardinal. Nesse segundo caso, uma resposta (4) indica que a satisfação atual representa aproximadamente (40%) da satisfação obtida no melhor cenário (10).

Tome o caso da satisfação financeira (S) e assuma que ela dependa do vetor de variáveis explicativas (x). Além disso, adote a interpretação cardinal de PRAAG, B.; FERRER-i-

⁶⁸ Ver, por exemplo, GOEDHART, T. *et al.* (1977), PRAAG, B.; GOEDHART, T.; KAPTEYN, A. (1980). VOS, K.; GARNER, T. (1991), ANAND, P.; HEES, M. (2006), PARDHAN, M.; RAVALLION, M. (2000), PRAAG, B.; FRIJTERS, P.; FERRER-i-CARBONELL, A. (2003). PRAAG, B.; FERRER-i-CARBONELL, A. (2008), ROJAS, M. (2008), POWDTHAVEE, N. (2007), NERI, M. (2009). Ver também o estudo sobre comparações de renda e bem-estar de SENIK, C. (2009).

CARBONELL, A. (2008). Assuma que essa satisfação possa ser escrita como uma função ($S(x'\beta) \in [0,1]$). Escolha a distribuição acumulada da normal padrão para representar essa função, ($S = \Phi(x'\beta) \in [0,1]$). Isso significa que a partir da inversa dessa função e de um grau de satisfação específico como, por exemplo, (0.4) ou (40%), se pode escrever: ($\Phi^{-1}(0.4) = x'\beta$). Tal equação determina com clareza os valores de (x) que geram (40%) de satisfação financeira. O conjunto formado por esses valores define uma curva de nível (ou indiferença) e mostra como os diferentes atributos em (x) podem ser alterados ou substituídos sem que o grau de satisfação se modifique. Por exemplo, se (x) é composto pela renda (y) e pelo tamanho da família (f), então a equação ($\Phi^{-1}(0.4) = \beta_0 + y\beta_1 + f\beta_2$) define a curva de nível que mostra como a renda precisa “acompanhar” o tamanho da família para que a satisfação financeira de (40%) seja mantida⁶⁹. Além disso, essa última equação define uma linha de pobreza de renda para cada tamanho familiar (f) quando o grau de satisfação mínimo é estabelecido em (40%). Mas repare que mesmo no caso improvável em que a renda não é determinante ($\beta_1 = 0$), ainda assim a pobreza poderia ser identificada pela linha subjetiva de satisfação de (40%).

Entretanto, assume-se que a satisfação reportada (S^R) seja uma aproximação do grau de satisfação verdadeiro não observado (S). Isso ocorre graças à natureza discreta das respostas que indica apenas se a satisfação pertence a um intervalo. Ou seja, assume-se que cada valor reportado tem uma associação direta e bem definida com um intervalo previamente definido pelo pesquisador. Por exemplo:

$$(S^R = 4) \Leftrightarrow (0.35 < S \leq 0.45) \Leftrightarrow (0.35 < \Phi(x'\beta) \leq 0.45) \Leftrightarrow (\Phi^{-1}(0.35) < x'\beta \leq \Phi^{-1}(0.45)).$$

Incluindo um termo de erro aleatório (v) e definindo a variável latente ($s = x'\beta + v$), tem-se

⁶⁹ No caso, $\left(\Delta y = -\frac{\beta_2}{\beta_1} \Delta f \right)$.

$$\left\{ \begin{array}{l} (S^R = 4) \Leftrightarrow (\Phi^{-1}(0.35) < \underbrace{x' \beta + v}_S \leq \Phi^{-1}(0.45)) \\ \Pr(S^R = 4) = \Pr(\Phi^{-1}(0.35) < \underbrace{x' \beta + v}_S \leq \Phi^{-1}(0.45)) \\ = \Pr(v \leq \Phi^{-1}(0.45) - x' \beta) - \Pr(v \leq \Phi^{-1}(0.35) - x' \beta) \end{array} \right.$$

Assim, a probabilidade de uma pessoa reportar um grau de satisfação igual a quatro ($\Pr(S^R=4)$) depende fundamentalmente do intervalo estipulado ($0.35 < S \leq 0.45$) e da distribuição dos erros (v). Repare que um desenvolvimento análogo pode ser feito para cada valor respondido ($S^R = 0, 1, 2, \dots, 10$) e uma escolha apropriada de intervalos. PRAAG, B.; FERRER-I-CARBONELL, A. (2008) assumem que os erros têm distribuição normal e denominam esse modelo de Probit Cardinal. Mas repare que ele é um caso particular do que é conhecido como regressão intervalar (*interval regression*), de valores agrupados (*group-wise*) ou dados de intervalos codificados (*interval-coded data*). Tal especificação se diferencia dos modelos Logit/Probit ordenados tanto na interpretação dos resultados como na definição dos intervalos que são estabelecidos previamente pelo pesquisador em vez de estimados⁷⁰.

O Probit Cardinal pode ser estimado por máxima verossimilhança, e a estimativa de (β) interpretada como o impacto de atributos pessoais (ou familiares) sobre a satisfação financeira.

Quando se pretende investigar outras dimensões além da financeira, uma representação semelhante pode ser feita, por exemplo, ($S_j = \Phi(s_j)$) onde $s_j = x' \beta_j + v_j$, $j=1, \dots, J$). E um nível mínimo de satisfação para cada dimensão pode ser estipulado (ex. 40%). Entretanto, a estimação dos parâmetros desses modelos pode ser mais complicada, envolvendo integrais múltiplas em (J) dimensões. Isso ocorre quando os erros são correlacionados e as normais não são independentes. Uma situação como essa não é muito difícil de imaginar. Tome o caso de uma pessoa otimista. Quando o otimismo não é modelado explicitamente, seu efeito é captado apenas nos termos de erro

⁷⁰ Uma apresentação dos modelos Probit e Logit Ordenados e de Regressão Intervalar pode ser vista em WOOLDRIDGE J. (2002, pag. 504-509). Ver também, MADDALA, G. (1983), TRAIN, K. (2009), STEWART, M. (1983), FERRER-i-CARBONELL, A.; FRIJTERS, P. (2004). PRAAG, B.; FERRER-i-CARBONELL, A. (2006).

que podem ser relativamente elevados em cada dimensão. Ou seja, o otimismo cria correlação entre os erros e “dependência” entre as dimensões. Em casos como esses, PRAAG, B.; FERRER-I-CARBONELL (2008) sugerem um procedimento de estimação alternativo de (2) passos. No primeiro passo é calculado o valor esperado de (s_j) em cada intervalo, assumindo normalidade⁷¹. Depois esses valores esperados são regredidos nas variáveis explicativas (x) em um sistema de regressões aparentemente não relacionadas (*SUR*), sendo uma equação para cada dimensão. Nesse caso, a estimativa de cada (β_j) mantém a interpretação usual, indicando o impacto dos atributos sobre a satisfação da dimensão (j).

Como pode ser visto, na descrição acima, essa abordagem identifica com facilidade o conjunto de pobres em cada dimensão por uma linha subjetiva de satisfação (ex. 40%). Além disso, essa abordagem pode disponibilizar com certa simplicidade informações sobre o nível agregado de satisfação e pobreza. Para isso basta perguntar para cada pessoa a satisfação dela considerando conjuntamente as dimensões de interesse. Também fica claro que grande parte do esforço se dá na identificação de variáveis explicativas e seus efeitos sobre o grau de satisfação, como por exemplo a renda. Com base nessas informações são criadas variáveis derivadas como, por exemplo, uma linha de pobreza de renda condicionada ao tamanho familiar. Isso é feito reconhecendo que o nível exato de satisfação é desconhecido, sendo os valores reportados determinados por variáveis latentes (não observadas).

2.9 - Outras Abordagens para Variáveis Latentes: Componentes Principais, Correspondência Múltipla, Fatores Comuns, MIMIC e SEM.

Nessa seção são abordadas algumas técnicas estatísticas multivariadas aplicadas ao estudo da pobreza, qualidade de vida etc. Essas técnicas são muito úteis para lidar com conjuntos de

⁷¹ Lembre-se que se $L \sim N(\mu, \sigma^2)$, então $E\left(\frac{L-\mu}{\sigma} \mid A < \frac{L-\mu}{\sigma} \leq B\right) = \frac{[\phi(A) - \phi(B)]}{[\Phi(B) - \Phi(A)]}$, onde $\phi(\bullet)$ e $\Phi(\bullet)$ representam a função de densidade e a acumulada da normal padrão.

dados correlacionados em que algumas variáveis ou indicadores revelam informações semelhantes, representando diferentes medidas de um fenômeno (ou fator latente). Mais especificamente, assume-se que um objeto de interesse (ex, bem-estar ou capacidades, renda permanente, riqueza ou outro conceito de vantagem individual) não pode ser observado diretamente, mas se manifesta em outras variáveis ou indicadores observados. Além disso, assume-se que cada um desses indicadores é uma medida parcial ou imperfeita, uma aproximação do objeto de interesse. Como será visto, essa é a interpretação dada à análise de fatores comuns (CF), aos modelos de indicadores múltiplos e múltiplas causas (MIMIC) e aos modelos de equações estruturais (SEM). Com frequência essa interpretação também é dada à análise de componentes principais (PCA). Entretanto, deve ser lembrado que PCA é uma técnica descritiva que busca retratar a variabilidade observada nos dados em um “pequeno” número de dimensões⁷². Nesse sentido é uma técnica de agregação e redução de dados⁷³. Essa seção comenta brevemente essas técnicas. Para isso utilizará uma notação muito próxima de KRISHNAKUMAR, J.; NAGAR, A. (2008) e apresenta vários resultados desse mesmo artigo⁷⁴.

A análise de componentes principais é utilizada com frequência no estudo do bem-estar, qualidade/padrão de vida e pobreza. Alguns exemplos são SLOTTJE, D. (1991), KLASSEN, S. (2000), DINIZ, F. (2005), ZELLER, M. et al. (2006), MCGILLIVRAY, M. (2005), RAHMAN, T. (2007), NERI, M. (2009), ROCHE, J. (2008), MOSER, C.; FELTON, A. (2009). A idéia por trás dos componentes principais é encontrar combinações lineares ortogonais de um conjunto de indicadores ou variáveis que retratem da melhor forma possível a variância original dos dados.

⁷² Análise de correspondência múltipla (MCA) também é uma técnica descritiva. A MCA pode ser vista como uma aplicação da análise de componentes principais em que a matriz de dados é modificada e chamada de indicatriz (*indicatrix*). Tal análise é especialmente útil para trabalhar com dados categóricos. Essa análise não será apresentada mas o leitor interessado pode encontrar sua aplicação ao estudo da pobreza em ASSELIN, L-M. (2009) e BOOYSEN, F. et al. (2008), . Uma descrição mais geral é dada em GREENACRE, M.; BLASIUS, J. (2006).

⁷³ Entretanto, sob algumas condições, pode-se mostrar que estimadores obtidos na análise de componentes principais e de fatores comuns são os mesmos e que os dois métodos são equivalentes. Reforçando a interpretação da variável latente. Ver KRISHNAKUMAR, J.; NAGAR, A. (2008). Além disso, apesar da estrutura dos modelos e dos métodos de estimação diferirem, as duas análises podem produzir resultados semelhantes como no exemplo de HAIR JR. et al. (2010, cap. 3).

⁷⁴ Entretanto, a apresentação desses temas também pode ser encontrada em outros textos como JOHNSON, R.; WICHERN, D. (2007), HAIR JR. et al. (2010), JOLLIFFE, I. (2002), RENCHER, A. (2002), TIMM, N. (2002), LATTIN, J.; CARROLL, J.; GREEN, P. (2003), SKRONDAL, A.; RABE-HESKETH, S. (2004), MUTHEN, B. (1998-2004) etc.

Para isso, denote o vetor de variáveis observadas (e centradas) por (y) e seu transposto por $(y'=[y_1, \dots, y_J])$ e sua matriz de covariância por $(V(y)=\Sigma)$. Denote os componentes principais por $(p_c = a_c' y = a_{c1}y_1 + \dots + a_{cJ}y_J)$ onde $(c=1, \dots, J)$. Ou seja, cada componente principal representa uma única variável dada por uma soma ponderada das variáveis originais e o vetor de pesos (a_c) com transposto $(a_c' = [a_{c1}, \dots, a_{cJ}])$. Sendo assim, aos (J) indicadores originais $(y'=[y_1, \dots, y_J])$, são associadas (J) variáveis novas, chamadas de componentes principais $(p'=[p_1, \dots, p_J])$.

Em conjunto, os componentes principais apresentam a mesma dimensão dos dados originais (J) e retratam a variabilidade de (y) com exatidão. Geralmente, os componentes principais são ordenados segundo a sua importância na variabilidade. Dessa forma o primeiro componente (p_1) apresenta mais variabilidade que o segundo componente (p_2) . Do mesmo modo, a variabilidade de (p_2) é maior que de (p_3) e assim por diante. Obviamente os últimos componentes são menos importantes.

Quando (p_1) capta grande parte da variabilidade (por exemplo, 95%), a concentração exclusiva da análise no primeiro componente acarreta uma perda relativamente pequena (por exemplo, 5%). Na medida em que os demais componentes (p_2, \dots, p_J) são excluídos da análise, há uma clara redução das dimensões. Sendo assim, o primeiro componente define a agregação e o peso dos indicadores originais $(p_1 = a_1' y = a_{11}y_1 + \dots + a_{1J}y_J)$. Mesmo quando o primeiro componente não capta muito da variabilidade, a agregação pode ser feita pela média ponderada dos componentes principais $(\bar{p} = w' p = w_1p_1 + \dots + w_Jp_J)$ onde os pesos em (w) são determinados pela participação de cada componente na variabilidade total. Por exemplo, se (p_1, p_2, \dots, p_J) captam respectivamente (40%, 10%, ..., 1%) da variabilidade, os seus pesos são $(w_1=0.4, w_2=0.1, \dots, w_J=0.01)$.

Nesse momento cabe uma definição precisa para os vetores (a_c) que determinam os componentes principais para a importância (ou peso) dos componentes na variabilidade total (w) .

Os vetores (a_c) são na verdade autovetores da matriz de covariância dos indicadores originais (Σ). No caso, o primeiro componente principal ($p_1 = a_1' y$) é obtido a partir do autovetor (a_1), associado ao maior autovalor (θ_1) da matriz (Σ). O segundo componente é obtido a partir do autovetor (a_2), associado ao segundo maior autovalor (θ_2) da matriz (Σ). E assim por diante. A variância de cada componente principal é dada pelo autovalor correspondente, ($V(p_c) = \theta_c$) onde ($c=1, \dots, J$). A importância (ou peso) do componente principal para a variabilidade total pode ser calculada de acordo com a participação na variância total ($w_c = \theta_c / [\theta_1 + \dots + \theta_J]$). Na prática, (Σ) não é conhecida e os autovalores e autovetores são calculados a partir de uma matriz de covariância amostral⁷⁵. Essas informações são resumidas na tabela (2.8).

Uma vez determinada a vantagem individual pelo primeiro componente (p_1) ou pela soma ponderada (\bar{p}), a análise segue normalmente. Define-se uma linha de pobreza para essas medidas (ex. 60% da mediana de p_1), e se escolhe um índice (ex. P_0 , P_1 ou P_2). Outras possibilidades é trabalhar com os componentes principais mais importantes (com maior w_c) que possam ser associados a dimensões específicas. Ou seja, um componente que agregue indicadores de saúde, outro que agregue indicadores de habitação e moradia, e assim por diante. Depois disso, defina as linhas de pobreza e calcule a um dos índices multidimensionais apresentados anteriormente com base os valores dos componentes.

Os modelos de fatores comuns (CF) também são usados para avaliar o desenvolvimento social e econômico, bem-estar, capacidades e pobreza⁷⁶. Tal modelo assume que os indicadores observados são gerados por pelo menos uma variável latente (chamada de fator) e um termo de erro. Mais precisamente, ($y = \Lambda f + \varepsilon$) onde (ε) é o vetor de erros aleatórios e (Λ) é a matriz de coeficientes que mostra o impacto dos fatores não observados (f) sobre os indicadores escolhidos

⁷⁵ Esses resultados são apresentados em KRISHNAKUMAR, J.; NAGAR, A. (2008). Nessa abordagem, os componentes principais são obtidos pela decomposição espectral da matriz de covariância. Uma segunda possibilidade seria obter seus valores a partir da decomposição por valor singular da matriz de dados ($Y_{N \times J} = [y_{nj}]$, onde $n=1, \dots, N$, $j=1, \dots, J$). Os resultados são equivalentes. Para maiores detalhes ver, por exemplo, JOLLIFFE, I. (2002), LATTIN, J.; CARROLL, J.; GREEN, P. (2003), JOHNSON, R.; WICHERN, D. (2007), RENCHER, A. (2002), TIMM, N. (2002).

⁷⁶ Veja, por exemplo, ADELMAN, I.; DALTON, G. (1971), SAHN, D.; STIFEL, D. (2003), LELLI, S. (2008), NAGA, R.; BOLZANI, E. (2008), LUZZI, G.; FLÜCKIGER, Y.; WEBER, S. (2008).

(y). Por exemplo, GOLDBERGER, A. (1972), NAGA, R.; BOLZANI, E. (2008) sugerem que a renda permanente não pode ser observada diretamente mas que seu valor esteja ligado a alguns indicadores como a renda familiar e as despesas com consumo. No caso, esses indicadores são vistos como medidas imperfeitas, determinadas pelo valor da renda permanente mais um erro. Nesse exemplo (f) representa apenas um fator (a renda permanente) que explica a renda e consumo observados (y). A influência da renda permanente sobre o consumo e a renda é dada por (Λ).

Nesses modelos os objetos de interesse (Λ) e (f) não são observados. Contudo, suas estimativas podem ser feitas com base na associação dos indicadores escolhidos, retratada pela matriz de covariância ($V(y)$). Para isso, algumas hipóteses são adotadas. Assuma que ($V(f)=I$) e ($V(f,\varepsilon)=0$)⁷⁷. Desse modo, a associação entre os indicadores passa a ser explicada pelo impacto das variáveis latentes e pela dispersão do termo de erro: ($V(y)=\Lambda\Lambda'+\Psi$), onde ($\Psi=V(\varepsilon)$). Assuma também que ($\Gamma=\Lambda'\Psi^{-1}\Lambda$) seja uma matriz diagonal por uma questão de identificação. Em seguida estime os parâmetros de (Λ) e (Ψ) com base na covariância amostral dos indicadores e na sua estrutura teórica. Isso pode ser feito pelo método da máxima verossimilhança, assumindo-se normalidade. Com os valores (estimados) de (Λ) e (Ψ), os fatores podem ser calculados como ($f=(I+\Gamma)^{-1}\Lambda'\Psi^{-1}y$). Esses resultados⁷⁸ estão na tabela (2.8).

Uma vez estimado (f), segue a análise da pobreza. Por exemplo, se a renda permanente for o único fator estimado, os valores de (f) poderiam substituir o consumo e a renda observada no cálculo dos índices de pobreza.

Tabela 2.8: Técnicas de Redução de Dados e Modelos com Fatores Latentes.

⁷⁷ $V(f) = E[(f-E(f))(f-E(f))']$ e $V(f, \varepsilon) = E[(f-E(f))(\varepsilon-E(\varepsilon))']$.

⁷⁸ Ver KRISHNAKUMAR, J.; NAGAR, A. (2008). Outras apresentações e métodos de estimação podem ser encontrados, por exemplo, em LATTIN, J.; CARROLL, J.; GREEN, P. (2003), JOHNSON, R.; WICHERN, D. (2007), RENCHER, A. (2002), TIMM, N. (2002).

Componentes Principais	$\left(\begin{array}{l} p_c = a_c' y = a_{1c} y_1 + \dots + a_{Jc} y_J \\ V(p_c) = \theta_c \\ \text{onde } c = 1, \dots, J \end{array} \right) \Leftrightarrow \left(\begin{array}{l} p = A'_{J \times J} y_{J \times 1} \\ V(p) = \Theta_{J \times J} = \text{diag}[\theta_1 \dots \theta_J] \end{array} \right),$ $w_c = \theta_c / [\theta_1 + \theta_2 + \dots + \theta_J],$ <p>onde $A = [a_1 \dots a_J]$ é a matriz formada pelos autovalores associados aos autovetores $[\theta_1 > \theta_2 > \dots > \theta_J]$ da matriz $V(y) = \Sigma$.</p>
Modelo de Fatores	$y = \Lambda f + \varepsilon,$ $V(f) = I, V(f, \varepsilon) = 0, V(\varepsilon) = \Psi,$ $V(y) = \Lambda \Lambda' + \Psi,$ <p>Normalidade,</p> $f = (I + \Lambda' \Psi^{-1} \Lambda)^{-1} \Lambda' \Psi^{-1} y, \text{ onde } \Lambda' \Psi^{-1} \Lambda \text{ é uma matriz diagonal.}$
SEM	$A f + B x + u = 0,$ $y = \Lambda f + \varepsilon,$ $V(\varepsilon) = \Psi, V(u) = \Omega, V(x, u) = 0, V(f, \varepsilon) = 0, V(u, \varepsilon) = 0,$ $V \begin{pmatrix} y \\ x \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \Lambda A^{-1} (B V(x) B' + \Omega) A^{-1} V' + \Psi & \Lambda A^{-1} V(x) \\ V(x) A^{-1} \Lambda' & V(x) \end{bmatrix}$ <p>Normalidade,</p> $f_n = \begin{pmatrix} I - A^{-1} \Omega A^{-1} \Lambda (\Lambda A^{-1} \Omega A^{-1} \Lambda' + \Psi)^{-1} A^{-1} B x_n \\ + A^{-1} \Omega A^{-1} \Lambda (\Lambda A^{-1} \Omega A^{-1} \Lambda' + \Psi)^{-1} y_n \end{pmatrix}.$

Obs: (y) é um vetor de indicadores. (p_c) é um componente principal. (f) representa o vetor de fatores latentes. (x) é o vetor de variáveis exógenas. (ε) e (u) são vetores de erros. ($V(\cdot)$) representa a matriz de covariância de uma variável aleatória.

O modelo de fator apresentado na tabela (2.8) pode ser estendido de varias formas.

JÖRESKOG, K.; GOLDBERGER, A. (1975) propõem o modelo MIMIC (múltiplos indicadores,

múltiplas causas) em que os indicadores (y) são determinados por um fator latente (f) o qual é explicado pelas variáveis exógenas (x). Basicamente, os autores adicionam uma equação ao modelo de fator. Essa nova equação mostra como o fator é determinado (ou causado) pelas variáveis exógenas: ($f=b'x+\epsilon$).

KRISHNAKUMAR, J.; NAGAR, A. (2008) apresentam as equações do modelo MIMIC quando há mais de um fator latente. As duas equações do modelo são ($y=\Lambda f +\epsilon$) e ($f=Bx+\epsilon$) onde (f) representa um vetor de fatores latentes, (Λ) e (B) são matrizes de coeficientes, (ϵ) e (ϵ) são termos (vetores) de erros com ($V(\epsilon)=\Psi$) e ($V(\epsilon)=\sigma^2I$). Nesse caso, a estimativa dos fatores pode ser obtida por ($f=(I+\Lambda'\Psi^{-1}\Lambda)^{-1}Bx + (I+\Lambda'\Psi^{-1}\Lambda)^{-1}\Lambda'\Psi^{-1}y$). Como se pode ver, essa última equação é composta por dois termos, o primeiro associado às causas e o segundo aos indicadores. Além disso, o segundo termo é idêntico ao estimador do modelo de fator apresentado antes. Isso significa que o estimador do modelo MIMIC se reduz ao estimador do modelo de fator quando não há variáveis exógenas (x), como já era esperado.

O modelo MIMIC foi usado, por exemplo, em KUKLYS, W. (2005), DI TOMMASO, M. (2007), RAHMAN, T.; MITTELHAMMER, R.; WANDSCHNEIDER, P. (2010), NAGA, R.; BOLZANI, E. (2008). O estudo de KUKLYS, W. (2005) estima dois fatores, um associado à saúde e outro à moradia. DI TOMMASO, M. (2007) investiga capacidades e bem-estar infantil. RAHMAN, T.; MITTELHAMMER, R.; WANDSCHNEIDER, P. (2010) estimam um único fator latente, a qualidade de vida. Já NAGA, R.; BOLZANI, E. (2008) utilizam o modelo MIMIC para estimar a renda permanente e a pobreza.

Cabe ressaltar que o modelo MIMIC pertence a uma família maior de modelos conhecidos como modelos de equações estruturais (SEM). Esses modelos constituem outra extensão possível para o estudo das variáveis latentes que pode ser usada quando as diferentes dimensões influenciam umas às outras. KRISHNAKUMAR, J.; NAGAR, A. (2008) sugerem um modelo

linear composto por duas equações matriciais⁷⁹. A primeira representa um sistema no qual as variáveis latentes (f) podem influenciar umas às outras e, além disso, dependem das exógenas observadas (x). Mais precisamente, $(Af+Bx+u=0)$ onde $(V(u)=\Omega)$. Nessa equação, a matriz (A) mostra a ligação direta entre os diferentes fatores do modelo. Repare que essa ligação não existe no modelo MIMIC apresentado anteriormente, sendo $(A=I)$. A outra equação do modelo mostra a relação existente entre as variáveis latentes e seus respectivos indicadores, sendo uma equação de mensuração já vista: $(y=\Lambda f + \varepsilon)$ onde $(V(\varepsilon)=\Psi)$. Essas equações também estão na tabela (2.8).

Como antes, os parâmetros do modelo podem ser estimados com base na covariância amostral dos indicadores e na sua estrutura teórica $V\begin{pmatrix} y \\ x \end{pmatrix}$, apresentada em KRISHNAKUMAR, J.; NAGAR, A. (2008) e reproduzida na tabela 18. A estimativa pode ser feita de diferentes formas⁸⁰. Uma possibilidade é assumir normalidade e estimar os parâmetros por máxima verossimilhança⁸¹. Com as estimativas dos parâmetros ($A, B, \Lambda, \Psi, \Omega$), os valores dos fatores latentes (f_n) podem ser calculados como na tabela (2.8) – KRISHNAKUMAR, J.; NAGAR, A. (2008). Como pode ser visto, (f_n) depende de dois termos. O primeiro mostra a influência causal das variáveis exógenas (x) e a segunda mostra importância dos indicadores na determinação dos fatores (y).

WAGLE, U. (2009) utiliza um modelo de equação estrutural para analisar cinco fatores latentes: (1) Bem-Estar Econômico (medido pela renda e consumo), (2) Capacidades (medidas pela educação e saúde), (3) Inclusão Econômica (medida pelo trabalho/ocupação e acesso a recursos financeiros), (4) Inclusão Civil/Cultural (medida a partir da participação em organizações, grupos e

⁷⁹ Inicialmente esses autores apresentam um modelo bem conhecido de com três equações, uma equação estrutural e duas de mensuração. Entretanto, eles argumentam que a terceira equação é desnecessária para o estudo do desenvolvimento humano e do bem-estar. Segundo eles, as variáveis exógenas (x) seriam observadas diretamente e não haveria a necessidade de incluir uma equação de mensuração para elas.

⁸⁰ Ver, por exemplo, KRISHNAKUMAR, J.; NAGAR, A. (2008), SKRONDAL, A.; RABE-HESKETH, S. (2004), TIMM, N. (2002), LATTIN, J.; CARROLL, J.; GREEN, P. (2003), MUTHEN, B. (1998-2004).

⁸¹ Na prática, não se maximiza a função de verossimilhança nas se minimiza uma função de ajuste (F_{ML}) com respeito aos parâmetros desconhecidos do modelo. Essa função, basicamente, compara a matriz de covariância amostral (S) com a matriz de covariância teórica ($V(\omega)$), onde (ω) representa todos que influenciam essa matriz. ($F_{ML} = \log|V(\omega)| + \text{tr}(SV(\omega)^{-1})$), SKRONDAL, A.; RABE-HESKETH, S. (cap. 6, 2004).

atividades sociais), (5) Inclusão Política (medida segundo o direito ao voto, liberdade de expressão e participação política). O modelo de Wagle não inclui variáveis exógenas (x) mas estima a interação entre as dimensões. KRISNAKUMAR, J. (2007) e KRISNAKUMAR, J.; BALLON P., (2008) utilizam pequenas extensões do modelo estrutural (SEM) apresentado na tabela (2.8) que incluem, por exemplo, variáveis exógenas na equação de mensuração (w). KRISNAKUMAR, J. (2007) estuda três fatores latentes (Conhecimento, Saúde e Liberdade Política) e utiliza indicadores como direitos políticos, liberdades civis, expectativa de vida, alfabetização etc. Já KRISNAKUMAR, J.; BALLON P., (2008) focam nas capacidades básicas das crianças e estimam dois fatores latente (conhecimento, moradia).

Após avaliar a vantagem individual em cada dimensão (cada fator latente), ainda é preciso definir como essa informação será usada. Por exemplo, a análise da pobreza pode proceder separadamente, definindo-se uma linha e uma medida unidimensional de pobreza em cada dimensão. Outra possibilidade é agregar essas informações, por exemplo, com uma das medidas de pobreza apresentadas nas seções (2.4), (2.5) ou (2.6). Caso o pesquisador não tenha segurança quanto aos pesos ou as linhas de pobreza a lógica fuzzy pode ser especialmente atrativa já que a pobreza é calculada sem esses parâmetros

2.10 – DOMINÂNCIA MULTIDIMENSIONAL DE POBREZA.

Como dito antes no capítulo 1, os conceitos de dominância de pobreza são especialmente úteis quando há incerteza quanto às linhas de pobreza ou quanto aos índices adotados. Em alguns casos é possível dizer que a pobreza diminuiu (ou que o bem-estar aumentou) para conjuntos “bem grandes” de linhas e índices. Nesse caso, a escolha de uma única linha ou índice se torna menos

importante. SILBER, J. (2007) apresenta a dominância de pobreza de uma forma direta e clara no caso bi-dimensional⁸². Abaixo estão três proposições baseadas nesse mesmo texto:

Proposição 1: Considere as medidas de pobreza que obedecem ao axioma do foco, invariância a replicação, simetria (anonimato), monotonicidade, decomponibilidade por subgrupo, são duplamente diferenciáveis e *insensíveis a trocas que aumentem a correlação dos atributos* (ex. as medidas apresentadas na tabela 13). Para essas medidas a dominância de pobreza requer:

— Dominância (unidimensional) de pobreza em cada dimensão.

Proposição 2: Considere as medidas de pobreza que obedecem ao axioma do foco, invariância a replicação, simetria (anonimato), monotonicidade, decomponibilidade por subgrupo que são duplamente diferenciáveis e *não decrescentes sob trocas que aumentem a correlação dos atributos* (ex. as medidas da tabela 2.4 com $(\delta > \beta)$). Para essas medidas a dominância de pobreza requer:

— Dominância (unidimensional) de pobreza em cada dimensão.

— Dominância (dupla) de pobreza para o conjunto de pessoas simultaneamente pobres nas duas dimensões (a proporção de pessoas pobres *tanto na primeira como na segunda dimensão* ($x_1 < z_1$ e $x_2 < z_2$) deve ser menor).

Proposição 3: Considere as medidas de pobreza que obedecem ao axioma do foco, invariância a replicação, simetria (anonimato), monotonicidade, decomponibilidade por subgrupo que são duplamente diferenciáveis e *não crescentes sob trocas que aumentem a correlação dos atributos*.

Para essas medidas a dominância de pobreza multidimensional requer:

— Dominância (unidimensional) de pobreza em cada dimensão.

— Dominância (dupla) de pobreza para o conjunto de pessoas pobres em pelo menos uma das duas dimensões (a proporção de pessoas pobres em ao menos uma dimensão ($x_1 < z_1$ ou $x_2 < z_2$ ou os dois) deve ser menor).

⁸² Para maiores detalhes sobre o tema ver BOURGUIGNON, F.; CHAKRAVARTY, S. (2002), Dulcos, J-Y. et al. (2006, 2008), ATKINSON, A.; BOURGUIGNON, F. (1982), ATKINSON, A. (2003), BIBI, S. (2005), CHAKRAVARTY, S. (2009)

2.11 – BREVES CONSIDERAÇÕES

Com freqüência, assumiu-se que a renda (ou a despesa) é convertida em bem-estar de modo semelhante por todos os agentes. Essas hipóteses são úteis para apresentar a insuficiência da renda/despesa como a única dimensão da pobreza e justificar o uso de algumas medidas apresentadas no capítulo (1). Entretanto, como foi visto ao longo do capítulo (2), muitos autores consideram esta abordagem insuficiente para a compreensão da pobreza. O capítulo (2) tratou da importância da escolha do espaço de comparação e das variáveis focais. Vimos algumas abordagens como as necessidades básicas e as capacidades. Amartya Sen, por exemplo, argumenta que as comparações interpessoais devam ser feitas com base nas capacidades e não no espaço dos recursos ou da satisfação pessoal (utilidade). Também vimos algumas críticas ao trabalho de Sen que dizem respeito, por exemplo, à seleção das capacidades. Na seção (2.3), foram apresentadas algumas questões associadas à maioria das medidas de pobreza multidimensionais, como a escolha da(s) linha(s) de pobreza e a sequência de agregação.

Depois disso, foram apresentadas metodologias distintas. Cada uma delas objetiva avaliar a pobreza multidimensional por um ponto de vista particular. Ao seu modo, todas buscam substituir ou completar as informações da renda com outros indicadores que podem ser: o uso do tempo no dia-a-dia, a capacidade de ler e escrever, o estado de saúde, etc.

A abordagem axiomática e a teoria da informação, por exemplo, sugerem algumas formas funcionais semelhantes. Entretanto, não informam quais são os indicadores mais importantes ou essenciais para a composição de um índice de pobreza. Essas abordagens também não informam os valores apropriados para os parâmetros que determinam o peso de cada dimensão ou o grau de substituição entre elas.

Outras abordagens como a dos fatores latentes (seção 2.9) são especialmente úteis para criar atributos a partir de medidas imprecisas. Quando apenas um fator latente é estimado (ex: renda permanente) a análise da pobreza prossegue com as informações desse único atributo. Entretanto, quando há mais de um fator latente, é preciso determinar como eles podem ser combinados e suas informações utilizadas conjuntamente na avaliação da pobreza. KUKLYS, W. (2005), por exemplo, estima dois fatores latentes (saúde e moradia) e utiliza a teoria da informação para agregar as diferentes dimensões. Para isso, ele precisa definir arbitrariamente alguns valores para os coeficientes que determinam o peso e a substituição entre as dimensões.

Outra questão controversa nos estudos do tema multidimensional é a definição das linhas de pobreza. Como vimos, alguns estudos adotam linhas relativas criadas, por exemplo, a partir da mediana. Mas repare que tal escolha não está livre de arbitrariedades e exige conhecimento do quantil ou múltiplo da mediana apropriado.

A abordagem *fuzzy* descrita na seção (2.6) pode ser especialmente útil quando se há incerteza das linhas de pobreza apropriadas para cada dimensão e/ou há desconhecimento sobre pesos e a importância de cada dimensão. Seria possível, por exemplo, estimar fatores latentes, combinar suas informações de acordo a lógica *fuzzy* para, em seguida, avaliar a pobreza. Na verdade, esse procedimento é utilizado no capítulo (3).

CAPÍTULO 3 – UMA AVALIAÇÃO DAS CAPACIDADES E DA POBREZA DE CRIANÇAS E JOVENS.

3.1 – INTRODUÇÃO.

Nos capítulos anteriores foram apresentadas as três meta-dimensões da pobreza e as questões envolvidas em suas mensurações. O primeiro capítulo tratou da Intensidade/Severidade e do Tempo/Duração, quando a comparação interpessoal se baseava em uma única medida de vantagem individual, usualmente a renda ou o consumo. Além disso, este capítulo serviu de base para a apresentação do segundo que trata do debate, dos dilemas e de diferentes técnicas empregadas ao estudo da pobreza quando a comparação interpessoal não é feita única e exclusivamente pela renda ou pelo consumo.

Neste capítulo segue a literatura recente de capacidades que foca em crianças e jovens. Mais especificamente, é feita uma avaliação da pobreza de crianças e jovens entre cinco e quinze anos de idade. Tal avaliação é conduzida segundo três capacidades básicas: Educação/Conhecimento, Saúde e Moradia. Cada uma delas é modelada como um fator latente, que não pode ser observado diretamente, e explica o comportamento de alguns indicadores selecionados como, por exemplo, a alfabetização, o atraso escolar e o curso que a criança frequenta (fundamental ou médio). Além disso, considera-se que tais capacidades dependem dos recursos da família, da estrutura familiar e de algumas variáveis fortemente afetadas por políticas públicas. Isso é feito estimando-se modelos de *múltiplas causas múltiplos indicadores* e de modelos de equações estruturais com fatores latentes.

Após a estimação dos modelos e dos fatores latentes seguem dois exercícios. O primeiro avalia se as pessoas mais pobres, segundo a renda, também apresentam mais limitações em termos

de capacidades. Uma última análise avalia a pobreza relativa das crianças e jovens quando se tomam como base as três capacidades (Educação/Conhecimento, Saúde e Moradia). Isso é feito segundo a metodologia *fuzzy* apresentada no segundo capítulo.

Outra contribuição do capítulo está no uso de uma base de dados pouco explorada. Os exercícios mencionados acima são feitos com os dados de um levantamento específico⁸³. Tal levantamento se deu por meio de um questionário levado a campo no Recife, entre 27 de outubro de 2007 e 30 de janeiro de 2008 e que compreende as famílias inscritas no Cadastro Único para Programas Sociais (CadÚnico), sendo elas beneficiadas ou não pelo Bolsa Família. Isso significa que, apesar de a abordagem sugerida e empregada ser válida para essa e outras amostras, os valores estimados são representativos para esse conjunto de dados específico.

O capítulo está dividido em mais seis seções. A seção 3.2 apresenta a estrutura dos modelos econométricos utilizados. A seção 3.3 apresenta a base de dados e as variáveis utilizadas no estudo. A seção 3.4 mostra os resultados do modelo econométrico. A seção 3.5 mostra a comparação entre as ordenações da renda e das capacidades. O cálculo da pobreza relativa é feito na seção 3.6. A seção 3.7 apresenta as considerações finais do capítulo.

3.2 – O MODELO ECONOMÉTRICO.

Antes de descrever o modelo econométrico é útil lembrar alguns pontos levantados no capítulo 2. Como foi visto, a hipótese da conversão homogênea de recursos em bem-estar garantia a equivalência entre os espaços de comparação da renda/consumo, do bem-estar individual, dos usos específicos de bens e serviços (funcionamentos) e das liberdades substantivas (*capabilities*). Para Amartya Sen⁸⁴ tal hipótese é forte demais e inapropriada.

⁸³ O levantamento dos dados foi coordenado pela professora Lena Lavinias do IE-UFRJ.

⁸⁴ Mais detalhes sobre tema podem ser obtidos no capítulo 2 e em SEN, A. (1985, 1997b, 2004, 2008, 2009), SEN, A.; FOSTER, J. (1997).

Sen sugere que as comparações interpessoais sejam feitas com base nas capacidades (*capabilities*) e funcionamentos (*functions*). As capacidades ou liberdades substantivas de uma pessoa são dadas pelos diferentes funcionamentos que ela pode adotar, portanto, são de difícil mensuração. Por sua vez, os funcionamentos adotados por cada um refletem, mesmo que de forma imperfeita, suas capacidades e liberdades individuais. Sen admite também que a renda/recursos podem ser fatores importantes na determinação das capacidades e dos funcionamentos, mas considera que componentes pessoais, familiares, sócio-econômicos e ambientais também influenciam as liberdades substantivas dos indivíduos.

Nesse contexto, alguns autores consideram que as capacidades e as liberdades de escolha de uma pessoa não são observadas diretamente, mas se manifestam em indicadores observáveis. Além disso, consideram que cada indicador adotado como uma medida parcial das capacidades, isso é feito, por exemplo, em KRISNAKUMAR, J.; BALLON, P. (2008), KUKLYS, W. (2005), DI TOMMASO, M. (2007). Esses artigos utilizam modelos de *múltiplas causas múltiplos indicadores* (MIMIC) e modelos de equações estruturais com fatores latentes (SEM) para estimar capacidades a partir de indicadores específicos, dos recursos disponíveis, de variáveis como pessoas e familiares, sócio-econômicas e ambientais.

KUKLYS, W. (2005), por exemplo, utiliza o modelo MIMIC para avaliar duas capacidades básicas: Moradia e Saúde. Cada uma das capacidades é medida a partir de indicadores específicos de moradia e saúde. No caso, as visitas ao médico, os limites para as atividades físicas e a avaliação sobre a própria da saúde são vistos como indicadores da saúde do entrevistado. Já a calefação, o aquecimento, o estado de conservação da madeira das janelas e do piso e o espaço do domicílio são tidos como indicadores da moradia. Para KUKLYS, W. (2005), o comportamento (o valor) desses indicadores é explicado pela saúde e pela moradia do entrevistado que, por sua vez, são explicados pela renda, idade, gênero, educação, matrimônio (coabitação), posto de trabalho e localização (Londres).

DI TOMMASO, M. (2007) utiliza um modelo MIMIC distinto, no qual as capacidades das crianças na Índia são explicadas pela situação econômica do domicílio, a alfabetização dos pais, o gênero da criança, o tamanho do domicílio, a ordem de nascimento das crianças e a sua casta. Já KRISNAKUMAR, J.; BALLON, P. (2008) avaliam as capacidades Conhecimento e Condições de Vida das crianças com um modelo de equações estruturais com variáveis latentes (SEM). Isso é feito com base nos indicadores de alfabetização, educação, atraso escolar, condições da moradia, habitação e serviços básicos. Os autores consideram que o Conhecimento e as Condições de Vida dependem diretamente da educação dos pais, do consumo *per capita*, da localização, e de uma série de variáveis determinadas ou influenciadas por políticas públicas tais como o acesso a água, eletricidade, os investimentos sociais etc.

Este capítulo adota uma abordagem semelhante, utilizando modelos MIMIC e SEM para estudar três capacidades básicas de crianças e jovens entre 5 e 15 anos: Saúde, Educação/Conhecimento e Moradia. Além disso, investiga a importância dos recursos da família, estrutura familiar e algumas variáveis (influenciadas pelas políticas públicas) na determinação dessas capacidades. Mas antes de especificar as variáveis adotadas no modelo, cabe uma descrição mais geral da sua estrutura⁸⁵.

Assume-se que as capacidades do indivíduo (i) são representadas em um vetor de variáveis latentes ($\boldsymbol{\eta}_i$) com (m) linhas. Estas são as variáveis chaves do modelo, entretanto não podem ser diretamente observadas. Assume-se também que as capacidades ($\boldsymbol{\eta}_i$) são influenciadas por uma série de variáveis explicativas observadas, representadas pelo vetor (\mathbf{x}_i) de dimensão (q). A relação entre ($\boldsymbol{\eta}_i$) e (\mathbf{x}_i) é expressa por uma equação (3.1) que inclui o vetor de erros aleatórios ($\boldsymbol{\zeta}_i$), e o vetor e as matrizes de coeficientes ($\boldsymbol{\alpha}_{m \times 1}$), ($\mathbf{B}_{m \times m}$), ($\boldsymbol{\Gamma}_{m \times q}$). Essa equação é chamada de equação estrutural.

⁸⁵ Nesse capítulo, segue-se a apresentação e a notação de MUTHEN, B. (1998-2004). Cabe ressaltar que ela diverge da apresentação no capítulo 2. Isso ocorre em virtude dos indicadores categóricos utilizados. Tais indicadores alteram a estrutura do modelo. Maiores detalhes sobre a estrutura e estimação do modelo podem ser encontrados, por exemplo, em MUTHEN, B. (1984, 1998-2004).

$$(3.1) \quad \boldsymbol{\eta}_i = \boldsymbol{\alpha} + \mathbf{B}\boldsymbol{\eta}_i + \boldsymbol{\Gamma}\mathbf{x}_i + \boldsymbol{\zeta}_i$$

Além das hipóteses acima, supõe-se que as capacidades do indivíduo (i) influenciem um conjunto de indicadores, representados pelo vetor (\mathbf{y}_i) com (p) linhas. Tal relação é expressa pela equação (3.2) que inclui o vetor de erros aleatórios (\mathbf{e}_i) assim como o vetor e a matriz de coeficientes ($\mathbf{v}_{p \times 1}$), ($\boldsymbol{\Lambda}_{p \times m}$). Essa equação é chamada de equação de mensuração e ($\boldsymbol{\Lambda}$) é dita a matriz de carga dos fatores latentes ($\boldsymbol{\eta}_i$).

$$(3.2) \quad \mathbf{y}_i = \mathbf{v} + \boldsymbol{\Lambda}\boldsymbol{\eta}_i + \mathbf{e}_i$$

Entretanto, quando os indicadores em (\mathbf{y}_i) não são variáveis contínuas, a equação de mensuração (3.2) é modificada e um segundo vetor de variáveis latentes contínuas é introduzido no modelo. Para cada indicador binário (y_j , $j=1, \dots, p$) utilizado, é definida a variável contínua (y_j^*) como abaixo.

$$y_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se } y_{ij}^* > \tau_j^* \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

De modo semelhante, para cada indicador categórico (y_j , $j=1, \dots, p$) com (C) categorias ordenáveis é definida uma variável contínua (y_j^*) tal que ($y_{ij} = c$, se $\tau_{jc}^* < y_{ij}^* \leq \tau_{jc+1}^*$) para ($c = 0, 1, 2, \dots, C-1$), ($\tau_0^* = -\infty$) e ($\tau_C^* = +\infty$).

Uma vez definido o novo vetor (\mathbf{y}_i^*) de variáveis latentes contínuas, a equação de mensuração é alterada como em (3.3).

$$(3.3) \quad \mathbf{y}_i^* = \boldsymbol{\Lambda}\boldsymbol{\eta}_i + \mathbf{e}_i.$$

Agora assumamos que ($\mathbf{I}-\mathbf{B}$) é não singular, que os termos de erros são não-correlacionados, tem média zero e não dependem de (\mathbf{x}). Depois denote a matriz de variância-covariância do ($\boldsymbol{\zeta}$) e (\mathbf{e})

por (Ψ) e (Θ) respectivamente. Com isso, obtêm-se as equações (3.4) e (3.5) para a média e a variância condicionada de $(\mathbf{y}^*|\mathbf{x})$.

$$(3.4) \quad \mathbf{E}(\mathbf{y}^*|\mathbf{x}) = \Lambda(\mathbf{I} - \mathbf{B})^{-1}\boldsymbol{\alpha} + \Lambda(\mathbf{I} - \mathbf{B})^{-1}\Gamma\mathbf{x} = \boldsymbol{\pi}_0 + \Pi\mathbf{x} = \boldsymbol{\mu}^*(\mathbf{x}).$$

$$(3.5) \quad \mathbf{V}(\mathbf{y}^*|\mathbf{x}) = \mathbf{V}(\Lambda(\mathbf{I} - \mathbf{B})^{-1}\boldsymbol{\zeta} + \mathbf{e}) = \Lambda(\mathbf{I} - \mathbf{B})^{-1}\Psi(\mathbf{I} - \mathbf{B})^{-1}\Lambda' + \Theta = \mathbf{\Omega}^*.$$

Depois fixam-se (padronizam) os elementos da diagonal principal de $(\mathbf{\Omega}^*)$ em um. Nesse caso, os elementos da diagonal principal de (Θ) são dados pela “sobra” ou pelo resto ($\text{diag}(\Theta) = \mathbf{I} - \text{diag}(\Lambda(\mathbf{I} - \mathbf{B})^{-1}\Psi(\mathbf{I} - \mathbf{B})^{-1}\Lambda')$).

Uma última hipótese completa a estrutura do modelo. Assume-se que $(\mathbf{y}^*|\mathbf{x})$ tenha distribuição normal com média $(\boldsymbol{\mu}^*(\mathbf{x}))$, variâncias unitárias e covariâncias/correlações descritas pelos elementos de $(\mathbf{\Omega}^*)$ que não estão na diagonal. Isso significa que para dois indicadores binários (y_j, y_k) , por exemplo, têm-se as expressões de probabilidade (3.6) e (3.7) abaixo.

$$(3.6) \quad P(y_j = 1 | \mathbf{x}) = \int_{\tau_j^* - \mu_j^*(\mathbf{x})}^{\infty} \phi_1(y_j^* | \mathbf{x}) dy_j^*,$$

$$(3.7) \quad P(y_j = 1, y_k = 1 | \mathbf{x}) = \int_{\tau_j^* - \mu_j^*(\mathbf{x})}^{\infty} \int_{\tau_k^* - \mu_k^*(\mathbf{x})}^{\infty} \phi_2(y_j^*, y_k^* | \mathbf{x}) dy_j^* dy_k^*,$$

onde (ϕ_1) denota a densidade de uma normal padrão uni-variada e (ϕ_2) denota a densidade de uma normal bi-variada com média zero, variâncias unitárias e correlação (σ_{jk}) dada por um dos elementos de $(\mathbf{\Omega}^*)$.

Nesse momento, cabe ressaltar quais são as variáveis e os coeficientes mais importantes para as análises realizadas nas próximas seções. Eles são as capacidades expressas no vetor latente $(\boldsymbol{\eta}_i)$, as matrizes de coeficientes (\mathbf{B}) e (Γ) da equação estrutural e a matriz de carga (Λ) da equação de mensuração. Ter isso em mente pode facilitar a compreensão e interpretação do modelo.

De acordo com MUTHEN, B. (1984, 1998-2004), o modelo descrito pode ser estimado minimizando a função de adequação (*fit function*) de mínimos quadrados ponderados (Weighted Least Squares) (3.8):

$$(3.8) \quad F_{WLS} = (\mathbf{s} - \boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{\pi}))' \mathbf{W}^{-1} (\mathbf{s} - \boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{\pi})) / 2,$$

O procedimento de estimação segue três etapas. Primeiro passo é computar os valores de (\mathbf{s}). Se as variáveis indicadoras (\mathbf{y}) fossem contínuas, (\mathbf{s}) seria dado pelas suas médias e correlações amostrais. Entretanto, com indicadores binários e/ou categóricos, (\mathbf{s}) é composto pelos elementos (estimados) não redundantes de ($\boldsymbol{\tau}^*$), ($\mathbf{E}(\mathbf{y}^* | \mathbf{x})$) e ($\mathbf{V}(\mathbf{y}^* | \mathbf{x})$). Para isso, estima-se ($\boldsymbol{\tau}^*$) e ($\mathbf{E}(\mathbf{y}^* | \mathbf{x})$) com (p) *probits* uni-variados nos quais cada indicador em (\mathbf{y}) é “regredido” em todas as variáveis exógenas de (\mathbf{x}). Depois disso, estimam-se ($p(p-1)/2$) *probits* bi-variados nos quais os diferentes pares de indicadores em (\mathbf{y}) são “regredidos” em todas as variáveis explicativas de (\mathbf{x}). Então, os elementos de ($\mathbf{V}(\mathbf{y}^* | \mathbf{x})$) são estimados pelas correlações dos resíduos de cada probit bi-variado.

O segundo passo é determinar a matriz de pesos (\mathbf{W}). No caso, (\mathbf{W}) é uma matriz diagonal, formada pelas estimativas das variâncias dos elementos de (\mathbf{s}). O terceiro e último passo para a estimação do modelo é minimizar a função de adequação (F_{WLS}), onde ($\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{\pi})$) representa as contrapartidas teóricas dos elementos de (\mathbf{s}) e ($\boldsymbol{\pi}$) representa um vetor com os diferentes parâmetros do modelo⁸⁶ que determinam ($\boldsymbol{\sigma}$).

Após a estimação dos parâmetros do modelo, as capacidades ($\boldsymbol{\eta}_i$) de cada pessoa podem ser estimadas. Para isso minimiza-se a função (F) abaixo com respeito a ($\boldsymbol{\eta}_i$).

$$(3.9) \quad F = (1/2) (\boldsymbol{\eta}_i - \boldsymbol{\mu}_i)' \boldsymbol{\Sigma}^{-1} (\boldsymbol{\eta}_i - \boldsymbol{\mu}_i) - \sum_{j=1}^p \ln f_i(y_{ij} | \boldsymbol{\eta}_i, \mathbf{x}_i),$$

onde ($\boldsymbol{\mu}_i$), ($\boldsymbol{\Sigma}$) e ($f_i(y_{ij} | \boldsymbol{\eta}_i, \mathbf{x}_i)$) são definidos em (3.10).

⁸⁶ No caso, os elementos de ($\boldsymbol{\tau}^*$, \mathbf{B} , α , Λ , Γ , Ψ , Θ).

$$(3.10) \quad \begin{cases} \boldsymbol{\mu}_i = (\mathbf{I} - \mathbf{B})^{-1} \boldsymbol{\alpha} + (\mathbf{I} - \mathbf{B})^{-1} \Gamma \mathbf{x}_i, \\ \boldsymbol{\Sigma} = (\mathbf{I} - \mathbf{B})^{-1} \Psi (\mathbf{I} - \mathbf{B})^{-1} \\ f_i(y_{ij} | \boldsymbol{\eta}_i, \mathbf{x}_i) = \Phi[(\tau^*_{js+1} - \boldsymbol{\lambda}'_j \boldsymbol{\eta}_i) \theta_{jj}^{-1/2}] - \Phi[(\tau^*_{js} - \boldsymbol{\lambda}'_j \boldsymbol{\eta}_i) \theta_{jj}^{-1/2}] \end{cases}$$

Dessa forma, $(f_i(y_{ij} | \boldsymbol{\eta}_i, \mathbf{x}_i))$ representa a possibilidade do indicador (j) da pessoa (i) assumir o valor observado. Essa probabilidade depende da linha (j) da matriz de cargas, dos limiares $(\tau^*_{js+1}, \tau^*_{js})$, do elemento (j) da diagonal principal de (Θ) e do próprio fator latente $(\boldsymbol{\eta}_i)$.

Cabe ressaltar que os modelos MIMIC podem ser interpretados como casos particulares do modelo de equações estruturais (SEM) apresentado acima. Tais modelos “desconsideram” os efeitos que as variáveis latentes $(\boldsymbol{\eta})$ podem ter uma sobre as outras. No caso, a equação de mensuração é dada por $(\boldsymbol{\eta}_i = \boldsymbol{\beta}_0 + \boldsymbol{\beta} \mathbf{x}_i + \mathbf{u}_i)$, onde (\mathbf{u}_i) é um vetor de erros aleatórios. Assim, as estimativas obtidas em um modelo MIMIC podem ser interpretadas como estimativas de uma forma reduzida de um modelo de equações estruturais (SEM). Essa é a interpretação adotada, por exemplo, no estudo de KUKLYS, W. (2005) sobre capacidades (*capabilities*). De toda forma, os procedimentos descritos acima podem ser utilizados para estimar essas duas classes de modelos.

3.3 – BASE DE DADOS E AS VARIÁVEIS SELECIONADAS.

Este estudo utiliza uma base de dados pouco explorada, mas muito rica. Ela foi derivada a partir de um survey, cujo questionário continha 230 perguntas e cobria as condições de vida de todos os membros do domicílio e ativos familiares. Um dos objetivos desse questionário era avaliar a pobreza e as condições de vida de um grupo específico com uma perspectiva multidimensional. Sendo assim, foram incluídas perguntas sobre moradias/vizinhanças, composição familiar, características pessoais, ocupação e rendimentos (incluindo transferências e

outros benefícios como o Bolsa-Família), acompanhamento escolar, modo de vida, proteção ao risco, saúde e segurança.

Foram entrevistados aqueles que podem ser denominados “pobres institucionais”, ou assim reconhecidos pelo Estado na qualidade de beneficiários. Especificamente, foram entrevistadas 1364 famílias (5581 pessoas) do Recife que estão no “cadastro único” do MDS (Ministério do Desenvolvimento Social) e também na “folha de pagamento” da Caixa Econômica Federal (fonte pagadora dos benefícios). Logo, são vistos como pobres porque estão habilitados aos programas públicos que combatem a pobreza como, por exemplo, o Bolsa-Família. Entretanto, nem todos dessa amostra recebem o Bolsa-Família (pouco mais de 17% dessas famílias não recebem os benefícios). O questionário foi a campo no Recife, entre 27 de outubro de 2007 e 30 de janeiro de 2008.

Esses dados contêm informações sobre a vida de 1619 crianças e jovens entre 5 e 15 anos⁸⁷. Informações estas que foram utilizadas para avaliar as capacidades e funcionamentos desse grupo específico. Isso significa que, apesar da metodologia sugerida e empregada ser válida para essa e outras amostras, os valores estimados são representativos para esse conjunto de dados e para a população representada pela amostra.

Seguindo a literatura recente⁸⁸, este estudo avalia três capacidades básicas: Educação/Conhecimento, Saúde e Moradia. E o faz para as crianças/jovens descritos acima. Para cada capacidade foi selecionado um conjunto de indicadores como mostra a tabela (19). Os indicadores binários valem (1) quando apresentam a característica desejada e valem zero caso contrário. Por exemplo, o indicador Alfabetizado vale (1) quando a criança sabe ler/escrever um bilhete simples. O indicador Não-doente segue a mesma regra, valendo (1) quando a criança/jovem não apresenta deficiência e zero caso contrário. Há apenas um indicador não-binário na tabela

⁸⁷ Inicialmente havia 1686 observações nesse grupo. Entretanto, algumas delas foram retiradas da análise devido a não resposta ou falta de informação em alguns quesitos do questionário. O que corresponde a uma perda de (aproximadamente) 4% das observações.

⁸⁸ Ver, por exemplo, KRISNAKUMAR, J.; BALLON, P. (2008), KUKLYS, W. (2005), DI TOMMASO, M. (2007).

(3.1). Mas repare que ele é uma variável categórica ordenável, valendo (0), (1), ou (2) de acordo com a instrução da criança/jovem.

Tabela 3.1: Capacidades e Seus Indicadores.

Capacidades (η)	Indicadores (y)	Valores	Significado do indicador
Educação/ Conhecimento	Alfabetizado	0/1	1- sabe ler e escrever um bilhete simples.
	Não-Atraso	0/1	1- não há atraso escolar de 2 anos ou mais e a criança/jovem tem 8-15 ou quando a criança frequenta a escola ou pré-escola e tem 5-7 anos.
	Curso	0/1/2	2- quando está ou frequentou o ensino médio. 1- quando está ou frequentou o fundamental. 0- caso contrário.
Saúde	Não-Problema	0/1	1- quando não teve problemas graves de saúde.
	Não-tratamento	0/1	1- quando não segue nenhum tratamento regular de saúde.
	Não-hospital	0/1	1- Não frequentou Hospital .
	Não-Doença	0/1	1- Não tem doenças crônicas.
	Não-deficiência	0/1	1- Não tem deficiência física/mental.
Moradia	Parede	0/1	1-Domicílio tem parede de alvenaria ou madeira apropriada.
	Banheiro	0/1	1-Tem banheiro dentro do domicílio.
	Conservado.	0/1	1-A madeira do chão, janelas e portas não está deteriorada.
	Iluminação	0/1	1-Domicílio não apresenta pouca iluminação.
	Espaço	0/1	1-Domicílio não apresenta pouco espaço.
	Grades	0/1	1-Domicílio possui grades, mecanismos de segurança.

Tabela 3.2: Estatísticas descritivas dos Indicadores

Indicador (y)	Obs.	Média	Desvio P.	Min	Max
---------------	------	-------	-----------	-----	-----

Alfabetizado	1619	0.72	0.45	0	1
Não-Atraso	1619	0.38	0.49	0	1
Curso	1619	0.81	0.45	0	2
Não-Problema	1619	0.92	0.27	0	1
Não-tratamento	1619	0.89	0.31	0	1
Não-hospital	1619	0.85	0.36	0	1
Não-Doença	1619	0.93	0.25	0	1
Não-deficiência	1619	0.97	0.16	0	1
Parede	1619	0.93	0.25	0	1
Banheiro	1619	0.76	0.43	0	1
Conservado	1619	0.48	0.50	0	1
Iluminação	1619	0.47	0.50	0	1
Espaço	1619	0.25	0.44	0	1
Grades	1619	0.48	0.50	0	1

Fonte: *Survey Recife 2007*, elaboração própria.

Algumas estatísticas descritivas desses indicadores são apresentadas na tabela (3.2). Como podemos ver, apenas (72%) das crianças sabe ler e escrever e a maioria delas está atrasada na escola (62%). Como já era de se esperar, apenas um pequeno grupo de crianças e jovens sofre com doenças crônicas (7%) e apenas (3%) delas apresentam alguma deficiência. Um grupo um pouco maior delas precisou seguir algum tipo de tratamento médico (11%) ou frequentou hospital (15%). Também chama atenção o fato de que muitas crianças/jovens não terem banheiro dentro dos seus domicílios (24%), viverem em casas com pouco espaço (75%), iluminação inadequada (53%).

Além dos indicadores e das capacidades apresentados nas tabelas (3.1) e (3.2), o modelo incorpora variáveis pessoais, familiares, socioeconômicas e ambientais que podem afetar a conversão de recursos em capacidades. Essas variáveis são apresentadas na tabela (3.3).

Tabela 3.3: Variáveis Explicativas

Variáveis (x)	Definição
---------------	-----------

ln(RFPC)	É o ln da renda familiar <i>per capita</i> .
Imóvel	Indicadora que mostra a posse do imóvel pela família(0/1).
Poupança	Indicadora que mostra se o responsável ou companheiro tem conta de poupança (0/1).
Com-Carteira	Indicadora que mostra se o responsável ou companheiro tem carteira assinada, ou é funcionário público, incluindo militar (0/1).
R/C-alfabetizada	Indicadora que mostra se a cōnjuge mulher ou responsável mulher é alfabetizada (0/1).
R/C-alfabetizado	Indicadora que mostra se a cōnjuge homem ou responsável homem é alfabetizado (0/1).
Filho-responsável	Indicadora que mostra se a criança/jovem é filho do responsável (0/1).
Sexo	Indicadora que mostra se a criança/jovem é do sexo feminino (0/1).
Cor	Indicadora que mostra se a criança/jovem é preta ou parda (0/1)
N-mulheres	Mostra o número de mulheres com 18 anos ou mais na família.
N-homens	Mostra o número de homens com 18 anos ou mais na família.
N-menores	Mostra o número de pessoas com menos de 17 anos na família.
Sexo-responsável	Indicadora que mostra o responsável é do sexo feminino (0/1).
Idade-responsável	Mostra a idade do responsável.
Idade	Indicadora que mostra se a criança/jovem tem 11 anos ou mais (0/1).
Acesso-educação	Indicadora que mostra se a criança/jovem frequenta a escola (0/1).
Biblioteca/esporte	Indicadora que mostra se há biblioteca e esporte na escola (0/1).
Rede-coletora	Indicadora que mostra se o escoadouro do domicílio é ligado a rede coletora (0/1).
Rede-geral	Indicadora que mostra se a água do domicílio vem da rede geral (0/1).
Segura	Indicadora que mostra se não há crimes e/ou violência na vizinhança do domicílio (0/1).
Sem-poluição	Indicadora que mostra se não há poluição na vizinhança do domicílio (0/1).
Calçada	Indicadora que mostra se há calçadas e elas são conservadas na

	vizinhança do domicílio (0/1).
--	--------------------------------

Como pode ser visto, um primeiro grupo de variáveis está intimamente associado aos recursos da família (ln(RFPC) – Alfabetizado). O segundo grupo (Filho-responsável – Idade) indica a composição do domicílio e algumas características das crianças/jovens: idade, sexo, cor. O terceiro grupo (Acesso-educação – Calçada) mostra componentes fortemente influenciados por políticas públicas e fatores ambientais. Por exemplo, o acesso à educação formal depende em grande medida da oferta pública do serviço e a variável Calçada indica a estrutura urbana da vizinhança.

A tabela (3.4) apresenta as estatísticas descritivas dessas variáveis. Como podemos ver, (14%) das crianças/jovens vivem em famílias onde o responsável/cônjuge raramente tem carteira assinada e conta de poupança (16%). Além disso, (75%) das crianças/jovens estão em famílias com cônjuge/responsável mulher alfabetizada. Mas apenas (42%) delas estão em famílias com cônjuge/responsável homem alfabetizado.

Aproximadamente metade das crianças/jovens é do sexo feminino e tem entre 11 e 15 anos de idade. Cerca de (70%) são pretas ou pardas e (79%) são filhos do responsável. Em média, essas crianças/jovens vivem em famílias com poucos homens e (71%) delas vive em famílias com responsável mulher.

A maior parte das crianças/jovens tem educação formal (94%), mas nem todas as escolas oferecem biblioteca e esporte. Só (32%) moram em domicílios com acesso à rede coletora de esgoto e apenas (87%) têm acesso à água da rede geral. Além disso, menos de (34%) delas moram em áreas seguras. A situação também é preocupante quando olhamos para a segurança, poluição e a estrutura urbana (calçadas).

Variáveis (x)	Obs.	Média	Desvio P.	Min.	Max.
ln(RFPC)	1619	4.10	0.82	1.10	6.96
Imóvel	1619	0.52	0.50	0	1
Poupança	1619	0.14	0.35	0	1
Com-Carteira	1619	0.16	0.37	0	1
R/C-alfabetizada	1619	0.75	0.43	0	1
R/C-alfabetizado	1619	0.42	0.49	0	1
Filho-responsável	1619	0.79	0.40	0	1
Sexo	1619	0.49	0.50	0	1
Cor	1619	0.72	0.45	0	1
N-mulheres	1619	1.37	0.76	0	5
N-homens	1619	0.81	0.85	0	6
N-menores	1619	2.76	1.51	1	10
Sexo-responsável	1619	0.71	0.45	0	1
Idade-responsável	1619	40.63	12.16	20	99
Idade	1619	0.47	0.50	0	1
Acesso-educação	1619	0.94	0.23	0	1
Biblioteca/esporte	1619	0.52	0.50	0	1
Rede-coletora	1619	0.32	0.46	0	1
Rede-geral	1619	0.87	0.33	0	1
Segura	1619	0.34	0.47	0	1
Sem-poluição	1619	0.58	0.49	0	1
Calçada	1619	0.41	0.49	0	1

Fonte: *Survey Recife 2007*, elaboração própria.

3.4 ESPECIFICAÇÕES E ESTIMATIVAS.

Inicialmente, foram estimados três modelos. Em cada um deles os indicadores (y) dependem das *capabilities* (η) associadas e não-observadas. Por exemplo, os indicadores Alfabetizado, Atraso e Curso dependem da capacidade Educação/Conhecimento. Além disso, em

todos os modelos o valor dos indicadores é importante para a mensuração das capacidades. Entretanto, os modelos diferem quanto às variáveis explicativas (\mathbf{x}) que afetam *capabilities*, ou então quanto à interação entre as próprias capacidades.

O primeiro modelo estimado é um MIMIC-RESTRITO, que inclui apenas as 15 primeiras variáveis das tabelas (3.3) e (3.4). Como dito antes, tais variáveis estão relacionadas aos recursos e à estrutura familiar. A segunda especificação também é um MIMIC. Este inclui todas as variáveis explicativas das tabelas (3.3) e (3.4). Esses dois modelos são interpretados como formas reduzidas de um modelo mais geral. A terceira especificação é um SEM que inclui as variáveis explicativas das tabelas (3.3) e (3.4) e o efeito da Moradia sobre a Educação/Conhecimento e Saúde assim como o efeito da Saúde sobre a Educação/Conhecimento.

As estimativas finais dos modelos MIMIC e MIMIC-RESTRITO foram obtidas em algumas etapas. Estimou-se uma primeira versão dos modelos. Tais versões continham variáveis explicativas (\mathbf{x}) com parâmetros “claramente” insignificantes (com p-valor do teste t maior do que 0.50) e outros parâmetros suspeitos (com p-valor maior do que 0.20 e 0.10). Por precaução, foram realizados *testes de Wald* para avaliar a significância conjunta desse primeiro grupo de parâmetros (os “claramente” insignificantes). O p-valor dos testes de Wald foram muito elevados (0,96 para o MIMIC-RESTRITO e 1.0 MIMIC). Logo, as hipóteses nulas (de que tais parâmetros valem zero) não podem ser rejeitadas aos níveis de significância usuais de (0,10) , (0,05) e (0,01). Então, versões menores desses modelos são estimadas nas quais tais parâmetros são fixados em zero e conseqüentemente algumas variáveis são excluídas de algumas equações. Tais especificações ainda possuem coeficientes suspeitos com p-valor maior do teste t superior a (0.20). Então, em cada modelo, uma segunda rodada de *testes de Wald* é realizada para avaliar a significância conjunta dos coeficientes suspeitos. Novamente o p-valor dos *testes de Wald* foi elevado: (0,60) para modelo MIMIC-RESTRITO e (0,41) para o MIMIC. Uma terceira versão mais parcimoniosa é estimada para cada modelo. Nessas versões apenas alguns poucos coeficientes são suspeitos, apresentando p-valor do teste t acima de (0.1). Mais um *teste de Wald* é realizado. Entretanto, esse

teste apresenta um p-valor muito baixo (0.04), sendo a hipótese nula rejeitada ao nível de significância de (0.05). Esse resultado indica que conjuntamente tais coeficientes (e as variáveis explicativas associadas) são componentes estatisticamente relevantes do modelo. O valor das estatísticas de Wald, seus graus de liberdade e p-valores estão na tabela (3.5).

Tabela 3.5: Testes de Wald

Rodada de Testes	MIMIC-RESTRITO			MIMIC			SEM		
	1a	2a	3a	1a	2a	3a	1a	2a	3a
Estatística de Wald	4.25	8.33	8.26	2.97	16.7	8.26	2.23	14.8	17.9
Graus de Liberdade	11	10	3	21	16	3	21	14	7
P-Valor	0.96	0.60	0.04	1.00	0.41	0.04	1.00	0.39	0.01

Fonte: *Survey Recife 2007*, elaboração própria.

No caso do SEM, as três rodadas de testes acima também foram feitas e os resultados são semelhantes – ver tabela (3.5). Mas antes dessas três rodadas, avaliou-se a importância da Moradia na determinação da Saúde e da Educação/Conhecimento e a importância da Saúde para a Educação/Conhecimento. Esses três efeitos diretos estão associados a três coeficientes da equação estrutural. Dentre elas, apenas o coeficiente da Moradia sobre a saúde se mostra insignificante (com p-valor do teste t igual a 0.95). Além disso, um *teste de Wald* indica que os três coeficientes não são ao mesmo tempo zero (o p-valor desse teste é muito baixo (0.006) e a hipótese nula é rejeitada ao nível de significância de (0.01)). Em virtude destes resultados, os efeitos diretos da Saúde e da Moradia sobre a Educação/Conhecimento foram mantidos no modelo, mas o efeito da moradia sobre a saúde foi eliminado.

A tabela (3.6) mostra as estimativas da equação estrutural para esses três modelos e a tabela (3.7) mostra as estimativas das cargas da equação de mensuração. Como pode ser visto na tabela (3.6), os três modelos deram resultados semelhantes para muitas variáveis. A renda familiar *per capita* tem efeito apenas sobre a saúde, enquanto a posse de imóvel e a poupança influenciam a educação e a moradia, respectivamente. Ter carteira assinada influencia a moradia nos três modelos, assim como as variáveis “alfabetizado” e “alfabetizada”.

Entretanto a alfabetização do cônjuge, responsável homem, só tem efeito sobre a educação da criança em um modelo mais restrito. Sexo da criança parece influenciar a educação e a saúde nas três especificações. O número de homens adultos no domicílio tem efeito negativo ou nulo sobre a educação da criança e não contribui para moradia. O sexo do responsável parece influenciar a educação da criança e um maior número de mulheres no domicílio parece não prejudicar nenhuma das capacidades. O acesso à educação e as características da escola têm efeito positivo, como esperado, sobre a educação/conhecimento.

O acesso à rede geral parece ter efeito positivo sobre a saúde da criança apesar do elevado p-valor. Demais características da vizinhança parecem ter forte efeito sobre a moradia. Um ponto importante que deve ser ressaltado é o efeito positivo que tanto a moradia quanto a saúde exercem sobre a educação da criança. Esse efeito só pode ser medido na especificação SEM. As cargas dos modelos apresentadas na tabela (3.7) são todas positivas e significantes como esperado e mostram o efeito da educação, da moradia e da saúde sobre os indicadores observados.

No entanto, nesses modelos, há uma variável que apresenta um comportamento inesperado: ser filho do responsável parece ter efeito negativo sobre a moradia. É possível que o efeito negativo venha de alguma variável não incluída no modelo, mas correlacionada com a variável filho-responsável. Na tentativa de minimizar esses efeitos (essas distorções), o modelo foi re-estimado, excluindo a variável Filho-responsável da equação de mensuração da moradia. Depois, seguiram-se os procedimentos descritos anteriormente, repetindo-se todo o processo. Os resultados

obtidos com essa última especificação não diferem daqueles já descritos, na realidade, os três modelos se mostraram robustos à alteração. As estimativas são quase idênticas e estão nas tabelas (3.8) e (3.9).

	MIMIC-RESTRITO			MIMIC			SEM		
VARIÁVEL	Educ.	Saúde	Moradia	Educ.	Saúde	Moradia	Educ.	Saúde	Moradia
ln(RFPC)									
Coef.		0.07			0.07			0.07	
Desvio p.		0.05			0.05			0.05	
P-valor (t)		0.14			0.16			0.15	
Imóvel	0.14			0.13			0.13		
	0.07			0.07			0.07		
	0.04			0.06			0.06		
Poupança			0.23			0.17			0.18
			0.07			0.07			0.07
			0.00			0.02			0.01
Com-Carteira		0.17	0.17		0.18	0.20		0.17	0.20
		0.12	0.07		0.13	0.08		0.13	0.08
		0.17	0.02		0.17	0.01		0.17	0.01
Alfabetizada	0.30		0.29	0.27		0.28	0.24		0.28
	0.08		0.06	0.08		0.06	0.08		0.06
	0.00		0.00	0.00		0.00	0.00		0.00
Alfabetizado	0.17		0.14			0.12			0.13
	0.09		0.06			0.07			0.07
	0.05		0.02			0.07			0.06
Filho-responsável	0.26		-0.23	0.19		-0.21	0.22		-0.21
	0.10		0.07	0.09		0.08	0.10		0.08
	0.01		0.00	0.04		0.01	0.02		0.01
Sexo	0.13	0.11		0.12	0.11		0.11	0.11	
	0.07	0.07		0.06	0.08		0.07	0.08	
	0.05	0.15		0.06	0.16		0.09	0.16	
Cor			-0.09			-0.13			-0.13
			0.05			0.06			0.06
			0.09			0.02			0.03
N-mulheres									
N-homens		0.11	-0.10	-0.07	0.11	-0.08	-0.08	0.11	-0.08
		0.06	0.03	0.05	0.06	0.04	0.05	0.06	0.04
		0.06	0.00	0.13	0.09	0.02	0.13	0.09	0.02
N-menores		0.09	-0.13		0.09	-0.13		0.09	-0.13

	0.03 0.00	0.02 0.00		0.03 0.00	0.02 0.00		0.03 0.00	0.02 0.00	
Sexo-responsável	0.15 0.09 0.08			0.14 0.08 0.09	0.09 0.06 0.15		0.13 0.08 0.12	0.09 0.06 0.15	
Idade-responsável	0.02 0.00 0.00	0.01 0.00 0.02		0.01 0.00 0.00			0.01 0.00 0.00		
Idade	1.64 0.10 0.00	0.21 0.08 0.01	0.09 0.05 0.05	1.57 0.10 0.00	0.20 0.08 0.01		1.55 0.10 0.00	0.20 0.08 0.01	
Acesso-educação				1.39 0.15 0.00			1.40 0.15 0.00		
Biblioteca/esporte				0.11 0.06 0.07			0.11 0.06 0.07		
Rede-coletora					0.30 0.06 0.00			0.30 0.06 0.00	
Rede-geral				0.14 0.10 0.17	0.43 0.08 0.00		0.13 0.10 0.199	0.42 0.08 0.00	
Segura					0.11 0.05 0.04			0.11 0.05 0.05	
Sem-poluição					0.40 0.06 0.00			0.40 0.06 0.00	
Calçada					0.30 0.06 0.00			0.30 0.06 0.00	
Saúde							0.11 0.04 0.01		
Moradia							0.12 0.05 0.02		
R ²	0.51	0.06	0.18	0.59	0.06	0.34	0.60	0.06	0.34

Fonte: *Survey Recife 2007*, elaboração própria.

Tabela 3.7: Estimativas das Cargas (Mensuração)

	MIMIC RESTRITO	MIMIC	SEM
--	----------------	-------	-----

	Carga*	Desvio p.	R2	Carga*	Desvio p.	R2	Carga*	Desvio p.	R2
EDUCAÇÃO									
Alfabetizado	1.00		0.85	1.00		0.80	1.00		0.81
Não-Atraso	0.13	0.03	0.03	0.11	0.03	0.02	0.11	0.03	0.02
Curso	1.01	0.07	0.86	1.14	0.08	0.91	1.13	0.08	0.91
SAÚDE									
Não-Problema	1.00		0.78	1.00		0.80	1.00		0.80
Não-tratamento	0.83	0.06	0.55	0.83	0.06	0.56	0.83	0.06	0.56
Não-hospital	0.69	0.06	0.38	0.67	0.06	0.37	0.67	0.06	0.37
Não-Doença	0.70	0.06	0.40	0.72	0.06	0.42	0.72	0.06	0.42
Não-deficiência	0.69	0.08	0.38	0.71	0.07	0.41	0.71	0.07	0.41
MORADIA									
Parede	1.00		0.48	1.00		0.57	1.00		0.57
Banheiro	0.88	0.09	0.38	0.80	0.08	0.39	0.80	0.08	0.39
Conservado.	0.73	0.07	0.26	0.71	0.07	0.31	0.71	0.07	0.31
Iluminação	0.97	0.09	0.45	0.86	0.08	0.44	0.86	0.08	0.44
Espaço	0.86	0.09	0.37	0.73	0.07	0.33	0.73	0.07	0.33
Grades	0.86	0.09	0.36	0.78	0.07	0.37	0.78	0.07	0.37

Fonte: Survey Recife 2007, elaboração própria.

* Significativo 1% (teste t).

Tabela 3.8: Estimativas dos Modelos excluindo da equação da moradia a variável Filho-responsável.

VARIÁVEL	MIMIC-RESTRITO			MIMIC			SEM		
	Educ.	Saúde	Moradia	Educ.	Saúde	Moradia	Educ.	Saúde	Moradia
ln(RFPC)	Coef.			0.07			0.07		
	Desvio p.			0.05			0.05		
	P-valor (t)			0.14			0.16		
Imóvel	0.14			0.13			0.13		
	0.07			0.07			0.07		
	0.04			0.06			0.06		
Poupança	0.23			0.17			0.18		
	0.07			0.07			0.07		
	0.00			0.02			0.01		
Com-Carteira	0.17			0.18			0.17		
	0.12			0.13			0.13		
	0.17			0.17			0.17		
Alfabetizada	0.30			0.27			0.24		
	0.08			0.08			0.08		
	0.00			0.00			0.00		
Alfabetizado	0.17			0.12			0.13		
	0.09			0.07			0.07		

	0.05	0.02		0.07		0.06		
Filho-responsável	0.26		0.19		0.20			
	0.10		0.09		0.10			
	0.01		0.04		0.04			
Sexo	0.13	0.11	0.12	0.11	0.11	0.11		
	0.07	0.07	0.06	0.08	0.07	0.08		
	0.05	0.15	0.06	0.16	0.09	0.16		
Cor		-0.09		-0.13		-0.13		
		0.05		0.06		0.06		
		0.09		0.02		0.03		
N-mulheres								
N-homens		0.11	-0.10	-0.07	0.11	-0.09	-0.08	0.11
		0.06	0.03	0.05	0.06	0.04	0.05	0.06
		0.06	0.00	0.13	0.09	0.02	0.13	0.09
N-menores		0.09	-0.13		0.09	-0.13		0.09
		0.03	0.02		0.03	0.02		0.03
		0.00	0.00		0.00	0.00		0.00
Sexo-responsável	0.15		0.14		0.09		0.13	
	0.09		0.08		0.06		0.08	
	0.08		0.09		0.15		0.12	
Idade-responsável	0.02	0.01	0.01				0.01	
	0.00	0.00	0.00				0.00	
	0.00	0.01	0.00				0.00	
Idade	1.64	0.21	0.09	1.57	0.20		1.55	0.20
	0.10	0.08	0.05	0.10	0.08		0.10	0.08
	0.00	0.01	0.05	0.00	0.01		0.00	0.01
Acesso-educação			1.39				1.40	
			0.15				0.15	
			0.00				0.00	
Biblioteca/esporte			0.11				0.11	
			0.06				0.06	
			0.07				0.07	
Rede-coletora					0.30			0.30
					0.06			0.06
					0.00			0.00
Rede-geral				0.14	0.43		0.13	0.43
				0.10	0.08		0.10	0.08
				0.17	0.00		0.199	0.00
Segura					0.11			0.11
					0.05			0.05
					0.04			0.05
Sem-poluição					0.40			0.40
					0.06			0.06
					0.00			0.00

Calçada				0.30			0.30		
				0.06			0.06		
				0.00			0.00		
Saúde							0.11		
							0.04		
							0.01		
Moradia							0.12		
							0.05		
							0.02		
R ²	0.51	0.06	0.18	0.59	0.06	0.34	0.60	0.06	0.34

Fonte: *Survey Recife 2007*, elaboração própria.

Tabela 3.9: Estimativa das cargas excluindo a variável Filho-responsável da equação de moradia

	MIMIC RESTRITO			MIMIC			SEM		
	Carga*	Desvio p.	R2	Carga*	Desvio p.	R2	Carga*	Desvio p.	R2
EDUCAÇÃO									
Alfabetizado	1.00		0.85	1.00		0.80	1.00		0.81
Não-Atraso	0.13	0.03	0.03	0.11	0.03	0.02	0.11	0.03	0.02
Curso	1.01	0.07	0.86	1.14	0.08	0.91	1.13	0.08	0.91
SAÚDE									
Não-Problema	1.00		0.78	1.00		0.80	1.00		0.80
Não-tratamento	0.83	0.06	0.55	0.83	0.06	0.56	0.83	0.06	0.56
Não-hospital	0.69	0.06	0.38	0.67	0.06	0.37	0.67	0.06	0.37
Não-Doença	0.70	0.06	0.40	0.72	0.06	0.42	0.72	0.06	0.42
Não-deficiência	0.69	0.08	0.38	0.71	0.07	0.41	0.71	0.07	0.41
MORADIA									
Parede	1.00		0.49	1.00		0.57	1.00		0.57
Banheiro	0.88	0.09	0.38	0.79	0.08	0.39	0.79	0.08	0.39
Conservado.	0.73	0.07	0.27	0.71	0.07	0.32	0.71	0.07	0.32
Iluminação	0.96	0.09	0.45	0.86	0.08	0.44	0.86	0.08	0.44
Espaço	0.85	0.09	0.36	0.72	0.07	0.33	0.72	0.07	0.33
Grades	0.84	0.08	0.36	0.77	0.07	0.36	0.77	0.07	0.36

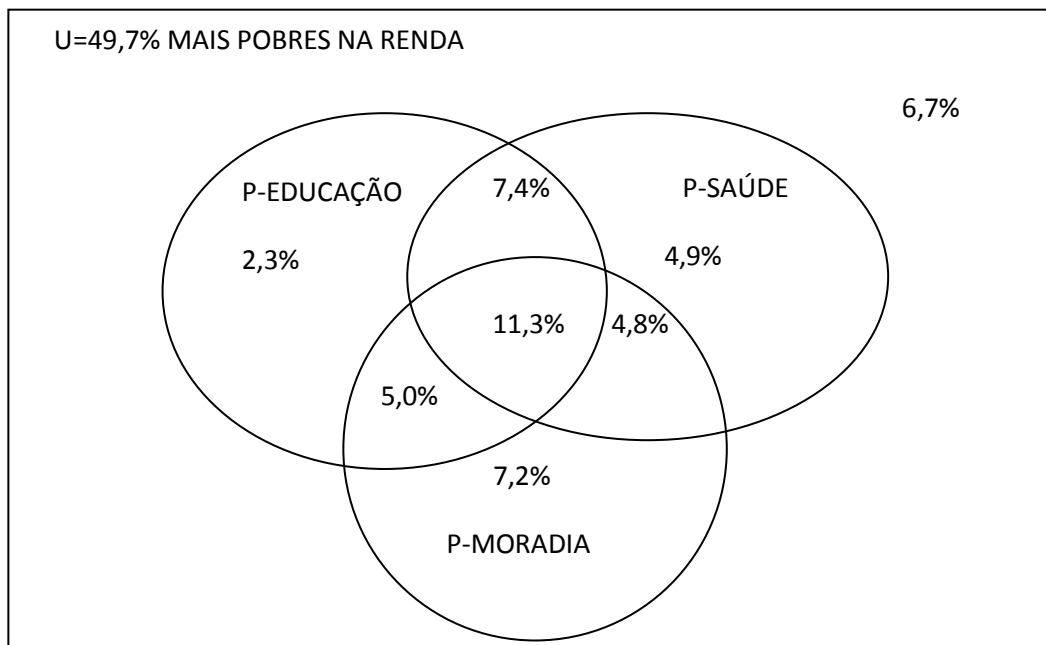
Fonte: *Survey Recife 2007*, elaboração própria.

3.5 – ORDENAÇÃO SEGUNDO CAPACIDADES E OS RENDIMENTOS.

Com base no último modelo SEM da seção anterior, podem ser estimados os valores das três capacidades estudadas e com base nesses valores avaliar algumas questões importantes. Por exemplo: há diferença de ordenação gerada pelas capacidades e pela renda? Será que as pessoas “relativamente” mais pobres no quesito renda também são as mais prejudicadas em termos de Educação/Conhecimento, Saúde ou Moradia?

Para avaliar essa questão, as crianças/jovens devem ser separados/ordenados por algum critério. No caso, a separação é realizada de acordo com a mediana das distribuições. Com base nela os indivíduos foram separados entre os 50% mais pobres e os 50% mais ricos. Esse corte é feito tanto para renda familiar *per capita* como para Educação/Conhecimento, Saúde e Moradia.

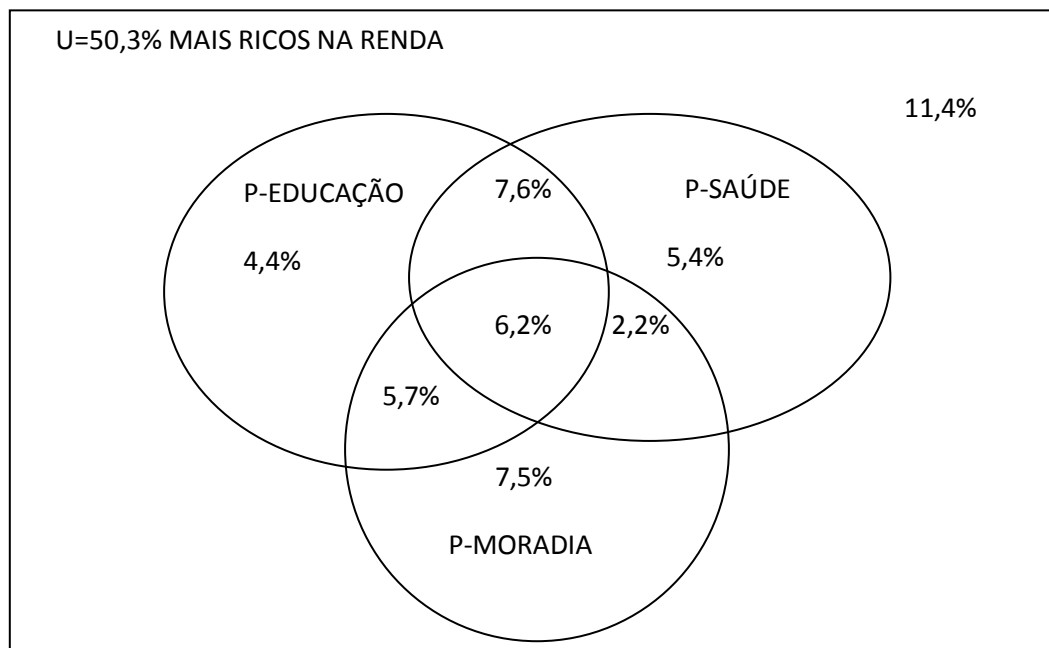
Figura (3.1) : Interseção entre os mais pobres de renda e de capacidades



Fonte: Survey Recife 2007, elaboração própria.

As figura (3.1) e (3.2) mostram as interseções entre os diferentes grupos formados. A primeira delas apresenta apenas as pessoas mais pobres com relação à renda. Além disso, mostra quantas dessas pessoas também estão entre os mais pobres em outras dimensões. Como pode ser visto, a correspondência entre a ordenação de renda e de capacidades não é tão grande. Mesmo para a saúde, que depende da renda familiar per capita a concordância é pequena. Além disso, a figura (3.2) mostra que muitas das crianças/jovens mais “ricos” em renda estão entre as (50%) mais pobres em termos de alguma capacidade.

Figura (3.2) : Interseção entre os mais ricos em renda e mais pobres em capacidades



Fonte: *Survey Recife 2007*, elaboração própria.

Cabe ressaltar que o exercício acima não sugere de modo algum que a mediana seja uma linha efetiva de pobreza. Ela só foi utilizada para se avaliar a ordenação das crianças/jovens segundo alguns critérios distintos (capabilities e renda) ⁸⁹.

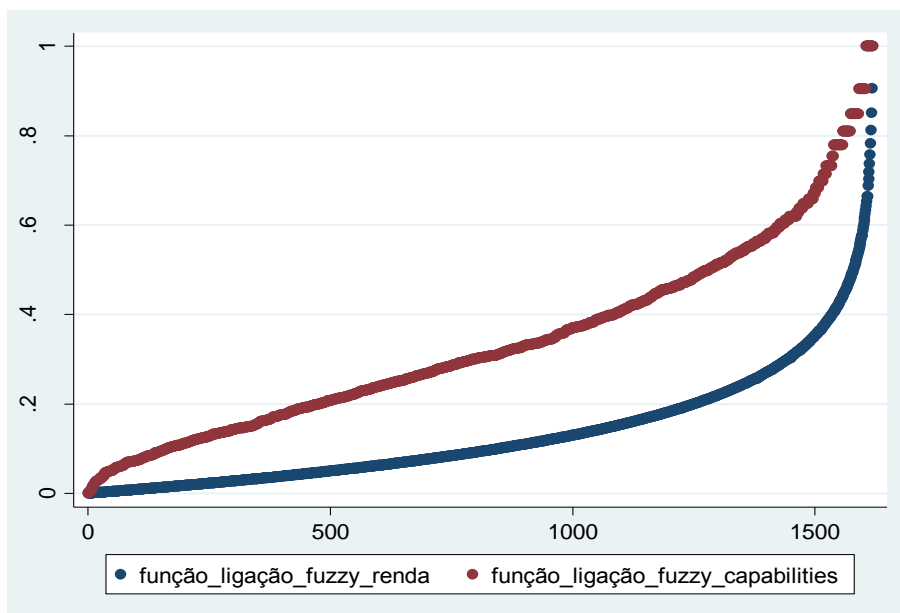
⁸⁹ Descasamentos semelhante entre a ordenação das capacidades e da renda também são encontrado quando o corte se dá em outros valores da distribuição (ex. q25 e q75).

3.6 – UMA MEDIDA DE POBREZA FUZZY.

Após a estimação do modelo da seção 3.4, do cálculo das capacidades de cada criança/jovem, da verificação da ordenação distinta criada pelas capacidades e pela renda, uma questão importante ainda precisa ser respondida: como criar uma medida de pobreza a partir das informações disponíveis?

Nessa seção, tal questão é abordada de acordo com a medida de pobreza *fuzzy*, apresentada no capítulo 2. Como já foi dito, essa medida de pobreza depende fundamentalmente da distribuição dos atributos analisados. Estes podem ser, por exemplo, as capacidades ou a renda. Tal medida utiliza a função (f_n) descrita na seção (2.6) que mostra para cada pessoa a proporção de indivíduos que está pior do que ela ou em situação tão boa quanto a dela. Com base nessa função, calcula-se um indicador de privação individual (m_n) e uma função de ligação que mostra a associação daquela pessoa com o conjunto dos pobres: quanto menor a função de ligação, menor a associação. O índice agregado de pobreza é obtido tomando a média dos valores da função de ligação⁹⁰.

Gráfico (3.1): Valores da função de ligação ordenados considerando renda ou *capabilities*.



Fonte: *Survey Recife 2007*, elaboração própria.

⁹⁰ Para maiores detalhes veja o capítulo 2 ou os textos de VERO, J. (2006) e DEUTSCH, J.; SILBER, J. (2006).

Tendo isso em mente, dois exercícios foram realizados. No primeiro, é calculada a função de ligação e a pobreza com base na renda familiar *per capita*. No segundo, a função de ligação e a pobreza são obtidos com base nas três capacidades estimadas: Educação/conhecimento, Saúde, Moradia. O gráfico (3.1) mostra os valores das duas funções ordenados. Como pode ser visto, os valores da função que se baseia na renda são sempre menores do que os valores baseados nas capacidades, exceto nas pontas onde as duas funções sempre valem (0) e (1). Dessa forma, pode-se dizer que a pobreza das crianças e dos jovens analisados será mais intensa quando calculada pelas capacidades. Nesse caso, o índice vale (0.34). Com base na renda, o valor do índice é de apenas (0.13).

3.7 – BREVES CONSIDERAÇÕES.

Neste capítulo foi realizada uma avaliação empírica da pobreza de um grupo específico: crianças e jovens entre 5 e 15, anos do Recife, de famílias reconhecidamente pobres. Essa análise se baseou nas capacidades (*capabilities*): Educação/Conhecimento, Saúde e Moradia. Para isso três etapas foram executadas. Na primeira delas, estimou-se a contribuição dos recursos da família, da estrutura familiar, e de algumas variáveis influenciadas pelas políticas públicas e fatores ambientais para a formação das capacidades das crianças e dos jovens. Cabe ressaltar que a renda familiar *per capita* se mostrou mais importante para a Saúde enquanto as variáveis influenciadas pelas políticas públicas se mostraram determinantes para a Educação/Conhecimento, Moradia nos modelos MIMIC e SEM. Além disso, segundo o modelo SEM, tanto a Moradia como a Saúde influenciam positivamente a Educação/Conhecimento.

Na segunda etapa da análise, o valor das capacidades foi estimado e a ordenação das crianças/jovens em cada uma das três dimensões foi comparada com a ordenação gerada pela renda. Verificaram-se as ordenações são muito diferentes. Sendo assim, as ordenações vindas da

renda se tornam um guia impreciso, ou mesmo enganoso, para as vantagens individuais de *Educação/Conhecimento, Saúde e Moradia*.

A última etapa consistiu na mensuração da pobreza. Dadas as peculiaridades da amostra, que concentra um elevado número de pobres, e a falta de informação sobre as linhas de pobreza e os pesos apropriados, adotou-se a lógica *fuzzy* descrita no capítulo. Esse procedimento dispensa tais escolhas e se baseia na distribuição conjunta das variáveis. Ao final do processo, duas funções de ligação foram obtidas: uma com base nas três capacidades estudadas e outra com base na renda. Tais funções mostram a associação das crianças/jovens com o conjunto dos pobres e a sua média é uma medida da intensidade/severidade da pobreza. Verificou-se, então, que, nessa metodologia, a abordagem das capacidades revela uma pobreza maior do que a abordagem da renda.

Sendo assim, para o conjunto de crianças e jovens estudado, a abordagem das capacidades sugere tanto uma pobreza mais intensa, como uma ordenação distinta daquela obtida pela renda. Esses são pontos importantes para qualquer política que pretenda eliminar a pobreza desse grupo como um todo e/ou pretenda realizar algum tipo de focalização. Mais ainda, o impacto insignificante da renda sobre a educação e a moradia e a importância do acesso à educação, das características da escola, do acesso à rede coletora, do acesso à rede geral de água e das demais características da vizinhança sugerem a necessidade de outras políticas públicas, além da mera redistribuição de renda.

CONCLUSÃO

Inicialmente, no primeiro capítulo, assumiu-se que a renda (ou a despesa) é convertida em bem-estar de modo semelhante por todos os agentes. Esse contexto simples serviu para apresentar axiomas e índices importantes assim como conceitos de dominância úteis para avaliar o bem-estar e ordenar distribuições quando há incerteza quanto à linha ou ao índice de pobreza apropriado. Tais instrumentos são fundamentais para compreensão de inúmeras análises sobre a pobreza; além disso, também são necessários para o entendimento dos desdobramentos recentes que incorporam outras dimensões ao tema.

Após a apresentação desses instrumentos, foi incorporada à análise a duração e a permanência da pobreza. Viu-se que, nesse novo contexto, além de identificar os pobres é necessário distinguir dentre eles quem sofre de pobreza crônica ou transitória. Tal distinção tem sido feita pela renda/despesa esperada ou pela duração (ou frequência) de permanência na pobreza. Uma vez identificados esses dois grupos, o exercício de agregação e decomposição da pobreza entre pobreza crônica e transitória se torna, claramente, uma extensão direta das medidas de pobreza da seção anterior e possibilitam o uso das técnicas já descritas. Entretanto, muitos autores consideram estas abordagens insuficientes para a compreensão da pobreza.

O capítulo (2) tratou da importância da escolha do espaço de comparação e das variáveis focais. Foram apresentadas algumas abordagens como as necessidades básicas e das capacidades. Amartya Sen, por exemplo, argumenta que as comparações interpessoais devam ser feitas com base nas capacidades e não no espaço dos recursos ou da satisfação pessoal (utilidade). Algumas críticas ao trabalho de Sen que dizem respeito, por exemplo, à seleção das capacidades foram apresentadas.

Algumas questões associadas à maioria das medidas de pobreza multidimensionais, como a escolha da(s) linha(s) de pobreza e a sequência de agregação foram levantadas. Depois disso, sete metodologias distintas foram apresentadas. Tais metodologias se baseavam em axiomas, teoria da informação, lógica *fuzzy*, funções de distâncias, pobreza subjetiva, fatores latentes e conceitos de dominância. Cada uma delas objetiva avaliar a pobreza multidimensional por um ponto de vista particular. A abordagem axiomática e a teoria da informação, por exemplo, sugerem algumas formas funcionais semelhantes. Entretanto, não informam quais são os indicadores mais importantes ou essenciais para a composição de um índice de pobreza. Essas abordagens também não informam os valores apropriados para os parâmetros que determinam o peso de cada dimensão ou o grau de substituição entre elas.

Outras abordagens como a dos fatores latentes são especialmente úteis para criar atributos a partir de medidas imprecisas. Quando apenas um fator latente é estimado, (ex: renda permanente) a análise da pobreza prossegue com as informações desse único atributo. Entretanto, quando há mais de um fator latente, é preciso determinar como eles podem ser combinados.

Uma questão controversa nos estudos de pobreza multidimensional é a definição das linhas de pobreza. Viu-se que alguns estudos adotam linhas relativas criadas, por exemplo, a partir da mediana. Mas repare que tal escolha não está livre de arbitrariedades e exige conhecimento do quantil ou múltiplo da mediana apropriado. A abordagem *fuzzy* descrita na seção pode ser especialmente útil quando se há incerteza sobre as linhas de pobreza apropriadas para cada dimensão e/ou há desconhecimento sobre pesos e a importância de cada dimensão.

O terceiro capítulo realiza uma avaliação empírica da pobreza de um grupo específico: crianças e jovens entre 5 e 15, anos do Recife, de famílias reconhecidamente pobres. Essa análise se baseou em três capacidades (*capabilities*): *Educação/Conhecimento*, *Saúde* e *Moradia*. Para isso três etapas foram executadas. Na primeira delas, estimou-se a contribuição dos recursos da família, da estrutura familiar, e de algumas variáveis influenciadas pelas políticas públicas e fatores

ambientais para a formação das capacidades das crianças e dos jovens. Cabe ressaltar que a renda familiar *per capita* se mostrou mais importante para a *Saúde* enquanto as variáveis influenciadas pelas políticas públicas se mostraram determinantes para a *Educação/Conhecimento*, *Moradia* nos modelos MIMIC e SEM. Além disso, segundo o SEM, tanto a *Moradia* como a *Saúde* influenciam positivamente a *Educação/Conhecimento*.

Na segunda etapa da análise, o valor das capacidades foi estimado e a ordenação das crianças/jovens em cada uma das três dimensões foi comparada com a ordenação gerada pela renda. Verificaram-se as ordenações distintas. Sendo assim, as ordenações vindas da renda se tornam um guia impreciso, ou mesmo enganoso, para as vantagens individuais de *Educação/Conhecimento*, *Saúde* e *Moradia*.

A última etapa consistiu na mensuração da pobreza. Dadas as peculiaridades da amostra, que concentra um elevado número de pobres, e a falta de informação sobre as linhas de pobreza e os pesos apropriados, adotou-se a lógica *fuzzy* descrita no capítulo. Esse procedimento dispensou tais escolhas e se baseou na distribuição conjunta das variáveis. Ao final do processo, duas funções de ligação foram obtidas: uma com base nas três capacidades estudadas e outra com base na renda. Tais funções mostram a associação das crianças/jovens com o conjunto dos pobres e a sua média é uma medida da intensidade/severidade da pobreza. Verificou-se, então, que, (nessa metodologia e nessa amostra) a abordagem das capacidades revela uma pobreza maior do que a abordagem da renda.

Sendo assim, para o conjunto de crianças e jovens estudado, a abordagem das capacidades sugere tanto uma pobreza mais intensa, como uma ordenação distinta daquela obtida pela renda. Esses são pontos importantes para qualquer política que pretenda eliminar a pobreza desse grupo como um todo e/ou pretenda realizar algum tipo de focalização. Mais ainda, o impacto insignificante da renda sobre a educação e a moradia e a importância do acesso à educação, das características da escola, do acesso à rede coletora, do acesso à rede geral de água e das demais

características da vizinhança, sugerem a necessidade de outras políticas públicas, além da mera redistribuição de renda.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ADDISON, T.; HULME, D.; KANBUR, R.** *Poverty Dynamics: interdisciplinary Perspectives*, New York: Oxford University Press, 2009.
- ADELMAN, I.; DALTON, G.** A Factor Analysis of Modernisation in Village India, *The Economic Journal*, vol. 81, n. 323, pp. 563-579, 1971.
- ALKIRE, A.** Dimensions of Human Development, *World Development*, vol. 30, n. 2, pp. 181–205, 2002.
- _____, Valuing Freedom: Sen's Capability Approach and Poverty Reduction, Oxford: Oxford University Press (2002b).
- _____, Choosing Dimensions: The Capability Approach to Multidimensional Poverty, in KAKWANI, N.; SILBER, J. (ed.) *The Many Dimensions of Poverty*, New York: Palgrave Macmillan, 2007.
- ALKIRE, S.; FOSTER, J.** Counting and Multidimensional Poverty Measurement, *Working Paper*, n. 32, Oxford: University of Oxford, OPHI, 2009.
- ANAND, P.; HEES, M.** Capabilities and achievements: An empirical study, *The Journal of Socio-Economics*, vol. 35, n. 2, pp. 268–284, 2006.
- ANAND, S.; RAVALLION, M.** Human Development in Poor Countries: On the Role of Private Incomes and Public Services, *The Journal of Economic Perspectives*, vol. 7, n. 1, pp. 133-150, 1993.
- ANDERSON, G.; CRAWFORD, I.; LEICESTER, A.** Efficiency analysis and the Lower Convex Hull approach, in KAKWANI, N.; SILBER, J. (ed.) *Quantitative Approaches to Multidimensional Poverty Measurement*, New York: Palgrave Macmillan, 2008.
- ASSELIN, L-M.** Analysis of Multidimensional Poverty, Theory and Case Studies, *Economic Studies in Inequality, Social Exclusion and Well-Being*, vol. 7, Ottawa: Springer, 2009.
- ATKINSON, A.** On The Measurement of Poverty, *Econometrica*, vol. 55, n. 4, pp 749-764, 1987.
- _____, *Poverty in Europe*, Oxford: Blackwell Publishers, 1998;
- _____, Multidimensional deprivation: contrasting social welfare and counting approaches, *Journal of Economic Inequality*, vol. 1, n. 1, pp. 51–65, 2003.
- ATKINSON, A.; BOURGUIGNON, F.** The Comparison of Multi-Dimensioned Distributions of Economic Status, *The Review of Economic Studies*, vol. 49, n. 2, pp. 183-201, 1982.
- _____, Income Distributions and Economics, in ATKINSON, A; BOURGUIGNON, F. (ed.), *Handbook of income Distribution*, Amsterdam: Elsevier, 2000.
- ATKINSON, A.; CANTILLON, B.;MARLIER, E.; NOLAN, B.** *Social Indicators: The EU and Social Inclusion*, New York: Oxford University Press, 2002.
- BARROS, et al.** *Crecimiento con Equidad: La Lucha Contra la Pobreza en Centroamérica*, Colombia: PNUD, 2005

BARROS et al, A Importância da Queda Recente da Desigualdade para a Pobreza, em Barros, R.; Foguel, M.; Ulyssea, G. (ed.) *Desigualdade de Renda no Brasil: Uma análise da queda recente*, vol. 1, Brasília: IPEA, 2006.

BÉRENGER, V.; VERDIER-CHOUCHANE, A. Multidimensional Measures of Well-Being: Standard of Living and Quality of Life Across Countries , *World Development*, vol. 35, n. 7, pp. 1259–1276, 2007.

BETTI, G.; CHELI, B.; LEMMI, A.; VERMA, V. The Fuzzy Set Approach to Multidimensional Poverty: The case of Italy in the 1990s, in KAKWANI, N.; SILBER, J. (ed.) *Quantitative Approaches to Multidimensional Poverty Measurement*, New York: Palgrave Macmillan, 2008.

BIBI, S. Measuring Poverty in Multidimensional Perspective: A Review of The Literature, Working Paper 2005-07, Poverty and Economic Policy Research Network, 2005.

BLACKORBY, C.; BOSSERT, W. Interpersonal comparisons of well-being, in WEINGAST, B.; WITTMAN, D. (ed.) *Oxford Handbook of Political Economy*, Oxford: Oxford University Press, 2006.

BLACKORBY, C.; DONALDSON, D. Ethical Indices for the Measurement of Poverty, *Econometrica*, vol. 48, n. 4, pp. 1053-1060, 1980.

BLACKORBY, C.; DONALDSON, D.; WEYMARK, J. Social Choice with Interpersonal Utility Comparisons: A Diagrammatic Introduction, *International Economic Review*, vol. 25, n. 2, pp. 327-356, 1984.

BOOYSEN, F.; BERG, S.; BURGER, G.; MALTITZ, M.; RAND, G. Using an Asset Index to Assess Trends in Poverty in Seven Sub-Saharan African Countries, *World Development* , vol. 36, n. 6, pp. 1113–1130, 2008.

BOSSERT, W.; CHAKRAVARTY, S.; D`AMBROSIO, C. Poverty and Time, *Working Paper*, n. 2008-87, Palma de Mallorca: ECINEQ, 2008.

BOURGUIGNON, F. From Income to Endowments: The difficult Task of Expanding the Income Poverty Paradigm, in GRUSKY, B.; KANBUR, R. (ed.) *Poverty and Inequality*, Stanford: Stanford University Press, 2006.

BOURGUIGNON, F.; CHAKRAVARTY, S. Multi-dimensional poverty orderings, *Working Paper*, n. 2002-22, DELTA, Paris, 2002.

_____, The Measurement of Multidimensional Poverty, *Journal of Economic Inequality*, vol. 1, n. ,pp. 25–49, 2003.

CALVO, C.; DERCON, S. Risk and Vulnerability to Poverty in KAKWANI, N.; SILBER, J. (ed.) *The Many Dimensions of Poverty*, New York: Palgrave Macmillan, 2007.

_____, Chronic Poverty and All That: The Measurement of Poverty Over Time, in ADDISON, T.; HULME, D.; KANBUR, R. (ed.) *Poverty Dynamics: interdisciplinary Perspectives*, New York: Oxford University Press, 2009.

CAPELLARI, L., JENKINS, S. Who Stays Poor? Who Becomes Poor? Evidence from the British Household Panel Survey, *Economic Journal*, 112 (March), pp. C60 – C67, 2002.

CARVALHO, M.; KERSTENETZKY, C.; VECCHIO, R. Uma Aplicação da Teoria dos Conjuntos Fuzzy na Análise da Pobreza: o caso das Regiões Metropolitanas do Sudeste brasileiro – 2000, *Anais do XXXV Encontro Nacional de Economia*, ANPEC, 2007.

CERIANI, L. A Path-Dependent Poverty Measure, *Working Paper*, n. 142, Milano: Università Commerciale Luigi Bocconi, Centre for Research on the Public Sector, 2009.

CHAKRAVARTY, S. Ethically Flexible Measures of Poverty, *The Canadian Journal of Economics / Revue canadienne d'Economique*, vol. 16, n. 1, pp. 74-85, 1983.

_____, On Shorrocks's Reinvestigation of the Sen Poverty Index, *Econometrica*, vol. 65, n. 5, pp. 1241-1242, 1997.

_____, Axiomatic Approach to multidimensional Poverty Measurement via Fuzzy Sets, in LEMMI, A.; BETTI, G. (ed.) *Fuzzy Set Approach to Multidimensional poverty Measurement, Economic Studies in Inequality, Social Exclusion and Well-Being*, vol. 3, New York: Springer, 2006.

_____, Inequality, Polarization and Poverty: Advances in Distributional Analysis, *Economic Studies in Inequality, Social Exclusion and Well-Being*, vol. 6, New York: Springer, 2009.

CHAKRAVARTY, S.; MULIERE, P. Welfare indicators: a review and new perspectives 2 - Measurement of poverty, *International Journal of Statistics*, vol. LXII, n. 2, pp. 247-281, 2004.

CHAKRAVARTY, S.; DEUTSCH, J.; SILBER, J. On the Watts Multidimensional Poverty Index and its Decomposition, *World Development*, vol. 36, n. 6, pp. 1067–1077, 2008.

CHAKRAVARTY, S.; MUKHERJEE, D.; RANADE, R. On the Family of Subgroup and Factor Decomposable Measures of Multidimensional Poverty, *Research on Economic Inequality*, vol. 8, pp. 175-194, 1998.

CHAKRAVARTY, S.; SILBER, J. Measuring Multidimensional Poverty: The Axiomatic Approach, in KAKWANI, N.; SILBER, J. (ed.) *Quantitative Approaches to Multidimensional Poverty Measurement*, New York: Palgrave Macmillan, 2008.

CLARK, S.; HEMMING, R.; ULPH, D. On Indices for the Measurement of Poverty, *The Economic Journal*, vol. 91, n. 362, pp. 515-526, 1981.

CLARK, D.; HUME, D. Towards A Unified Framework for Understanding the Depth, Breadth and Duration of Poverty, *International Conference: The many dimensions of poverty*, Brasilia, Brazil, 2005.

COMIM, F.; QIZILBASH, M.; ALKIRE, S. *The Capability Approach: Concepts, Measures and Applications*, Cambridge: Cambridge University Press, 2008.

CORAZZINI, L.; ESPOSITO, L.; MAJORANO, F. Exploring the Absolutist vs Relativist Perception of Poverty Using a Cross-Country Questionnaire Survey, *Journal of Economic Psychology*, no prelo, [doi:10.1016/j.joep.2009.10.007](https://doi.org/10.1016/j.joep.2009.10.007), 2009.

CPRC. *The Chronic Poverty Report 2004–05*, 2005

D'ASPROMONT, C.; GEVERS, L. Social Welfare Functionals and Interpersonal Comparability, in ARROW, K.; SEN, A.; SUZUMURA, K. (ed.) *Handbook of Social Choice and Welfare*, Amsterdam: Elsevier, 2002.

DAVIDSON, R.; DUCLOS, J-Y. Statistical Inference for Stochastic Dominance and for the Measurement of Poverty and Inequality, *Econometrica*, vol. 68, n. 6, pp. 1435-1464, 2000.

DEATON, A. *The Analysis of Household Surveys: A microeconomic Approach to Development Policy*, Baltimore: Johns Hopkins University Press, 2000.

DEUTSCH, J.; SILBER, J. Measuring Multidimensional Poverty: An Empirical Comparison of Various Approaches, *Review of Income and Wealth*, vol. 51, n.1, pp. 145-174, 2005.

_____, The “Fuzzy Set” Approach to Multidimensional Poverty Analysis: Using the Shapley Decomposition to Analyze the determinants of Poverty in Israel, in LEMMI, A.; BETTI, G. (ed.) Fuzzy Set Approach to Multidimensional poverty Measurement, *Economic Studies in Inequality, Social Exclusion and Well-Being*, vol. 3, New York: Springer, 2006.

DINIZ, F. Constructing a Broader Measure of Welfare Incorporating the Access to Public Goods, *Anais do XXXIII Encontro Nacional de Economia*, ANPEC, 2005.

DI TOMMASO, M. Children capabilities: A structural equation model for India, *The Journal of Socio-Economics*, vol. 36, n. 3, pp. 436–450, 2007.

DOYAL, L.; GOUGH, I. *A Theory of Human Need*, New York: The Guilford Press, 1991.

DONALDSON, D.; WEYMARK, J. Properties of Fixed-Population Poverty Indices, *International Economic Review*, vol. 27, n. 3, pp. 667-688, 1986.

Duclos, J-Y. What is “Pro-Poor”? *Social Choice and Welfare*, vol. 32, n. 1, pp. 37-58, 2009.

DUCLOS, J-Y.; ABDELKRIM, A. Poverty and Equity: Measurement, Policy and Estimation with DAD, *Economic Studies in Inequality, Social Exclusion and Well-Being*, vol. 2, New York: Springer, 2006.

DUCLOS, J-Y.; ARAAR, A.; GILES, J. Chronic and transient poverty: Measurement and estimation, with evidence from China, *Journal of development Economics*, vol. 91, n.2, 266-277, 2010.

DUCLOS, J-Y.; MAKDISSI, P. Sequential Stochastic Dominance and the Robustness of Poverty Orderings, *Review of Income and Wealth*, series 51, n. 1, pp. 63-87, 2005

DUCLOS, J-Y.; SAHN, D. AND YOUNGER, S. Robust Multidimensional Poverty Comparisons, *The Economic Journal*, vol. 116 , n. 514, pp. 943–968, 2006.

_____, Using an Ordinal Approach to Multidimensional Poverty Analysis, in KAKWANI, N.; SILBER, J. (ed.) *Quantitative Approaches to Multidimensional Poverty Measurement*, New York: Palgrave Macmillan, 2008.

FERREIRA, F.; LITCHFIELD, J. Desigualdade, pobreza e bem-estar no Brasil – 1981/95, em Henriques, R. (org.) *Desigualdade e Pobreza no Brasil*, Rio de Janeiro: IPEA, 2000.

FERREIRA, F., LANJOUW, P., NÉRI, M. A New Poverty Profile for Brazil Using PPV, PNAD and Census Data, *Texto para Discussão*, n. 418, Rio de Janeiro: PUC-Rio, Departamento de Economia, 2000.

FERRER-i-CARBONELL, A.; FRIJTERS, P. How Important Is Methodology for the Estimates of the Determinants of Happiness? *The Economic Journal*, vol. 114, issue 497, pp. 641–659, 2004.

FOSTER, J. Absolute versus Relative Poverty, *The American Economic Review*, vol. 88, n. 2, Papers and Proceedings of the Hundred and Tenth Annual Meeting of the American Economic Association, pp. 335-341, 1998.

_____, A Class Of Chronic Poverty Measures, *Working Paper*, n. 07-W01, Nashville: Vanderbilt University, Department of Economics, 2007

_____, A Class of Chronic Poverty Measures, in ADDISON, T.; HULME, D.; KANBUR, R. *Poverty Dynamics: interdisciplinary Perspectives*, New York: Oxford University Press, 2009.

FOSTER, J.; GREER, J.; THORBECKE, E. A Class of Decomposable Poverty Measures, *Econometrica*, vol. 52, n. 3, pp. 761-766, 1984.

FOSTER, J.; SHORROCHK, A. Poverty Orderings, *Econometrica*, vol. 56, n.1, pp. 173-177, 1988a.

_____, Poverty Orderings and Welfare Dominance, *Social Choice and Welfare*, n. 5, pp. 179-198, 1988b.

_____, Subgroup Consistent Poverty Indices, *Econometrica*, vol. 59, n. 3, pp. 687-709, 1991.

GOEDHART, T.; HALBERSTADT, V.; KAPTEYN, A.; PRAAG, B. The Poverty Line: Concept and Measurement, *The Journal of Human Resources*, vol. 12, n. 4. pp. 503-520, 1977.

GOLDBERGER, A. Structural Equation Methods in the Social Sciences, *Econometrica*, vol. 40, n. 6, pp. 979-1001, 1972.

GOUGH, I. Lists and Thresholds: Comparing Our Theory of Human Need With Nussbaum's Capabilities Approach, *Working Paper*, n.1, Bath: University of Bath, ESRC WeD, 2003.

GRÄB, J.; GRIMM, M. Robust Multiperiod Poverty Comparisons, *Discussion Papers*, n.725, Berlin: DIW German Institute for Economic Research, 2007.

GREENACRE, M.; BLASIUUS, J. *Multiple Correspondence Analysis and Related Methods*, New York: Chapman & Hall/CRC, 2006

GREEN, M.; HULME, D. From Correlates and Characteristics to Causes: Thinking About Poverty from a Chronic Poverty Perspective, *World Development*, vol. 33, n. 6, pp. 867-879, 2005.

GREENE, W. *Econometric Analysis* 4ed., New Jersey: Prentice Hall, 2000.

GROSSE, M.; HARTTGEN, K.; KLASSEN, S. Measuring Pro-Poor Growth in Non-Income Dimensions, *World Development*, vol. 36, n. 6, pp. 1021-1047, 2008.

HAIR JR, J.; BLACK, W.; BABIN, B.; ANDERSON, R. *Multivariate Data Analysis* 7ed., Upper Saddle River: Prentice Hall, 2010.

HARSANYI, J. Cardinal Welfare, Individualistic Ethics, and Interpersonal Comparisons of Utility, *The Journal of Political Economy*, vol. 63, n. 4, pp. 309-321, 1955.

_____, Morality and the theory of rational behavior, in SEN, A.; WILLIAMS, B. (ed.) *Utilitarianism and Beyond*, Cambridge: Cambridge University Press, 1982.

HAUGHTON, J.; KHANDKER, S. *Handbook on Poverty + Inequality*, Washington, DC: The World Bank, 2009.

HAQ, M.; BURKI, S. *Meeting Basic Needs: An Overview*, Washington: World Bank, 1980.

HOFFMAN, R. *Distribuição de Renda: Medidas de Desigualdade e Pobreza*, São Paulo: Edusp, 1998.

_____, Mensuração da desigualdade e da pobreza no Brasil, em Henriques, R. (org.) *Desigualdade e Pobreza no Brasil*, Rio de Janeiro: IPEA, 2000.

_____, Effect of the rise of a person's income on inequality, *Revista Brasileira de Econometria*, vol. 21, n. 2, pp. 237-262, 2001.

HOY, M.; ZHENG, B. Measuring Lifetime Poverty, *Working Paper*, n. 07-01, Denver: University of Colorado at Denver and HSC, Department of Economics, 2007.

HOWES, R. Sections and Extensions of Concave Functions, *Journal of Mathematical Economics*, vol. 16, pp. 53-64, 1987.

HOWES, S. Mixed dominance: a new criterion for poverty, *Darp Research Paper*, n.3, LSE Sticerd, 1993.

HULME, D.; MCKAY, A. Identifying and measuring Chronic Poverty: beyond monetary measures? in KAKWANI, N.; SILBER, J. (ed.) *The Many Dimensions of Poverty*, New York: Palgrave Macmillan, 2007.

HULME, D.; SHEPHERD, A. Conceptualizing Chronic Poverty, *World Development*, vol. 31, n. 3, pp. 403-423, 2003.

JALAN, J.; RAVALLION, M. Is Transient Poverty Different? Evidence for Rural China, *Journal of Development Studies*, vol. 36, n. 6, pp 82-99, 2000.

JÄNTTI, M.; DANZINGER, S. Income Poverty in Advanced Countries, in ATKINSON, A; BOURGUIGNON, F., *Handbook of income Distribution*, Amsterdam: Elsevier, 2000.

JEHLE, G.; RENY, P. *Advanced Microeconomic Theory*, 2° ed., New York: Addison Wesley, 2001.

JOHNSON, R.; WICHERN, D. *Applied Multivariate Statistical Analysis* 6ed., Upper Saddle River: Prentice Hall, 2007.

JOLLIFFE, I. *Principal Component Analysis* 2ed., New York: Springer, 2002.

JÖRESKOG, K.; GOLDBERGER, A. Estimation of a Model with Multiple Indicators and Multiple Causes of a Single Latent Variable, *Journal of the American Statistical Association*, vol. 70, n. 351, pp. 631-639, 1975.

KAKWANI, N. Note on a New Measure of Poverty, *Econometrica*, vol. 49, n. 2, pp. 525-526, 1981.

KAKWANI, N.; PERNIA, E. What is Pro-Poor Growth? *Asian Development Review*, vol. 18, n. 1, pp 1-16, 2000.

KAKWANI, N.; SON, H. On assessing pro-poorness of government programmes: International Comparisons, in KAKWANI, N.; SILBER, J. (ed.) *The Many Dimensions of Poverty*, New York: Palgrave Macmillan, 2007.

_____, Global Estimates of Pro-Poor Growth, *World Development*, vol. 36, n. 6, pp. 1048–1066, 2008.

KLASEN, S. Measuring Poverty and Deprivation in South Africa, *Review of Income and Wealth*, vol 46, n. 1, pp. 33-58, 2000.

_____, Economic Growth and Poverty Reduction: Measurement Issues using Income and Non-Income Indicators, *World Development*, vol. 36, n. 3, pp. 420–445, 2008.

KRISHNAKUMAR, J. Going Beyond Functionings to Capabilities: An Econometric Model to Explain and Estimate Capabilities, *Journal of Human Development*, vol. 8, n. 1, pp. 39-66, 2007

KRISHNAKUMAR, J.; BALLON, P. Estimating Basic Capabilities: A Structural Equation Model Applied to Bolivia, *World Development*, vol. 36, n. 6, pp. 992–1010, 2008.

KRISHNAKUMAR, J.; NAGAR, A. On Exact Statistical Properties of Multidimensional Indices Based on Principal Components, Factor Analysis, MIMIC and Structural Equation Models, *Social Indicators Research*, vol. 86, n.3, pp. 481-496, 2008.

KUKLYS, W. *Amartya Sen's capability approach*, Berlin: Springer 2005.

KUNDU, A.; SMITH, T. An Impossibility Theorem on Poverty Indices, *International Economic Review*, vol. 24, n. 2, pp. 423-434, 1983.

KUROSAKI, T. Measurement of Chronic and Transient Poverty: Theory and Application to Pakistan, *Journal of Economic Inequality*, vol. 4, n. 3, pp. 325–345, 2006.

LATTIN, J.; CARROLL, J.; GREEN, P. *Analysing Multivariate Data*, Toronto: Thomson Learning, 2003.

LAVINAS, L. Pobreza, Desigualdade e Exclusão: contextos atuais, *Primeiro encontro da rede URB-AL*, São Paulo, 2003.

LELLI, S. Operationalising Sen's Capability Approach: the influence of the selected technique, in COMIM, F.; QIZILBASH, M.; ALKIRE, S. (ed.) *The Capability Approach: Concepts, Measures and Applications*, New York: Cambridge University Press, 2008.

LEMMI, A.; BETTI, G. (ed.) Fuzzy Set Approach to Multidimensional poverty Measurement, *Economic Studies in Inequality, Social Exclusion and Well-Being*, vol. 3, New York: Springer, 2006.

LENFANT, J-S. Complementarity and Demand Theory: From the 1920s to the 1940s, *History of Political Economy*, vol. 38, suppl. 1, pp48-85, 2006.

LEWIS, G.; ULPH, D. Poverty, Inequality and Welfare, *The Economic Journal*, vol. 98, n. 390, Supplement: Conference Papers, pp. 117 -131, 1988.

LOPES, H., MACEDO, P., MACHADO, A. Indicador de Pobreza: Aplicação de Uma Abordagem Multidimensional ao Caso Brasileiro, *Texto para Discussão* n. 223, Belo Horizonte: UFMG, Cedeplar, 2003.

LUGO, M.; MAASOUMI, E. Multidimensional Poverty Measures from an Information Theory Perspective, *Working Paper*, n. 10, Oxford: University of Oxford, OPHI, 2009.

LUZZI, G.; FLÜCKIGER, Y.; WEBER, S. A Cluster Analysis of Multidimensional Poverty in Switzerland, in KAKWANI, N.; SILBER, J. (ed.) *Quantitative Approaches to Multidimensional Poverty Measurement*, New York: Palgrave Macmillan, 2008.

MAASOUMI, E. The Measurement and Decomposition of Multi-Dimensional Inequality, *Econometrica*, vol. 54, n. 4, pp. 991-997, 1986.

MAASOUMI, E.; LUGO, M. Information Basis of Multivariate Poverty Assessment, in KAKWANI, N.; SILBER, J. (ed.) *Quantitative Approaches to Multidimensional Poverty Measurement*, New York: Palgrave Macmillan, 2008.

MADDALA, G. *Limited-dependent and qualitative variables in econometrics*, New York: Cambridge University Press, 1983.

MEDOLA, D.; Busetta, A.; MILITO, A. The importance of consecutive spells of poverty: a longitudinal poverty index, *Working Paper*, n. 2009-21, Luxembourg: IRISS, CEPS/INSTEAD, 2009.

MCCULLOCH, N.; BAULCH, B. Simulating The Impact of Policy Upon Chronic and Transitory Poverty in Rural Pakistan, *Journal of Development Studies*, vol. 36, n. 6, pp. 100-130, 2000.

MCCULLOCH, N.; CALANDRINO, M. Vulnerability and Chronic Poverty in Rural Sichuan, *World Development*, vol. 31, n. 3, pp. 611–628, 2003.

MCGILLIVRAY, M. Measuring Non-Economic Well-Being Achievement, *Review of Income and Wealth*, vol. 51, n. 2, pp. 338-364, 2005.

MCKAY, A; LAWSON, D. Assessing the Extent and Nature of Chronic Poverty in Low Income Countries: Issues and Evidence, *World Development*, vol. 31, n. 3, pp. 425–439, 2003.

MIRPLEES, J. The Economic Uses of Utilitarianism, in SEN, A.; WILLIAMS, B. (ed.) *Utilitarianism and Beyond*, Cambridge: Cambridge University Press, 1982.

MORDUCH, J. Poverty economic growth, and average exit time, *Economic Letters*, vol 59, n.3, pp. 385-390, 1998.

MOSER, C.; FELTON, A. The Construction of an Asset Index: Measuring Asset Accumulation in Ecuador', in ADDISON, T.; HULME, D.; KANBUR, R. (ed.) *Poverty Dynamics: Interdisciplinary Perspectives*, New York: Oxford University Press.

MUSSARD, S; ALPERIN, M. Inequalities in multidimensional poverty: evidence from Argentina, *Applied Economics Letters*, vol. 15, n.10, pp. 759–765, 2008.

MUTHEN, B. A general structural equation model with dichotomous, ordered categorical and continuous latent variable indicators, *Psychometrika*, vol. 41, n. 1 pp. 115-132, 1984.

MUTHEN, B. *Mplus technical appendices*, Los Angeles: Muthen & Muthen, 1998-2004.

NAGA, R.; BOLZANI, E. Income, Consumption and Permanent Income: a MIMIC Approach to multidimensional Poverty Measurement in KAKWANI, N.; SILBER, J. (ed.) *Quantitative Approaches to Multidimensional Poverty Measurement*, New York: Palgrave Macmillan, 2008.

NERI, M. *A Perceived Human Development Index*, Fortaleza: IV Encontro CAEN-EPGE, 2009.

POWDTHAVEE, N. Happiness and the standard of living: the case of South Africa, in BRUNI, L.; PORTA, P. (ed.) *Handbook on the Economics of Happiness*, Cheltenham: Edward Elgar, 2007.

NUSSBAUM, M. Poverty and Human Functioning: Capabilities as fundamental entitlements, in GRUSKY, B.; KANBUR, R. (ed.) *Poverty and Inequality*, Stanford: Stanford University Press, 2006.

PARDHAN, M.; RAVALLION, M. Measuring Poverty Using Qualitative Perceptions of Consumption Adequacy, *The Review of Economics and Statistics*, vol. 82, n. 3, pp. 462-471, 2000.

POLLAK, R.; WALES, T. Welfare Comparisons and Equivalent Scales, *American Economic Review*, vol. 69 (papers and proceedings), pp. 216-21, 1979.

PRAAG, B.; FERRER-i-CARBONELL, A. An Almost Integration-free Approach to Ordered Response Models, Tinbergen Institute Discussion Paper, n. 2006-047/3, Amsterdam: Tinbergen Institute, 2006.

_____, A Multidimensional Approach to Subjective Poverty, in KAKWANI, N.; SILBER, J. (ed.) *Quantitative Approaches to Multidimensional Poverty Measurement*, New York: Palgrave Macmillan, 2008.

PRAAG, B.; FRIJTERS, P.; FERRER-i-CARBONELL, A. The anatomy of subjective well-being, *Journal of Economic Behavior & Organization*, vol. 51, n. 1, pp. 29–49, 2003.

PRAAG, B.; GOEDHART, T.; KAPTEYN, A. The Poverty Line--A Pilot Survey in Europe, *The Review of Economics and Statistics*, vol. 62, n. 3, pp. 461-465, 1980.

PYATT, G. Measuring Welfare, Poverty and Inequality, *The Economic Journal*, vol. 97, n. 386, pp. 459-467, 1987.

RAHMAN, T. Measuring the well-being across countries, *Applied Economics Letters*, vol. 14, n. 11, pp. 779–783, 2007.

RAHMAN, T.; MITTELHAMMER, R.; WANDSCHNEIDER, P. Measuring Quality of Life across Countries: A Multiple Indicators and Multiple Causes Approach, *The Journal of Socio-Economics*, no prelo, doi:10.1016/j.socec.2010.06.002 , 2010

RAMOS, X. Using Efficiency analysis to Measure Individual Well-Being with a Illustration for Catalonia, in KAKWANI, N.; SILBER, J. (ed.) *Quantitative Approaches to Multidimensional Poverty Measurement*, New York: Palgrave Macmillan, 2008.

RAMOS, X.; SILBER, J. On the Application of Efficiency Analysis to the Study of the Dimensions of Human Development, *Review of Income and Wealth*, vol. 51, n. 2, pp. 285-309, 2005.

RAVALLION, M. Poverty Comparisons A Guide to Concepts and Methods, *Living Standards Measurement Study Working Paper*, n. 88, Washington: The World Bank, 1992.

_____, *Setting Poverty Lines: Economic Foundations of Current Practices*, Washington: Development Research Group, World Bank, 2001.

RAVALLION, M.; CHEN, S. Measuring pro-poor growth, *Economic Letters*, vol. 78, n. 1, pp. 93-99, 2003.

RENCHER, A. *Methods of Multivariate Analysis* 2ed., New York: John Wiley & Sons, 2002.

- RIBAS, R.** Vulnerabilidade à pobreza no Brasil: medindo risco e condicionalidade a partir da função de consumo das famílias, *Pesquisa e Planejamento Econômico*, vol. 37, n. 2, 2007.
- RIBAS, R., MACHADO, A., GOLGHER, A.** Fluctuations and Persistence in Poverty: a Transient-chronic Decomposition Model for Pseudopanel Data, *Texto para Discussão* n. 290, Belo Horizonte: UFMG, Cedeplar, 2006.
- ROBEYNS, I.** Selecting Capabilities for Quality of Life Measurement, *Social Indicators Research*, vol. 74, n. 1, pp. 191–215, 2005.
- _____, The Capability Approach in Practice, *The Journal of Political Philosophy*, vol. 14, n. 3, pp. 351–376, 2006.
- ROCHA, S.** Estimação de linhas de indigência e de pobreza: opções metodológicas no Brasil, em Henriques, R. (org.) *Desigualdade e Pobreza no Brasil*, Rio de Janeiro: IPEA, 2000.
- _____, *Pobreza no Brasil: Afinal, de que se trata?* 3ª ed., Rio de Janeiro: Editora FGV, 2006.
- ROCHE, J.** Monitoring Inequality among Social Groups: A Methodology Combining Fuzzy Set Theory and Principal Component Analysis, *Journal of Human Development*, vol. 9, n. 3, pp. 427–452, 2008.
- ROEMER, J.** *Theories of Distributive Justice*, Cambridge: Harvard University Press, 1998.
- ROJAS, M.** Experienced Poverty and Income Poverty in Mexico: A Subjective Well-Being Approach, *World Development*, vol. 36, n. 6, pp. 1078–1093, 2008.
- SAHN, D.; STIFEL, D.** Exploring Alternative Measures of Welfare in the Absence of Expenditure Data, *Review of Income and Wealth*, vol. 49, n. 4, pp. 463–489, 2003.
- SEN, A.** Poverty: An Ordinal Approach to Measurement, *Econometrica*, vol. 44, n. 2, pp. 219–231, 1976.
- _____, *Poverty and Famines: An Essay on Entitlement and Deprivation*, New York: Oxford University Press, 1982.
- _____, *Commodities and Capabilities*, Amsterdam: Elsevier, 1985.
- _____, Social Choice Theory, in Arrow, K.; Intriligator, M. (ed.) *Handbook of Mathematical Economics*, vol 3, Amsterdam: Elsevier, 1986.
- _____, *Choice, Welfare and Measurement*, London: Harvard University Press, 1997a.
- _____, *Resources, Values and Development*, London: Harvard University Press, 1997b.
- _____, *Desenvolvimento como Liberdade*, São Paulo: Companhia das Letras, 2004.
- _____, Dialogue Capabilities, Lists, and Public Reason: Continuing the Conversation, *Feminist Economics*, vol. 10, n. 3, pp. 77 – 80, 2004b.
- _____, *Desigualdade Reexaminada*, 2ª ed., Rio de Janeiro: Editora Record, 2008.
- _____, *The Idea of Justice*, Cambridge: Belknap Harvard University Press, 2009.

SEN, A; FOSTER, J. *On Economic Inequality after a Quarter Century*, in SEN, A. *On Economic Inequality: Enlarger edition with a substantial annexe*, New York: Oxford university Press, 1997.

SENIK, C. Direct evidence on income comparisons and their welfare effects, *Journal of Economic Behavior & Organization*, vol. 72, n. 1, pp. 408–424, 2009.

SILBER, J. Measuring poverty: taking a multidimensional perspective, *Hacienda Pública Española / Revista de Economía Pública*, vol. 182, n. 3, pp. 29-73, 2007.

SHORROCKS, A. Revisiting the Sen Poverty Index, *Econometrica*, vol. 63, n. 5, pp. 1225-1230, 1995.

SKRONDAL, A.; RABE-HESKETH, S. *Generalized latent variable modeling: Multilevel, longitudinal, and structural equation models*, Boca Raton: Chapman & Hall/CRC, 2004.

SLOTTJE, D. Measuring the quality of life across countries, *The Review of Economics and Statistics*, vol. 73, n. 4, pp.684–93, 1991.

SON, H. A new poverty decomposition, *Journal of Economic Inequality*, vol. 1, n. 2, pp. 181-187, 2003.

STREETEN, P. et al. *First things First*, New York: World Bank, Oxford University Press, 1981.

STEWART, M. On Least Squares Estimation when the Dependent Variable is Grouped, *The Review of Economic Studies*, vol. 50, n. 4, pp. 737-753, 1983.

TAKAYAMA, N. Poverty, Income Inequality, and Their Measures: Professor Sen's Axiomatic Approach Reconsidered, *Econometrica*, vol. 47, n. 3, pp. 747-759, 1979.

THON, D. A Note on a Troublesome Axiom for Poverty Indices, *The Economic Journal*, vol. 93, n. 369, pp. 199-200, 1983.

THORBECKE, E. Conceptual and Measurement Issues in Poverty Analysis, *Discussion Paper n. 2004/04*, United Nations University, WIDER, 2004.

_____, Multidimensional Poverty: Conceptual and Measurements Issues, in KAKWANI, N.; SILBER, J. (ed.) *The Many Dimensions of Poverty*, New York: Palgrave Macmillan, 2007.

TIMM, N. *Applied Multivariate Analysis*, New York: Sprinder, 2002.

TRAIN, K. *Discrete Choice Methods with Simulation* 2ed., New York: Cambridge University Press, 2009.

TSUI, K.-Y. Multidimensional Poverty Indices, *Social Choice and Welfare*, vol. 19, n. 1, pp. 69-93, 2002.

TUNGODDEN, B. Poverty measurement: the critical comparison value, *Social Choice and Welfare*, vol. 25, n.1, pp 75–84, 2005.

UNPD *Human Development Report*, Oxford: Oxford University Press, 1997.

VAUGHAN, R. Welfare Approaches to the Measurement of Poverty, *The Economic Journal*, vol. 97, Supplement: Conference Papers, pp. 160-170, 1987.

VÉLEZ, C.; ROBLES, M. Determining the Parameters of Axiomatically Derived Multidimensional Poverty Indices: An Application Based on Reported Well-Being in Colombia, in Kakwani, N.; Silber, J. (ed.) *Quantitative Approaches to Multidimensional Poverty Measurement*, New York: Palgrave Macmillan, 2008.

VERO, J. A comparison of Poverty According to Primary Goods, Capabilities and Outcomes: Evidence from French School Leaver's Surveys, in LEMMI, A.; BETTI, G. (ed.) *Fuzzy Set Approach to Multidimensional poverty Measurement*, *Economic Studies in Inequality, Social Exclusion and Well-Being*, vol. 3, New York: Springer, 2006.

VOS, K.; GARNER, T. An Evaluation of Subjective Poverty Definitions: Comparing Results from the U.S. and the Netherlands, *Review of Income and Wealth*, series 37. n. 3, pp.267-285, 1991.

WAGLE, U. Multidimensional Poverty Measurement: Concepts and Applications, *Economic Studies in Inequality, Social Exclusion and Well-Being*, vol. 4, New York: Springer, 2008.

WOOLDRIDGE, J. *Econometric Analysis of Cross Section and Panel Data*, London: MIT Press, 2002.

XU, K.; OSBERG, L. The social welfare implications, decomposability, and geometry of the Sen family of poverty indices, *Canadian Journal of Economics / Revue canadienne d'Economique*, Vol. 35, No. 1, 138-152, 2002.

YAQUB, S. Chronic Poverty: Scrutinizing Estimates, Patterns, Correlates, and Explanations, *Working Paper* n. 21, Chronic Poverty Research Centre, 2002.

ZELLER, M.; SHARMA, M.; HENRY, C.; LAPENU, C. An Operational Method for Assessing the Poverty Outreach Performance of Development Policies and Projects: Results of Case Studies in Africa, Asia, and Latin America, *World Development*, vol. 34, n. 3, pp. 446-464, 2006.

ZHENG, B. Can a Poverty Index be Both Relative and Absolute, *Econometrica*, Vol. 62, No. 6, pp. 1453-1458, 1994.

_____, Aggregate Poverty Measures, *Journal of economic Surveys*, vol. 11, n. 2, pp. 123-162, 1997

_____, On the power of poverty orderings, *Social Choice and Welfare*, vol.16, n. 3, pp. 349-371, 1999.

_____, Minimum Distribution-Sensitivity, Poverty Aversion, and Poverty Orderings, *Journal of Economic Theory*, vol. 95, pp. 116-137, 2000.

_____, Poverty orderings: A graphical illustration, *Social Choice and Welfare*, vol. 18, n. 1, pp 165-178, 2001.