

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
MANOEL EUGENIO DALBEM LOPES

Longa memória na taxa de juro real e inflação: uma aplicação para o Brasil e outros países.

Rio de Janeiro, 2019

MANOEL EUGENIO DALBEM LOPES

Longa memória na taxa de juro real e inflação: uma aplicação para o Brasil e outros países.

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Economia da Universidade Federal do Rio de Janeiro como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Economia da Indústria e da Tecnologia.

Orientador: André de Melo Modenesi

Rio de Janeiro

2019

FICHA CATALOGRÁFICA

L864 Lopes, Manoel Eugenio Dalbem
 Longa memória na taxa de juro real e inflação: uma aplicação para o Brasil e outros países / Manoel Eugenio Dalbem Lopes. - 2019.
 79 f.; 31 cm.
 Orientador: André de Melo Modenesi.
 Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Instituto de Economia, Programa de Pós-Graduação em Economia da Indústria e Tecnologia, 2019.
 Bibliografia: f. 71–76.

1. Inflação. 2. Taxa de juros. 3. Modelo Arfima. I. Modenesi, André de Melo. II. Universidade Federal do Rio de Janeiro. Instituto de Economia. III. Título.

CDD 332.41

Ficha catalográfica elaborada pelo bibliotecário: Lucas Augusto Alves Figueiredo

CRB 7 – 6851 Biblioteca Eugênio Gudín/CCJE/UFRJ

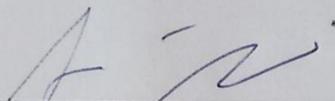
FOLHA DE APROVAÇÃO

MANOEL EUGENIO DALBEM LOPES

Longa memória na taxa de juro real e inflação: uma aplicação para o Brasil e outros países.

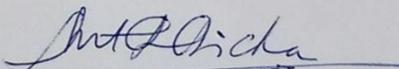
Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Economia da Universidade Federal do Rio de Janeiro como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Economia da Indústria e da Tecnologia.

Aprovada em 26 de agosto de 2019.

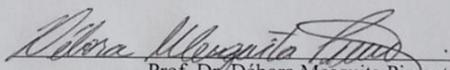


Prof. Dr. André de Melo Modenesi (Orientador)
Instituto de Economia / UFRJ

André de Melo Modenesi
Professor Adjunto
IE/UFRJ - SIAPE 1339306



Prof. Dr. Antonio Luis Licha
Instituto de Economia / UFRJ



Prof. Dr. Débora Mesquita Pimentel
Instituto de Economia / UFRJ

AGRADECIMENTOS

Primeiro agradeço ao meu pai e irmão pelo apoio incondicional. Além de me proporcionarem momentos de descontração também tiveram paciência e acreditaram sempre em mim. Não menos importante, à minha mãe, que apesar de não estar mais entre nós. Agradeço à Isabela também, pela paciência, companheirismo e compreensão diversas vezes.

Agradeço a meu orientador, André, pela paciência, disponibilidade, sugestões e aprendizado. À Debora também, pelas sugestões na defesa de projeto e dicas ao longo da dissertação. Aos professores do PPGE/UFRJ, em especial ao Eduardo Pontual, que me habilitaram e forneceram conhecimentos técnicos para escrever este trabalho.

Agradeço também aos amigos do mestrado, em especial à Maria Gorete, com quem pude dividir momentos de apreensão, dúvidas e incertezas, mas que fizeram o almoço no bandeirão mais saboroso e a espera na fila menos entediante. Também à Vanessa e Vinícius que espero tenham compreendido minha ausência em alguns momentos.

Por fim, pelo financiamento da CAPES/CNPq.

RESUMO

Este trabalho visa analisar a taxa de juro real e inflação utilizando ARFIMA. Uma vez que o Brasil possui elevado juro e uma inflação que reluta ficar abaixo de certo patamar (5% aa) foi verificado se há uma longa memória ou não nessas séries brasileiras. Assim, primeiro utilizou-se apenas dados oriundos de base de dados brasileira e depois do FMI, sendo realizada uma comparação com demais países. Quando analisado o juro real usando dados do FMI, o Brasil apresentou longa memória e não estacionariedade e reversão à média no longo prazo, e quando comparado com os demais países, não teve nada de muito discrepante. Já analisando a inflação, o Brasil foi o único que apresentou longa memória, não estacionariedade, mas com reversão à média no longo prazo. Todos os outros países apresentaram longa memória e foram estacionários. Ou seja, o resultado nesse trabalho indica que pode existir sim alguma especificidade na inflação brasileira.

Palavras Chave: Inflação, Taxa real de juro, Modelo ARFIMA.

ABSTRACT

This work aims to analyze the real interest rate and inflation using an ARFIMA. Given that Brazil has high interest rates and inflation that falls below a certain level (5% per year), it has been verified whether there is a long memory or not in these Brazilian series. Thus, used first data from the Brazilian database and after the IMF, and a comparison was made with other countries. When the real interest rate was analyzed using IMF data, Brazil presented a long memory and non-stationarity and reversion to the average in the long term, and when compared with the other countries, there was nothing very dissimilar. When analyzing inflation, Brazil was the only one that presented a long memory, not stationarity, but with reversal medium in the long run. All other countries had long memories and stationary. That is, the result in this work indicates that there may be some specificity in Brazilian inflation.

Keywords: Inflation, Real interest rate, ARFIMA model.

Lista de Gráficos:

Gráfico 1 – Taxa real de juro brasileira entre 2002-2018	12
Gráfico 2 – Taxa Selic – 2002-2018	42
Gráfico 3 – IPCA – 2002-2018	43
Gráfico 4 – Selic, IPCA e Taxa Real de Juros – 2002-2018	44
Gráfico 5 – Clemente-Montañés- Reys AO para o Juro Real	50
Gráfico 6 – Clemente-Montañés- Reys AO para Inflação	51
Gráfico 7 – Taxa Nominal de Juro – 2004-2018	53
Gráfico 8 – Inflação – 2004-2018	54
Gráfico 9 – Taxa Real de Juro – 2004-2018	55

Lista de Tabelas:

Tabela 1 – Análise descritiva	42
Tabela 2 – Teste ADF	45
Tabela 3 – Teste ADF-GLS	46
Tabela 4 – Teste KPSS	46
Tabela 5 – ARFIMA – Taxa Real de Juro	47
Tabela 6 – ARFIMA – IPCA	48
Tabela 7 – Tabulação de Clemente	50
Tabela 8 – Teste de raiz unitária com quebra estrutural para Taxa Real de Juro	50
Tabela 9 – Teste de raiz unitária com quebra estrutural para o IPCA	51
Tabela 10 – Comparando o “<i>d</i>”	52
Tabela 11 – Análise descritiva dos países	56
Tabela 12 – Teste ADF - Taxa Real de Juro	58
Tabela 13 – Teste ADF-GLS – Taxa Real de Juro	58
Tabela 14 – Teste KPSS - Taxa Real de Juro	59
Tabela 15 – Teste ADF – Inflação	60
Tabela 16 – Teste ADF-GLS – Inflação	60
Tabela 17 – Teste KPSS – Inflação	61
Tabela 18 – ARFIMA – Taxa de juro real	62
Tabela 19 - ARFIMA – Inflação Acumulada	63
Tabela 20 – Quebra estrutural – Juros	64
Tabela 21 – Quebra estrutural – Inflação	65
Tabela 22 – Granger & Hyung – Juros	66
Tabela 23 – Granger & Hyung – Inflação	67
Tabela 24 – Resultados Resumidos	70

Sumário

INTRODUÇÃO	11
1 POR QUE O JURO É TÃO ELEVADO NO BRASIL?	15
2 METODOLOGIA E TRABALHOS EMPÍRICOS	30
2.1 ARFIMA	30
2.2 - MÍNIMOS QUADRADOS NÃO-LINEARES (NLS)	32
2.3 - QUEBRA ESTRUTURAL.....	33
2.4 - PROCEDIMENTO DE GRANGER & HYUNG	34
2.5 - DADOS.....	35
2.6 – TRABALHOS EMPÍRICOS	35
3 ESTIMAÇÃO PARA O BRASIL	42
3.1 – ANÁLISE DESCRITIVA.....	42
3.2 - TESTE DE RAIZ UNITÁRIA	45
3.3 – ARFIMA.....	47
3.4 – QUEBRA ESTRUTURAL	49
3.5 – GRANGER & HYUNG	52
4 ESTIMAÇÃO PARA BRASIL, CHILE, COLÔMBIA, ÁFRICA DO SUL, TURQUIA E INDONÉSIA	53
4.1 – GRÁFICOS E ANÁLISE DESCRITIVA	53
4.2 - TESTES DE RAIZ UNITÁRIA PARA TAXA DE JURO REAL.....	58
4.3 - TESTES DE RAIZ UNITÁRIA PARA INFLAÇÃO.....	60
4.4 – ARFIMA: TAXA REAL DE JURO.....	62
4.5 – ARFIMA: INFLAÇÃO	63
4.7 – QUEBRA ESTRUTURAL PARA INFLAÇÃO	65
4.8 – GRANGER & HYUNG JURO REAL.....	66
4.9 – GRANGER & HYUNG PARA INFLAÇÃO	67
5 CONCLUSÃO	68
6 ANEXO	77
6.1 - ARFIMA:.....	77
6.2 - QUEBRA ESTRUTURAL:	78

Introdução

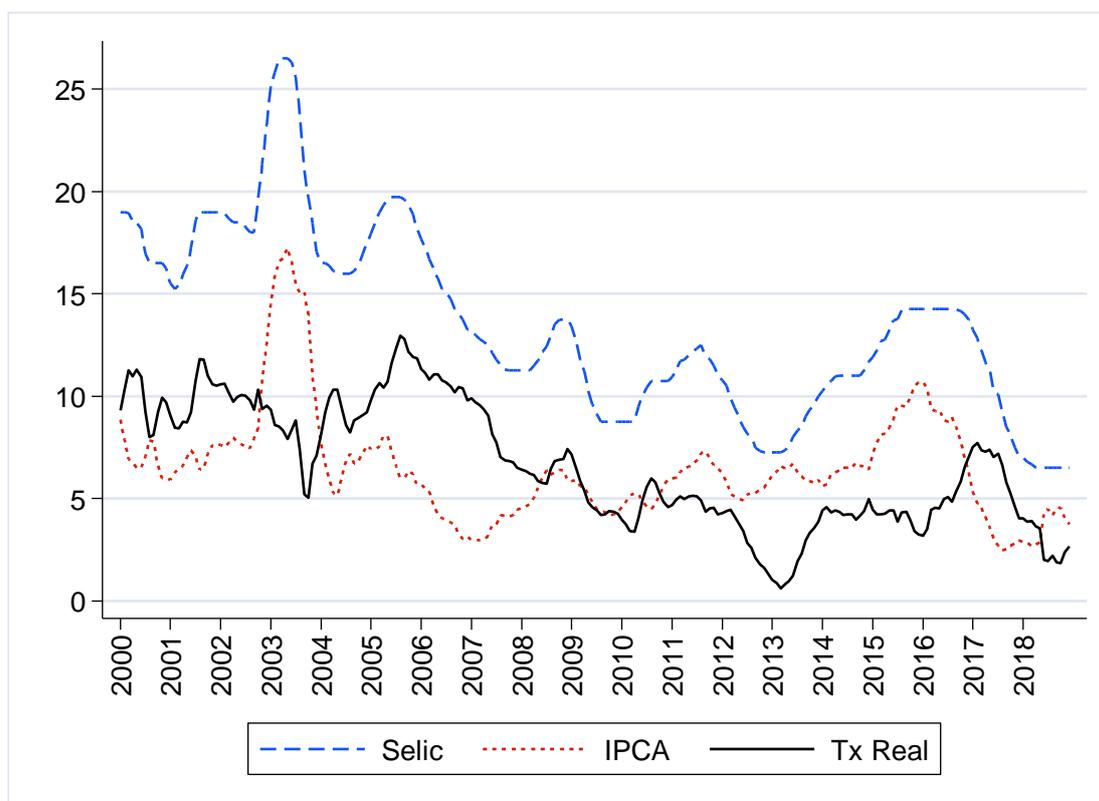
O Brasil é conhecido por uma série de peculiaridades, sendo uma delas praticar elevadas taxas juros, tanto nominal quanto real. Apesar da taxa Selic apresentar os menores valores históricos registrados (6,50% aa de abril de 2018 até o valor presente) esse juro elevado tem uma série de implicações negativas na economia: reduz investimentos, tanto no curto quanto no longo prazo, piora o componente financeiro da dívida pública, fazendo com que ocorra elevado gasto com pagamento de juro; apreciação excessiva sobre o câmbio entre outros. Além disso, existe um outro motivo preocupante: o desgaste da política monetária. Além do juro, a inflação brasileira também tem um comportamento um tanto anômalo pelo fato de mostrar certa resistência à política monetária (Barboza 2015), o que acentua o desgaste do mecanismo de transmissão via juros fazendo com que o juro se eleve acima do necessário e se mantenha nesse patamar para manter a inflação dentro da meta estabelecida pelo COPOM.

Assim, o seguinte trabalho visa abranger tanto inflação quanto o juro real no Brasil. Na verdade, é muito difícil tentar falar de taxa de juro se falar de inflação, especialmente no caso brasileiro. Contudo, é interessante lembrar que na década de 80 o Brasil sofreu muito com uma inflação descontrolada e ficou mais de 10 anos tentando resolver o problema inflacionário que afetou a economia brasileira, causando distorção de preços relativos e não apenas isso, praticamente acabou com a função de reserva de valor da moeda. Vale ressaltar que alguns planos de estabilização foram lançados, alguns até tiveram uma melhora do quadro inflacionário durante poucos meses, contudo a inflação retornava com mais força que antes e mais difícil de ser controlada.

Tal quadro persistiu até o lançamento do Plano Real em 1994 e que teve três fases: ajuste fiscal, desindexação e âncora cambial. A taxa de juro foi essencial para o sucesso e a redução da inflação. Primeiro porque ajudou a manter a âncora cambial, uma vez que o elevado diferencial de juro manteve o real apreciado. Segundo porque conteve demanda, dado que a inflação se estabilizou e ficou abaixo dos dois dígitos, espera-se um boom no consumo e o juro freia esse consumo evitando uma realimentação em relação a inflação (seria uma forma de tentar conter a volta da memória inflacionária). Terceiro, com o câmbio apreciado, o juro elevado era uma forma de manter as reservas internacionais em um patamar confortável, uma vez que o déficit de transações correntes era financiado pela conta financeira e de capitais.

Depois de três ataques especulativos internacionais, sendo o primeiro em 1995 no México, o segundo em 1997 no sudeste asiático e o terceiro em 1998 na Rússia, o Brasil foi o alvo em 1999. Em todas as três crises anteriores o Brasil foi afetado e o Banco Central respondeu da mesma forma: elevando a taxa Selic de forma a manter a âncora cambial. Entretanto cada vez que o BACEN se utilizava dessa política, tal política ficava mais desgastada e quando o Brasil sofreu o ataque o Banco Central deixou o câmbio desvalorizar e existia a dúvida de quanto a inflação seria afetada. Contudo após a desvalorização houve sim um aumento da inflação, mas nada muito elevado, deixando claro que a inflação crônica ficou no passado. Após esse episódio, o Banco Central adotou o regime de metas de inflação, que está em vigor até hoje. Com o passar do tempo e o conservadorismo do BACEN, esperava-se que tanto inflação quanto o juro no Brasil dessa vez convergissem para os padrões internacionais o que acabou não acontecendo. O gráfico a seguir mostra o comportamento da Selic e IPCA a partir de 2000.

Gráfico 1: SELIC, IPCA e Taxa Real de Juro



Fonte: Elaboração Própria com dados do BACEN e IBGE.

Algo que chama atenção no gráfico é que SELIC e IPCA durante boa parte do período analisado movem-se na mesma direção. Isso pode ser indicativo de algum conservadorismo do Banco Central, que apenas reduz SELIC quando há uma redução da inflação e toda vez que ocorre uma elevação da mesma, eleva a taxa de juro básica da economia instantaneamente. E apenas depois de 2009 que a taxa SELIC apresentou valor abaixo de 10%. Já a taxa de juro real após 2009 apresentou valor abaixo de 5%, mas diversos países apresentaram valores negativos. Ao longo do texto é feita uma comparação do Brasil com demais países.

Assim, tanto inflação quanto juro (real e nominal) levantam uma série de discussões no Brasil. Olhando a inflação há aspectos que chamam atenção: correção inflacionária utilizando índices de inflação passado. Assim, fica evidente que ainda existe um pequeno componente inercial que faz com que choques passados ainda estejam presentes na economia quando observado algum índice inflacionário brasileiro. Isso leva a outra questão, que é perda da potência da política monetária. Dessa forma, o Banco Central deve sempre elevar a taxa de juro nominal acima do que seria necessário para fazer o IPCA convergir para o centro da meta de inflação, o que conseqüentemente provoca uma certa persistência do juro elevado. Como resultado, a taxa de juro real acaba sendo afetada e também demonstra certa relutância às reduções. Somente com o fraco desempenho da economia que acabou cedendo.

O primeiro capítulo é voltado aos argumentos do juro ser elevado no Brasil junto de alguns trabalhos aplicados que confirmem ou refutem tais argumentos. Procurou-se abrangência, colocando em evidência tanto abordagem ortodoxa quanto heterodoxa. No geral, a ortodoxia indica que o juro é elevado devido ao acentuado déficit público que há no país aliado ao comportamento da dívida pública. Já a heterodoxia abrange um leque maior de abordagens, mas é inegável que nenhuma delas ainda consegue responder diretamente a questão do juro elevado. Não apenas isso, mas também a não convergência, tanto da inflação quanto do juro.

O capítulo 2 apresenta a metodologia que foi utilizada neste trabalho. O método aplicado foi o ARFIMA que é uma variação do ARIMA, onde o processo de integração pode ser fracionado e estimado, ao contrário do ARIMA, tornando o modelo mais flexível e permite algumas análises não disponíveis no ARIMA. Assim, o ARFIMA estima o d , que no ARIMA representa se a série é em nível ou em diferenças. A partir do d estimado

é possível verificar se a série é estacionária ou não e se possui também convergência ou não à média no longo prazo. Também apresenta ao leitor a quebra estrutural que foi utilizada no trabalho, que registra duas quebras e também realiza teste de raiz unitária com quebra. Essa mesma quebra oferece informações para o procedimento de Granger & Hyung que seria um teste de robustez para o ARFIMA.

Os capítulos 3 e 4 fazem aplicação tanto para o Brasil quanto para os demais países. O Capítulo 3 é voltado apenas para o Brasil, utilizando dados do IBGE e BACEN. Já o Capítulo 4 faz a mesma análise para Brasil, Colômbia, Chile, África do Sul, Turquia e Indonésia. São realizados os testes de raízes unitárias habituais (ADF, ADF-GLS e KPSS), aplicado a quebra estrutural de Clemente e depois estimado o ARFIMA. Por fim, é realizado o procedimento de Granger & Hyung e verificar a robustez dos resultados apresentados. Já o Capítulo 5 resume os resultados encontrados ao longo deste trabalho.

1 POR QUE O JURO É TÃO ELEVADO NO BRASIL?

Com a adoção do regime de metas de inflação, esperava-se que ocorresse uma redução significativa da inflação e também da taxa de juro, inclusive que a inflação brasileira ficasse próxima dos países que adotaram tal regime. Sicsú (2002) fez um levantamento de sete países que adotaram o regime antes do Brasil: Nova Zelândia (1990); Canadá (1991); Reino Unido (1992); Suécia, Finlândia e Austrália (1993); Espanha (1994). Com exceção do Canadá, todos os países já apresentavam uma trajetória decrescente da variação do nível de preços antes da implementação do regime. O autor ainda fez um comparativo com outros países desenvolvidos, que também tiveram uma redução da inflação sem adoção do regime de metas de inflação. Apesar de ter reduzido a inflação no Brasil, parece existir um certo patamar inflacionário insensível à redução da inflação tornando as políticas desinflacionárias mais custosas.

Paula (2009) faz um comparativo interessante entre países que adotaram e não o regime de meta inflacionária. Primeiro o autor coloca resultados de países emergentes e da América Latina que adotaram o regime de metas de inflação. Depois faz uma outra tabela, com países que não adotaram o regime (novamente com emergentes e da América Latina) e compara o resultado, dos que adotaram e não adotaram. A análise do autor apontou que a inflação declinou em todos os países emergentes que adotaram o regime de metas, contudo o coeficiente de variação aumentou em todos eles. Entretanto, países que não adotaram o regime, tiveram melhoras substanciais nos indicadores econômicos. A justificativa seria a estabilidade da taxa nominal de câmbio, que proporcionou uma estabilidade dos preços e proporcionou um elevado crescimento do PIB.

Já em relação aos países da América Latina, o resultado foi um tanto ambíguo. Tanto na Colômbia quanto no México, a performance econômica piorou no período analisado pelo autor, enquanto no Brasil houve uma pequena melhora. Já o Chile teve uma melhora significativa, tendo crescimento do PIB de 5%. Argentina mesmo sem o regime de metas apresentou uma melhora no quadro inflacionário e no PIB também.

Bacha (2004) levanta que tal redução dos juros após a estabilização promovida pelo Plano Real a princípio não ocorreu devido a uma especificidade da economia brasileira, a incerteza jurisdicional. Tal incerteza faz com que os detentores de poupança tenham uma resistência ao alongamento dos prazos das aplicações financeiras e só estejam dispostos a fazê-lo em títulos financeiros baseados em outras moedas. Assim, a

incerteza jurisdicional teria um viés anticredor e demanda uma elevada taxa de juros a compensar tal risco.

Holland, Golçalves e Spacov (2005) fazem um questionamento dessa hipótese de incerteza jurisdicional. Os autores utilizaram dados de 50 países durante o período de 1996-2002 para verificar se a incerteza jurisdicional e inconvertibilidade de capital poderiam explicar o diferencial de juros entre os países. Os autores não encontraram evidências de que incerteza jurisdicional e inconvertibilidade possuem muita importância, pois mesmo quando analisado conjuntamente, países que tiveram esses índices piores que o brasileiro, não necessariamente tiveram uma taxa de juros mais elevadas que o Brasil. Quando os fatores monetários e fiscais foram inseridos no modelo, foram muito mais importantes e determinantes para a implicação da taxa de juros de curto prazo.

Já Resende (2011) levanta a questão da insuficiência da poupança doméstica aliado à política de esterilização do BACEN. Dado um déficit público elevado, se a poupança doméstica não for suficiente e existir um déficit na conta corrente, a única forma de financiamento é via poupança externa. E inflação é uma forma de criar uma poupança forçada. Quando o governo tem elevado déficit e a poupança privada não é suficiente para cobrir tal déficit, a inflação é uma forma de transferir recursos do setor privado para o setor público. Contudo, numa economia com inflação estável, é necessário então recorrer a taxa de juros bem elevadas e dado que o Brasil historicamente possui saldo negativo na conta corrente, acaba sendo financiado na conta capital e financeira. Como o BACEN acaba agindo para evitar uma valorização da moeda nacional fazendo operação de esterilização, a taxa de juros tende a se manter elevada. O autor deixa claro que é necessária uma redução do gasto fiscal de forma a compatibilizá-lo com a poupança privada.

Sicsú (2004) classifica os tipos de inflação do ponto de vista pós-keynesianos como os seguintes: inflação de salários; inflação de grau de monopólio ou inflação de lucros; inflação de retornos decrescentes; inflação importada; choques de oferta inflacionários; inflação de impostos; inflação de demanda. O autor então explica uma política anti-inflacionária proposta pela teoria pós-keynesiana conhecida como TIP – *tax-based on incomes policy*. A TIP se apoia na ideia de que aumento de lucros e salários acima dos ganhos de produtividade são prejudiciais para toda sociedade, então tais empresas que praticarem tal política impõem um custo a toda sociedade. Quando ocorre

uma elevação da taxa de juros, não há distinção entre firmas/trabalhadores que geram a inflação dos que não geram e a taxa de juros provoca um resfriamento geral da economia, pois acaba afetando a todos, independentemente de serem causadores ou não dessa inflação.

Carneiro e Wu (2005) apontam que economias emergentes enfrentam problemas relacionados ao endividamento externo e interno. O problema do endividamento interno está ligado à falta de confiança na sustentabilidade da dívida ao longo prazo enquanto o externo está ligado ao pecado original e imperfeições no mercado de crédito. A seguir é detalhado o argumento de cada problema na visão dos autores.

Carneiro argumenta que a elevada dívida interna provoca a “dominância fiscal”, situação onde a inflação pode ser atribuída ao distúrbio fiscal e não ao descontrole monetário. Tal situação é caracterizada de uma forma que a dívida líquida do setor público já se encontra em um nível próximo ao máximo que se acredita ser sustentável às taxas reais compatíveis com o crescimento da economia e um aumento no juro nominal, mesmo que temporário, seria capaz de elevar o estoque da dívida para além o limite sustentável, devido ao componente financeiro da dívida. Como consequência, a percepção do risco-país se eleva e o fluxo de investimento externo seria reduzido. Dado que a economia apresenta algum grau de abertura, ocorre então uma depreciação do câmbio nominal, o que por sua vez, volta a realimentar o processo inflacionário. Por fim, a política monetária acaba perdendo sua eficácia no controle da inflação.

Já em relação ao endividamento externo, o autor se refere ao elevado endividamento privado externo. Pecado original é a incapacidade de países emergentes emitirem dívida externa na própria moeda, fazendo com que seu passivo externo esteja dolarizado. Em mercados imperfeitos de crédito, limites são impostos aos devedores, sendo tal limite um múltiplo do que o devedor oferece como garantia: o valor líquido da firma. Um choque externo então deprecia a taxa de câmbio, eleva o valor em moeda doméstica do passivo externo da firma, provocando uma redução no mesmo, restringe seu acesso ao crédito e por fim, sua capacidade e financiar seus investimentos.

Em relação a política monetária, Carneiro e Wu, afirmam existir perigos de se conduzir a política monetária ignorando os efeitos recessivos sobre a taxa de câmbio. A fim de controlar a recessão inicial, a autoridade monetária reduz a taxa de juros para estimular o consumo e o investimento que foram contraídos pela depreciação real,

contudo, a queda no juro volta a depreciar a taxa de câmbio que, possuindo efeitos contracionistas, dificultando ainda mais a recuperação do nível de atividade.

Arida (2003) levanta a questão de uma moeda plenamente conversível. Caso fosse implementado plena conversibilidade, o risco da reintrodução de controle de cambiais por via administrativa, provocaria uma menor taxa de juros em dólares nos títulos de longo prazo no exterior e conseqüentemente, menores taxas de juros em reais. Além disso, evitaria o problema de “ilícito cambial”, que é quando o investimento de recursos que já são devidamente tributados no Brasil é frequentemente confundido ou equiparado a procedimentos criminais. Por fim, deixaria o problema da moratória externa no passado, uma vez que a moratória ocorreria somente se 100% dos devedores não conseguissem honrar seus compromissos externos. Tais medidas fazem com que o risco-país reduza e a taxa de juros requerida pelo credor em dólares sofra uma redução, gerando então uma redução da taxa de juros em reais.

Oreiro et al (2004) faz uma crítica a plena conversibilidade proposta por Arida. O primeiro ponto levantado pelos autores é que não existe relação direta entre prêmio de risco e conversibilidade da conta de capital. A abertura da conta de capital permite que países emergentes captem recursos mais baratos no exterior em relação ao mercado financeiro doméstico devido à maior oferta de capital nos países desenvolvidos, pelo fato da produtividade marginal do capital ser menor nos países desenvolvidos. Os autores questionam também os efeitos causados pela grande e excessiva volatilidade de capitais no curto prazo em um contexto de conta de capital aberta. Países que possuem pequenos déficits em transações correntes como proporção do PIB podem se defrontar com uma reversão súbita da entrada de capitais de curto prazo em função de uma mudança nas expectativas dos investidores internacionais. Isso pode então desencadear uma crise externa de graves conseqüência. Por fim, tem a questão das reservas internacionais. Caso o Banco Central faça uma estabilização do mercado cambial por meio de compra e venda de moeda estrangeira, é necessário um grande volume da mesma, de forma que um pré-requisito para a plena conversibilidade e que países que possuem uma elevada relação dívida externa/PIB dificilmente atenderia tal pré-requisito.

Holland (2006) aponta o que determina o juro no Brasil é a função de reação do Banco Central. Fazendo uma estimação da função de reação do Banco Central por mínimos quadrados generalizados por um modelo *forward-looking*, o beta do Banco Central foi bem superior à uma unidade. A variável dependente era inflação, enquanto as

explicativas eram hiato do produto, a própria inflação defasada, depreciação cambial e constante. Em todos os modelos utilizados, o beta do BACEN ficou entre 3,23 e 4,70. Ou seja, o resultado vai de encontro a ideia de um Banco Central conservador. Uma das justificativas do autor é a falta de credibilidade da autoridade monetária, pelo temor da inflação permanecer no centro da meta e por alterações inesperadas da política econômica.

Nakano (2005) alerta sobre o fato de o sistema monetário e a estrutura de mercado da dívida pública serem anômalos. E entre as anomalias chama atenção para as seguintes: manutenção da moeda indexada à taxa diária de juros e remunerações das aplicações financeiras de curtíssimo prazo e com a maior parte da dívida pública atrelada à taxa de juros de curtíssimo prazo determinada pelo Banco Central. Como parte significativa da dívida pública é do BACEN, um aumento de juros eleva a massa de recursos com liquidez imediata no sistema financeiro, a oferta de crédito pode crescer caso os bancos não racionarem a quantidade em função da elevação da taxa e risco. Assim, a elevação da taxa de juros ampliaria a liquidez. A única forma de evitar isso seria elevar a taxa Selic em um patamar que os bancos racionassem crédito em função da elevação da inadimplência (que depende do risco moral e seleção adversa).

Nakano também analisa o fato que apenas no Brasil, o Banco Central determina diretamente a taxa de juros que remunera títulos da dívida pública (pós-fixada), portanto taxas de longo prazo, e utiliza esta mesma taxa como meta operacional (over-Selic) e opera no mercado de reservas bancárias. Dessa forma, fica inviável o Tesouro Nacional alongar o perfil da dívida pública de forma significativa, pois compete com o BACEN, uma vez que o Tesouro teria que pagar um prêmio extra acima da Selic. Dado que o piso da taxa de juros Selic é elevado e a existência de títulos e aplicações de curtíssimo prazo remunerados pela taxa Selic diariamente fazem com que a curva de juros tenha uma inclinação oposta dos demais países do mundo, onde a taxa de juros de curtíssimo prazo é mais alta que a de longo prazo.

Amaral (2006) estima um VAR para avaliar a possível perda de eficácia da política monetária. Para isso, utilizou as seguintes variáveis: Selic, câmbio, taxa de utilização da capacidade produtiva na indústria, IPCA e expectativas do IPCA. Em termos de causalidade, a taxa de câmbio foi a mais importante (impactou Selic e IPCA tanto de forma direta quanto indireta). A política monetária afetou apenas inflação e demora em torno de um semestre para exercer impacto negativo sobre os preços. Para o autor, a

anomalia da política monetária deriva tanto da participação dos preços administrados no IPCA (cerca de 30%) como da peculiaridade do mercado de dívida pública (o efeito riqueza é inibido pela excessiva participação dos títulos pós-fixados).

Bacha (2010) argumenta que o histórico de calote em relação a dívida pública brasileira, como calote aqui se entende não apenas dívida externa, mas também supressões da correção monetária da dívida interna devido a planos econômicos que ocorreram durante a década de 80 que vigorou até o congelamento dos depósitos com o Plano Collor em 1990. Assim, o autor sugere algumas medidas que podem ajudar a reduzir a taxa de juros doméstica:

- a proporção dívida/PIB é um tanto elevada, em 2017 foi de 0,74. A dívida de curto prazo depende muito da taxa Selic e aumento dos juros pelo Banco Central podem tornar o serviço da dívida insuportável politicamente e levantando a hipótese de uma monetização da dívida e reduzindo o impacto da política monetária sobre a inflação. Uma proposta então que o autor sugere seria o uso de reservas internacionais como oferecimento de garantia legal para dívida interna – criação de um lastro externo para a dívida interna, possibilitando a redução do seu prêmio de risco.
- A redução do risco país via redução da dívida interna, dá credibilidade a um compromisso de meta de inflação de longo prazo. O Conselho Monetário Nacional pode então traçar uma meta de inflação além do horizonte de dois anos, onde tal meta seria suficiente baixa para desestimular a indexação, mas suficientemente maior do que zero para dar margens a ajustes de preços relativos sem que ocorra uma deflação.
- Liberalização das aplicações financeiras no exterior. A modalidade de fundos de investimento no exterior (Artigos 97 e 110-B da Instrução 109 da CVM) está restrita apenas a clientes de grande porte e mesmo assim a liquidação financeira das posições deve ser feita em reais, dentro do país. Bacha então sugere a liberalização dessas restrições, regulamentando-se a negociação no varejo interno de fundos de investimento no exterior, com a possibilidade de liquidação das operações em dólares no exterior. A ideia é deixar a porta aberta de saída, para reduzir a parcela do prêmio de risco embutida na taxa de juros por causa das restrições existentes nas aplicações financeiras em outras moedas que não seja o real. Ao dificultar as aplicações em dólares, os investidores locais demandam um

aumento da taxa de juros para acomodar uma parcela maior da sua riqueza em reais.

Por fim, Bacha destaca dois mecanismos que reduzem a potência da política monetária. O primeiro mecanismo seria ampliar o alcance da política monetária sobre a oferta de crédito, de forma que passasse a influenciar não só o custo do crédito livre (via taxa Selic), mas também o volume do crédito direcionado (desembolso do BNDES e de outros bancos de fomento, mais o crédito habitacional e o crédito agrícola). O segundo mecanismo seria a ampliação do conjunto de preços que variam em função da demanda de bens e serviços, conforme afetada pela taxa Selic.

Franco (2011) é mais um a questionar a questão fiscal no país. Na visão do autor, há uma confusão conceitual, uma vez que duas variáveis ligadas à dívida pública (amortização e juros) são contabilizadas de forma “distinta”. As amortizações foram relegadas ao conceito “debaixo da linha”, como se não fossem despesas. Assim, deixaram de fazer parte da necessidade de financiamento do setor público, tratando a dívida pública doméstica como uma perpetuidade, quando na verdade ocorre o contrário. Isso dá a falsa impressão de que o país possui uma boa situação fiscal quando comparado com outros países.

(...) desde quando abandonamos o conceito de NFSPB, e para exilarmos as amortizações da dívida pública doméstica para o “debaixo da linha”, a dinâmica da dívida doméstica desapareceu das cogitações das autoridades. Números que pareciam assustadores para a NFSPB deixaram de ser divulgados, e firmou-se a ideia de que a rolagem da dívida interna podia ser taken for granted (“dívida não se paga, se rola”), a despeito de o assunto ter sido sempre um ponto de tensão com observadores estrangeiros – Pag 36
Gustavo H. B. Franco

Existe ainda um outro agravante que piora a percepção da dívida pública para investidores estrangeiros. Segundo Franco, como a rolagem da dívida pública interna ocorre no overnight, frequentemente analistas estrangeiros imaginam uma eminência do colapso da dívida pública. O autor sugere então que deveria ocorrer um desmonte ou retirada do overnight como “âncora” da taxa de juros, indexador, benchmark e ponto focal do mercado financeiro.

(...) a externalidade negativa produzida pelo overnight é o crowding out, isto é, a especialização do mercado monetário e de capitais no financiamento (rolagem) da dívida pública, abandona qualquer outra consideração. Em outros

países, os bancos centrais também zeram o mercado de reservas bancárias, algo que pode dar a impressão de que se faz aqui algo normal e não deve ser mudado. Na verdade, é o nosso passado que confere singularidade a arranjos que podem parecer convencionais, mas que, em razão da nossa herança, funcionam de forma a prever distorções que precisam ser eliminadas, exatamente como ocorrido com a indexação – Pag 46 Gustavo H. B. Franco

Carvalho (2005) levanta o debate entre IPCA e política monetária. Entre o período de 1995 e 2010, o IPCA ficou abaixo de 5% apenas quatro anos e sua média foi próxima a 7%. Dado isso levanta a hipótese da reduzida eficácia da política monetária: decorre do fato da inexistência de uma curva de rendimentos para maturação suficientemente longa. Criou-se uma vinculação entre o mercado monetário e o da dívida pública via correção das LFT pela Selic e assim permitindo a indexação de instrumentos financeiros ao CDI. Dessa forma, o sistema bancário pode ofertar um gama de instrumentos referenciado ao CDI e com alta liquidez.

Bresser (2002) destaca a possibilidade da existência de equilíbrios múltiplos de taxa de juros e a causalidade entre risco-país e taxa de juros é invertida (a partir de determinado patamar seria a taxa de juros doméstica que determinaria o risco-país e não o inverso). Além disso, o fato de as autoridades econômicas atribuírem múltiplas funções a Selic faz com que os juros tenham uma rigidez para baixo. Essa multiplicidade de objetivo seriam as seguintes: restringir demanda para controlar a inflação; evitar a depreciação cambial para conter a inflação de custos; estimular a entrada de capitais para equilibrar o Balanço de Pagamentos; incentivar a compra de títulos para financiar o déficit público; diminuir o déficit comercial via contenção de demanda. Dado essa multiplicidade de objetivos e que alguns são contraditórios entre si, a elevação dos juros para determinado objetivo tende a acentuar outros desequilíbrios em termos de outros equilíbrios, requerendo maior elevação da Selic.

Chernavsky (2008) faz um levantamento de alguns argumentos que indicam o motivo de o Brasil apresentar uma das maiores taxas de juros, tanto nominal quanto real. O primeiro ponto levantado é a taxa natural de juros, pois na visão do autor, existe grande limitação à sua utilização prática. A questão central é a incerteza quanto a definição de uma taxa e também dificuldade e imprecisão na sua estimação, o que pode provocar erros de medição. Já em relação ao risco e taxa de juros, Chernavsky não encontrou evidências empíricas que relaciona risco e taxa de juros, tanto medidos indiretamente através das variáveis relacionadas à situação fiscal e à solvência externa do país ou por meio de

variáveis que captam diretamente a percepção de risco (índice EMBI - Emerging Markets Bond Index Índice de Títulos da Dívida de Mercados Emergentes - e classificação de agências), sendo os principais determinantes das elevadas taxas de juros reais que foram praticadas no Brasil. Além disso, o autor reforça seu argumento pela constatação de que a volatilidade do prêmio de risco é muitas vezes superior à volatilidade das taxas de juro, o que torna difícil a associação direta entre as duas variáveis.

Goldfajn (2011) verifica se a queda que ocorreu na taxa de juro real até 2011 é explicada ou não por fatores estruturais. As variáveis incluídas foram o prêmio de risco país, dívida pública em proporção do PIB e o crédito também como proporção do PIB. O autor chega à conclusão que a queda observada da taxa de juro real é explicada por fundamentos. A queda do prêmio de risco, redução da dívida pública em proporção do PIB e o aumento do crédito afetaram o juro real e contribuíram para sua queda. Para que a expansão do crédito contribuía para a redução da taxa de juro real de longo prazo é necessário que sua expansão seja determinada por fatores estruturais como redução da assimetria de informação, avanço institucional que acelere a recuperação do colateral, desenvolvimento de novas estruturas financeiras entre outras. Forçar o aumento do crédito através de políticas direcionadas tende a ter o efeito contrário, ou seja, aumentar o juro real de equilíbrio.

Pessoa e Nakano (2011) levantam questões que explicam o juro elevado no país. A primeira observação é o descompasso entre poupança doméstica e investimento. Mesmo quando ocorre um crescimento do PIB, a poupança doméstica não se eleva. E o motivo seria as políticas de bem estar-social, onde na questão da aposentadoria, há uma série de benefícios que podem ser acumulados e isso acaba gerando um déficit elevado. O Banco Central com a política de esterilização, que tem o objetivo de evitar uma apreciação cambial, precisa manter uma taxa de juros elevada, acima do que seria necessário para captar poupança externa. E não só isso, caso a taxa de câmbio se valorizasse, ocorreria um aumento das importações, redução das exportações e a oferta doméstica de bens e serviços, contribuindo para redução da demanda doméstica e conseqüentemente diminuindo a pressão sobre a inflação. Por fim, outro motivo que justifica o juro elevado é o risco cambial. Para investidores estrangeiros avessos ao risco, o fato de o real ser uma moeda para qual não haja mercados internacionais líquidos e profundos há o risco de conversão.

Barboza (2015) levanta alguns pontos que fazem o Brasil ter elevadas taxa de juros: i) armadilha entre taxa de juros e taxa de câmbio que evita a redução da taxa de juros; ii) elevado gasto público quando comparado com a nível de renda per capita do país; iii) autoridade monetária eleva Selic tentando sem sucesso prolongar a maturidade do déficit público (tentando construir um mercado de crédito doméstico no longo prazo); iv) Selic é o indexador de boa parte dos déficits públicos que serve como link para as taxas de juros de curto prazo; v) o BACEN utiliza a Selic como ferramenta para resolver uma série de problemas – atrair capital estrangeiro, elevar a poupança privada, cobrir o déficit da conta corrente enquanto o mesmo continua crescente etc – vi) causa política econômica, cujo os agentes exigem abusivas taxa de juros no curto prazo. Desde o final dos anos 80, o BACEN foi capturado por grupos rentistas que se aproveitam das elevadas taxas de juros; vii) ideologia hegemônica. O FMI dá forte suporte a política monetária brasileira com grande viés ortodoxo que propõem políticas de crescimento econômico muito contido.

Mendonça (2007) faz uma aplicação da Regra de Taylor adaptada ao caso brasileiro, mas separando os preços em livres e administrados. Sua ideia é que uma parte não desprezível da inflação medida pelo IPCA não é sensível à taxa Selic, pois os preços administrados são determinados por contrato e depende da observação da inflação passada medida pelo IGP. Dado que os preços administrados possuem uma variação superior à taxa de inflação do período de 1999 a 2004, ocorreu uma pressão inflacionária que exigiu uma resposta da taxa de juros acima do que seria necessário para conter a inflação proveniente dos preços livres. O autor afirma que a taxa de juros não deveria ter o uso indiscriminado para todos os tipos de inflação, pois no caso dos preços administrados, a causa da inflação não é um excesso de demanda, mas sim à capacidade das empresas aumentarem seus preços mesmo quando a demanda está fraca ou a proteção dada as empresas, por meio de contratos garantindo a manutenção da renda por meio da elevação de preços, gerando assim um componente inercial inflacionário.

Modenesi (2010) também aplica uma Regra de Taylor, que segue a seguinte forma:

$$i_t = \alpha_1 i_{t-1} + \alpha_2 i_{t-2} + (1 - \alpha_1 - \alpha_2) [\alpha_3 + \alpha_4 (IPCA_{t-1} - \pi_{t-1}^*) + \alpha_5 (ind_{t-1} - ind_{t-1}^*) + \alpha_6 libor_t]$$

onde: i é taxa Selic; $IPCA$ é um índice de inflação divulgado pelo IBGE; π^* é a meta de inflação; ind é a taxa de crescimento da industrial, usado como proxy para o pib; ind^* é a

taxa de crescimento potencial industrial e *libor* é a taxa interbancária em Londres. Modenesi chega à conclusão de que existe uma certa persistência na Selic em relação à própria taxa, pois no seu resultado, $\alpha_1 + \alpha_2 = 0,97$. O coeficiente do gap do produto, $\alpha_5 = 0,316$ e é estatisticamente significativo apenas num nível de 15% de significância, tendo assim uma pequena magnitude na determinação da taxa de juros. Já a sensibilidade em relação ao gap da inflação ($\alpha_5 = 0,796$) é altamente significativa ao nível de significância de 1%. Já o coeficiente em relação a Libor tem uma alta magnitude ($\alpha_6 = 0,843$) e estatisticamente significativo ao nível de 10% de significância. De forma resumida, utilizando esse modelo proposto pelo autor, a própria Selic tem um peso bem grande na determinação da mesma. O autor chega em três conclusões: i) alto grau da suavidade da taxa de juros; ii) existe uma alta taxa de juros de equilíbrio doméstico; iii) grande diferencial da taxa de juros.

Hollanda (2005) também aplica uma Regra de Taylor para o Brasil a partir da implementação do regime de metas de inflação, em junho de 1999, até 2005. O ponto interessante levantado pelo autor é que considerou a taxa de juros real de equilíbrio de longo prazo e a meta de inflação variáveis no tempo. Holanda trabalhou com o seguinte modelo:

$$\Delta i_t = -\phi(i_{t-1} - \pi_t^* - r_t^*) + \phi\beta(\pi_{t+n} - \pi_t^*) + \phi\gamma_1 x_t + \phi\gamma_2 x_{t-1} + \phi\lambda(\Delta x r_t - \Delta x r_{t-1}) + \rho\Delta i_{t-1}$$

Δi_t é a primeira diferença da taxa de juros; a taxa de juros nominal i_t é a taxa de juros básica da economia fixada pelo BACEN; π representa a inflação medida pelo IPCA; x_t representa o PIB, que nesse caso, foi utilizado a produção industrial como proxy do mesmo. Para a taxa de juros real, o valor compreendido ficou entre 8% e 10% ao ano. Já o coeficiente de longo prazo para a inflação ficou no intervalo entre 1,57 e 3,57, sugerindo que o Banco Central reagiu agressivamente ao hiato entre a expectativa de inflação e a meta durante o período analisado. Por fim, a hipótese de que o coeficiente de suavização, ρ , é igual a zero foi rejeitado, indicando que o BACEN ajusta a taxa de juros Selic de forma gradual, levando em conta a última variação observada da taxa de juros. A hipótese de que o coeficiente de ajuste, ϕ , é igual a um acabou sendo rejeitada. Quando estes dois coeficientes testados conjuntamente (suavização e ajustamento), tanto serem iguais a zero e a um, também é rejeitada, o que implica que na rejeição da hipótese de

ajustamento instantâneo da taxa de juros pelo Banco Central. O resultado de Holanda vai de encontro à suavização, mesmo utilizando regra de Taylor em um modelo distinto.

Oreiro (2012) estima uma função de reação do Banco Central utilizando um VAR. Para isso, procurou identificar a relação de causalidade entre as principais variáveis que determinam a taxa de juros. As variáveis levadas em consideração foram as seguintes: taxa Selic; taxa de câmbio; taxa de utilização da capacidade produtiva; IPCA; expectativas do IPCA para 12 meses. O teste de causalidade de Granger obteve os seguintes resultados: Selic é causada pelas variáveis taxa de câmbio, IPCA e expectativa de inflação; expectativas são causadas apenas pela taxa de câmbio; IPCA é causado pelas expectativas de inflação e taxa de câmbio; nível de utilização da capacidade é causado pelo IPCA, expectativas e Selic; já a taxa de câmbio não foi causada por nenhuma das variáveis mencionadas no modelo.

Oreiro então destaca que a elevada participação dos preços administrados no IPCA (cerca de 30% do índice entre 2003-2005) e a importância do canal do câmbio na determinação da Selic, seja diretamente, ou de forma indireta, via expectativas e IPCA, impõem um caráter perverso à política monetária. Isso ocorre devido ao fato da grande participação dos preços administrados no IPCA fazer com que variações cambiais tenham efeitos maiores sobre os preços e reduzindo a participação sobre a taxa de juros. Dessa forma, elevações da taxa Selic não explicam na visão autor variações significativas da taxa de inflação e mostram que essa variável opera com perda de eficácia. Tal anomalia então é derivado tanto da participação dos preços administrados quanto da perversidade do mercado de dívida pública no Brasil.

Pimentel et al (2016) analisaram o repasse cambial sobre o IPCA durante o período de 1999 e 2013, utilizando modelos SVAR. Para a estimação do modelo foram utilizadas as seguintes variáveis: IPCA; índice de produção física da indústria (*proxy* da demanda); índice de preços da commodities; cotação internacional do preço do petróleo; taxa de câmbio real/dólar. Como resultado, os autores encontraram que a média simples teve um repasse cambial de 7.61%, com um repasse médio de 11.38% para a depreciação e 2.84% no caso da apreciação. Ou seja, esse resultado ilustra a dificuldade que o Banco Central tem de fazer a inflação convergir ao centro da meta, fazendo com que a taxa de juros – seu principal instrumento – deva permanecer em um patamar acima do que seria necessário para economia.

Olimpio (2014) apresenta um DSGE que mensura o efeito do crédito subsidiado sobre decisão da política monetária. Um aumento no volume de crédito direcionado gera um aumento no consumo privado e nos salários reais, causados pelo repasse do investimento mais barato nos preços. Como o crédito subsidiado deve ser pago, o governo é obrigado a promover um corte de gastos para cumprir a regra fiscal, reduzindo o produto e os juros reais, incentivando o investimento. Promovido o ajuste fiscal, há novamente um aumento do PIB e investimento. Caso a opção fosse pela manutenção dos gastos públicos, isto equivaleria a um choque no superávit primário, o que atuaria no sentido de elevar a inflação e reduzir o investimento a médio e longo prazo. Tal política é um balanço de forças entre a política de crédito subsidiado e a política fiscal no que tange seus efeitos na inflação, nos juros reais e investimento.

Barboza (2015) levanta a questão que os canais de transmissão da política monetária são menos efetivos do que deveriam ser, fazendo com que o nível da taxa de juros requerido para assegurar determinado nível de demanda é mais elevado do que caso não houvesse essa obstrução. O autor então faz um levantamento das obstruções de transmissão que decorrem das seguintes características da economia brasileira: i) segmentação do mercado de crédito, com alta participação do crédito direcionado; ii) baixa penetração do crédito livre no processo de determinação da renda; iii) participação de LFT's na composição da dívida pública; iv) truncada estrutura a termo da taxa de juros; v) participação de preços administrados na composição do IPCA. A seguir é explicitado com mais detalhes essas obstruções:

- i) Segmentação do mercado de crédito: parcela importante dos empréstimos não é afetada pela taxa em que o banco central realiza a política monetária, torna o mecanismo de transmissão do crédito parcialmente obstruído. Assim, o preço que baliza essas operações não é sensível às alterações da política monetária e seu preço é tipicamente inferior à taxa básica de juros, de forma que o nível da Selic afeta menos a demanda agregada privada doméstica.
- ii) Baixa penetração do crédito livre na determinação da renda: o crédito livre é pouco representativo na determinação da demanda agregada. Assim, é pouco expressivo o efeito da transmissão monetária pela única via do canal de crédito que funciona na economia brasileira. Tal atrofia se explica por dois fatores: a) décadas de inflação elevada forçaram o sistema bancário a cobrar taxa de juros excessivamente elevadas, o que reduziu a oferta de crédito na economia; b)

anos de desequilíbrios fiscais cederam um bom e rentável destino para os recursos bancários, alternativos à concessão de crédito ao setor privado (Cardim 2007).

- iii) Participação de LFT's na composição da dívida pública federal: a transmissão da política monetária pelo canal do valor de ativos tem seus efeitos enfraquecidos devido à expressiva participação dos títulos pós-fixados e sem risco de taxa de juros na composição da dívida pública federal. Além disso, as LFTs possuem elasticidade nula de seu preço em relação a taxa de juros. Assim há dois efeitos: a) imunidade ao efeito riqueza, uma vez que o aumento da taxa de política monetária aumenta os rendimentos na mesma proporção, eliminando o impacto sobre o preço do título e sobre a riqueza do detentor; b) dado que uma parte dos ativos bancários estão aplicados em LFTs, esses ativos permanecem imunes a variações na taxa de juros, reduzindo a força da política monetária pelo canal do preço dos ativos;
- iv) Truncada estrutura a termo da taxa de juros: não existe uma curva de rendimento bem estabelecida para além do curto prazo. Dessa forma, a truncada estrutura a termos da taxa de juros constitui um entrave à transmissão da política monetária pelo canal da taxa de juros no país, dado que os estímulos gerados pela política monetária não se transmitem aos seguimentos mais longos, evidenciando uma obstrução no canal da taxa de juros.
- v) Participação elevada dos preços administrados: como os preços administrados são insensíveis às condições de oferta e demanda pelo fato de serem estabelecidos em contrato ou órgão público, não se alteram perante mudanças na política monetária. Assim, quando um impulso monetário se aproxima da taxa de inflação, encontra o obstáculo dos preços administrados, o que reduz a sensibilidade da taxa de inflação diante da política monetária.

Pimentel et al (2016) verificou o repasse assimétrico de custos a preços industriais no Brasil entre o período de 1996 a 2014. Os autores utilizaram uma decomposição da variável de custo em suas variações positivas e negativas, estimando SVAR simétricos e assimétricos para 21 atividades industriais. O resultado encontrado indicou a existência de assimetria em um grande número de atividades, sendo o repasse de variações positivas superior ao de variações negativas em todos os casos. A indústria de transformação

baseada em commodities, derivados do petróleo, álcool, celulose e papel tiveram em especial elevado repasse de custos.

Assim, fica claro que o debate sobre a Selic está longe de uma conclusão. Não só isso, o Brasil apresenta uma série de peculiaridades que desafiam a metodologia colocada em prática em diversos países. Mas uma coisa é um consenso, o Brasil possui elevada taxa de juros reais, contudo a solução para tal problema parece distante e ainda sem solução.

2 Metodologia e trabalhos empíricos

2.1 ARFIMA

A metodologia utilizada é baseada em um processo de longa memória, que tem persistente dependência entre as observações, mesmo um tanto afastadas. Ou seja, existe uma autocorrelação que deve ser considerada. Tem-se então o seguinte formato: $\sum_{k=1}^{\infty} |\rho(k)| = \infty$.

Um exemplo clássico é o ARIMA, onde é usando as defasagens da própria série, onde o AR é o componente autorregressivo de ordem p , o I representa a ordem de integração denominado por d , e MA o componente de médias móveis de ordem q . Assim, é expresso o ARIMA (p, d, q) . Interessante que d representa se a série é em nível ou diferença. Por restrição, d assume sempre valor inteiro: 0, 1 ou quantas vezes for diferenciada, não podendo ser fracionado. A partir do ARIMA que surge o AFIRMA, pois ao contrário do ARIMA, que é muito rígido com o parâmetro, d , apenas admitindo valores inteiros, o AFIRMA permite o fracionamento do mesmo, de forma a ser um método que possui longa memória com economia nos parâmetros. Dessa forma, o ARFIMA é uma variante do modelo ARIMA. Hamilton (1994), apresenta o modelo ARMA (p, q) da seguinte forma:

$$y_t = c + \alpha_1 y_{t-1} + \dots + \alpha_p y_{t-p} + u_t + \beta_1 u_{t-1} + \dots + \beta_q u_{t-q}, t = 1, \dots, T$$

onde α representa o coeficiente do modelo autorregressivo e β o coeficiente da média móvel; y_t é uma variável qualquer estudada e u é o termo de erro, representado da seguinte forma: $u_t = NID[0, \sigma^2]$. Agrupando do lado esquerdo a variável autorregressiva ficamos com a seguinte expressão:

$$y_t - \alpha_1 y_{t-1} - \dots - \alpha_p y_{t-p} = c + u_t + \beta_1 u_{t-1} + \dots + \beta_q u_{t-q}$$

a seguir, substitui-se a variável defasada pelo operador de defasagem e chegamos na seguinte equação:

$$(1 - \alpha_1 L - \alpha_2 L^2 - \dots - \alpha_p L^p) y_t = c + (1 + \beta_1 L + \beta_2 L^2 + \dots + \beta_q L^q) u_t$$

dividindo ambos os lados pelo termo que multiplica y_t :

$$y_t = \mu + \Phi(L) u_t$$

onde:

$$\Phi(L) = \frac{(1 + \beta_1 L + \beta_2 L^2 + \dots + \beta_q L^q)}{(1 - \alpha_1 L - \alpha_2 L^2 - \dots - \alpha_p L^p)}$$

$$\sum_{j=0}^{\infty} |\Phi_j| < \infty$$

$$\mu = \frac{c}{(1 - \alpha_1 - \alpha_2 - \dots - \alpha_p)}$$

o processo integrado então pode ser representado da seguinte forma:

$$(1 - L)^d y_t = \Phi(L) u_t$$

d representa se é realizado a primeira diferença ou não. Quando é realizado essa primeira diferença, $d = 1$, e em geral, a série passa a ser estacionária. Assim, o ARFIMA visa relaxar essa hipótese de $d = 0$ ou $d = 1$, promovendo uma maior flexibilidade para a série estudada. Caso o processo possa ser representado por um $MA(\infty)$, o inverso do operador $(1 - L)^d$ existe. Multiplicando ambos os lados da última equação por $(1 - L)^d$, temos:

$$y_t = (1 - L)^{-d} \Phi(L) u_t$$

o próximo passo é transformar novamente a série, utilizando um filtro para o operador $(1 - L)^d$.

$$(1 - L)^d = 1 + dL + \left(\frac{1}{2!}\right)(d+1)dL^2 + \left(\frac{1}{3!}\right)(d+2)(d+1)dL^3 + \dots = \sum_{j=0}^{\infty} h_j L^j$$

onde $h_0 \equiv 1$ e:

$$h_j = \left(\frac{1}{j!}\right)(d+j-1)(d+j-2)(d+j-3) \dots (d+1)(d)$$

para $d < 1$ ¹, h_j pode ser aproximado para um grande "j" por:

$$h_j \cong (j+1)^{d-1}$$

¹ Demonstração no anexo

A representação de um $MA(\infty)$ em que o coeficiente impulso-resposta, h_j , se comporta para um grande j como $(j + 1)^{d-1}$, pode ser definido da seguinte forma:

$$y_t = (1 - L)^d u_t = h_0 u_t + h_1 u_{t-1} + h_2 u_{t-2} + \dots$$

Por comparação, o coeficiente impulso resposta associado ao processo $AR(1)$, $y_t = (1 - \Phi L)^{-1} u_t$, é dado por Φ^j . A função impulso resposta do coeficiente de um ARMA estacionário decai geometricamente, enquanto o que utiliza a expressão $h_j \cong (j + 1)^{d-1}$, decai lentamente, por isso é um processo de longa memória.

Quando $d = 0$, X_t é um modelo autoregressivo com médias móveis, ARMA (p, q)

Quando $d \neq 0$ e é não-inteiro, a função autocorrelação $\rho(k)$ tem um decaimento hiperbólico, $\rho(k) \sim e|k|^{2d-1}$ com $|k| \rightarrow \infty$. As autocorrelações originadas de um modelo ARMA (p, q) têm um decaimento exponencial $\rho_k \sim a^k, 0 < a < 1$. Assim, ao ter um processo ARFIMA, quando $d > 0$ o processo possui longa dependência ou longa persistência. Gil Alana (1998) estende essa análise da seguinte forma: quando $0 \leq d \leq 0.5$ a série é estacionária, com reversão à média e também é um processo de longa memória; se $0.5 < d \leq 1$, a série é não estacionária, mas possui reversão à média no longo prazo; se $d \geq 1$ a série é não estacionária e não possui reversão à média, nem mesmo no longo prazo; por fim, se $d < 0$, a série é dita antipersistente.

Há três métodos mais comuns para estimação do ARFIMA: Máxima Verossimilhança Exata (*Exact Maximum Likelihood* – EML); Perfil Modificado de Verossimilhança (*Modified Profile Likelihood* – MPL); Mínimos Quadrados Não-Lineares (*Nonlinear Least Squares* – NLS). A seguir é mostrado a estimação por mínimos quadrados não lineares - NLS (Doornik and Ooms 2004).

2.2 - MÍNIMOS QUADRADOS NÃO-LINEARES (NLS)

É uma aproximação do estimador de máxima verossimilhança baseado na minimização da soma ao quadrado dos resíduos. Tal estimador é:

$$\log L_A(d, \phi, \theta) = -\frac{1}{2} \log \frac{1}{T} \sum_{t=1}^N \tilde{e}_t^2$$

onde $\tilde{\varepsilon}_t$ é previsão dos erros um passo a frente dos previsores definidos próximos do AR com o seguinte formato: $y = \sum_{j=1}^{\infty} \pi_j y_{t-j} + \varepsilon_t$. Os vetores ϕ e θ representam os parâmetros autorregressivos ‘ p ’ e os parâmetros da média móvel ‘ q ’.

Silva (2011) argumenta que uma vez que as séries são não estacionária, a metodologia EML não se aplica porque é enviesada para baixo, para valores de ‘ d ’ próximos de 0.5. Assim, NLS fornece um estimador melhor pelo fato de não sofrer tal viés.

2.3 - QUEBRA ESTRUTURAL

A quebra estrutural neste trabalho é a proposta por Clemente, Montañés e Reyes (1997) que é uma extensão dos testes de Perron e Vogelsang (1992) para o caso de duas mudanças na média para a variável estudada. Dessa forma, a hipótese nula é a seguinte:

$$H_0: y_t = y_{t-1} + \delta_1 DTB_{1t} + \delta_2 DTB_{2t} + \mu_t$$

contra a hipótese alternativa:

$$H_A: y_t = \mu + d_1 DU_{1t} + d_2 DTB_{2t} + e_t$$

onde na equação anterior DTB_{it} é uma variável de pulso que toma valor 1 se $t = TB_i + 1$ ($i = 1, 2$) e 0 caso contrário, $DU_{it} = 1$ se $t > TB_i$ ($i = 1, 2$) e 0 caso contrário. TB_1 e TB_2 são os períodos de tempo em que a média é modificada. Por simplicidade, vale a suposição que $TB_i = \lambda_i T$ ($i = 1, 2$), com $0 < \lambda_i < 1$, em que $\lambda_2 > \lambda_1$.

Assim, considerando o caso em que duas quebras pertencem a um outlier inovador (innovational outlier), a estimação da hipótese de raiz unitária segue o seguinte modelo:

$$y_t = \mu + \rho y_{t-1} + \delta_1 DTB_{1t} + \delta_2 DTB_{2t} + d_1 DU_{1t} + d_2 DU_{2t} + \sum_{i=1}^k c_i \Delta y_{t-i} + e_t$$

Dessa forma, é preciso obter o valor mínimo da razão-t para testar se o parâmetro autorregressivo ‘ ρ ’ é 1 para todas as quebras estruturais. Em ordem de derivar a distribuição assintótica da estatística, é assumido que: $0 < \lambda_0 < \lambda_1$, $\lambda_2 < 1 - \lambda_0 < 1$. Assim sendo, o teste não define os limites da amostra, e é necessário escolher algum valor de corte (λ_0).

Se a mudança for melhor representada por um outlier aditivo (additive outlier), e então a hipótese nula da raiz unitária pode ser testada com o procedimento de dois passos a seguir. Primeiro, a parte determinística deve ser removida com o modelo a seguir:

$$y_t = \mu + d_1 DU_{1t} + d_2 DU_{2t} + \tilde{y}_t \quad (1)$$

E, conseqüentemente, testar a hipótese de que $\rho = 1$ e o valor mínimo da estatística da razão-t no modelo a seguir:

$$\tilde{y}_t = \sum_{i=0}^k \omega_{1i} DTB_{1t-i} + \sum_{i=0}^k \omega_{2i} DTB_{2t-i} + \rho \tilde{y}_{t-1} + \sum_{i=1}^k c_i \Delta \tilde{y}_{t-i} + e_t \quad (2)$$

onde DTB_{it} são variáveis dummies incluídas na ordem de garantir que $\min t_{\hat{\rho}}^{AO}(\lambda_1, \lambda_2)$ converjam para a seguinte distribuição: $\min t_{\hat{\rho}}^{IO}(\lambda_1, \lambda_2) \Rightarrow \inf_{\lambda \in A} \frac{H}{[\lambda_1(\lambda_2 - \lambda_1)(1 - \lambda_2)]^{1/2} K^{1/2}}^2$, Já \tilde{y}_t são os resíduos obtidos na equação (1)

2.4 - PROCEDIMENTO DE GRANGER & HYUNG

Como esse trabalho é baseado em analisar a longa memória das séries, essa longa memória pode ser afetada pela quebra estrutural, ocasionando uma sobrestimação do parâmetro d estimado, devido à omissão das quebras.

Silva e Vieira então utilizam o procedimento de Granger & Hyung. Este procedimento é baseado nos resíduos da seguinte regressão:

$$y_t = \beta' Z_t + \xi_t$$

onde y_t representa a série analisada e Z_t contém os termos determinísticos dos testes de raiz unitária com quebras. Depois de obtido os resíduos dessa nova série e utilizando as datas das quebras pelo teste de raiz unitária de Clemente et al. (1998), se estima o ARFIMA $(0, d, 0)$ dessa nova série, dos resíduos, e se compara com o ARFIMA $(0, d, 0)$ da série original.

“Como não foi utilizado nenhum componente autorregressivo nas estimações, espera-se que os parâmetros ‘d’ sejam próximos ou iguais a 1 se há presença de raiz unitária. Se o processo de memória longa for causado pela omissão de

² Demonstração no anexo

quebras estruturais, são esperados valores menores de 'd', refutando a memória longa anteriormente detectada." (Silva e Viera pag 129)

2.5 - DADOS

O trabalho foi dividido em duas partes. A primeira analisa apenas o Brasil, com dados oriundos de base dados apenas brasileira, enquanto a outra parte, analisa Brasil e outros países, utilizando como fonte de dados o FMI.

Nessa primeira parte, a taxa Selic (efetiva) foi utilizada como taxa nominal de juro, que é fornecida pelo Banco Central (como é fornecida a taxa diária, fez-se uma média diária para chegar ao valor mensal), e para inflação foi utilizado o IPCA (registrado no período) que é divulgado pelo IBGE. A taxa de juro real foi calculada conforme a expressão a seguir: $r = \left[\left(\frac{1+Selic}{1+IPCA} \right) - 1 \right] \times 100\%$.

Para a segunda parte, os dados de Brasil, Chile, Colômbia, Turquia, África do Sul e Indonésia foram extraídos do FMI. A taxa de juros fornecida é baseada na que o Banco Central de cada país informa ao FMI e para inflação foi utilizada o IPC que o FMI fornece. A taxa de juros real foi novamente calculada de maneira *ex-post*, com a expressão: $r = \left[\left(\frac{1+tx\ nominal}{1+IPCA} \right) - 1 \right] \times 100\%$.

2.6 – TRABALHOS EMPÍRICOS

Gil-Alana (2003) aplica o modelo ARFIMA para taxa de juro de curto prazo utilizando dados mensais e não ajustadas sazonalmente para Coreia, Malásia, Filipinas, Cingapura e Tailândia. Os dados de todos os países começam em janeiro de 1980 e terminam nas seguintes datas: setembro de 2001 (Coreia e Malásia); outubro de 2001 (Cingapura); novembro de 2001 (Filipinas e Tailândia). Primeiro analisou as séries em nível e concluiu que todas são não estacionárias. Depois o autor plota o correlograma da primeira diferença e chega à conclusão de que a série é estacionária na primeira diferença. Contudo, observando o periodograma de Coreia, Tailândia, Filipinas e Cingapura mostra valores próximos de zero, em que indica que as séries podem ser sobre diferenciadas. Depois estima \hat{d} utilizando máxima verossimilhança baseado na primeira diferença

usando valores de m (tamanho da amostra) de 25 a 100. Para Coréia do Sul, Malásia e Filipinas os valores de d oscilam maiores e menores que 0, implicando que as séries devem ser analisadas com a presença de raiz unitária, ou seja, neste caso não há a questão entre memória longa e não estacionariedade, sendo o resultado inconclusivo. Já para Cingapura e Tailândia os valores estimados para d em todos os casos são menores que 0, de forma que no longo prazo os choques não afetam a taxa de juros de tais países (Cingapura e Tailândia), apresentando séries antipersistentes.

Lopes (2002) aplica o modelo ARFIMA na taxa de juros de curto prazo do Reino Unido com o objetivo de verificar se há uma longa memória. O autor utilizou dados trimestrais sendo a primeira observação o primeiro trimestre de 1952 e a última o quarto trimestre de 1988 perfazendo o total de 148 observações. O GPH indicou que a série é um passeio aleatório, uma vez que $\hat{d}^* < 0$. Com relação ao ARFIMA, foi estimado por dois métodos: um sendo ARFIMA $(0, FT, 0)$ e ARFIMA $(0, SPR, 1)$. FT é uma técnica paramétrica proposta por Fox e Taqu e SPR é a regressão do periodograma suavizado proposta por Raisen. O parâmetro \hat{d}^* estimado pelo método $(0, FT, 0)$ foi de 0.8514 enquanto que a estimação pelo método $(0, SPR, 1)$ foi de 0.7675. Ou seja, mesmo o método proposto por Raisen tendo um resultado melhor devido aos critérios (AIC), fica evidente que a série é não estacionária com reversão à média no longo prazo.

Tsuji (2002) estudou a construção das variáveis do mercado financeiro, que na sua visão são as seguintes: atividade no mercado (volume); flutuações no mercado (volatilidade); fricções no mercado (liquidez); retorno do mercado. Assim, o autor fez um ARFIMA para estudar a longa memória e depois um outro ARFIMA, dessa vez multi fator para explorar a relação das variáveis citadas anteriormente. Para estimar o \hat{d} do ARFIMA utilizou dois métodos: EML e MPL. Em ambos os métodos, todas as variáveis apresentaram longa memória e estacionário, ou seja: $0 < \hat{d} < 0.5$, ou seja, é um processo de longa memória, estacionário e com reversão à média. Já para o multi-fator ARFIMA rodou seis equações com variáveis defasadas, onde essas equações eram: volume; logaritmo do volume; liquidez; logaritmo da liquidez; volatilidade; logaritmo da volatilidade. Novamente, a estatística do d foi significativa e em todos os modelos ficaram entre 0 e 0.5, indicando que todos os ARFIMA multi-fatores tiveram sucesso em capturar a memória de longo prazo das variáveis do mercado financeiro.

Baillie, Chung e Tieslau (1996) aplicaram um ARFIMA $(0, d, 1)$ – GARCH $(1,1)$ para estudar a inflação nos seguintes países: Argentina, Brasil, Canadá, França, Alemanha, Israel, Itália, Japão, Reino Unido e Estados Unidos. Os valores encontrados dos parâmetros \hat{d} foram os seguintes: $\hat{d}_{ARG} = 0.598$; $\hat{d}_{BR} = 0.595$; $\hat{d}_{CAN} = 0.386$; $\hat{d}_{FRA} = 0.452$; $\hat{d}_{ALM} = 0.181$; $\hat{d}_{ISR} = 0.591$; $\hat{d}_{ITA} = 0.449$; $\hat{d}_{JPA} = 0.084$; $\hat{d}_{RU} = 0.202$; $\hat{d}_{EUA} = 0.472$. Assim, três países tiveram elevada inflação: Argentina, Brasil e Israel. O resultado desses países indicou não estacionariedade, mas com reversão à média no longo prazo. Consequentemente, os choques podem ter algum nível de persistência nesses países. Já para os demais países, aqueles que o parâmetro ficou entre $0 < \hat{d} < 0.5$ apresentaram uma baixa inflação e foram estacionários. A soma dos parâmetros do GARCH, α e β , foram todos maiores que 0.95 para todos os países, indicando uma forte persistência da variância condicional.

Silva e Vieira (2013) fazem uma aplicação do modelo ARFIMA para estudar a persistência da taxa de inflação, baseada no IPCA, nas seguintes regiões metropolitanas: Belém, Fortaleza, Recife, Salvador, Belo Horizonte, Rio de Janeiro, São Paulo, Curitiba, Porto Alegre, Brasília e Goiânia. Também inseriram quebra estrutural entre o período de agosto de 1999 e dezembro de 2011. Para a quebra utilizaram o método proposto por Clemente et al que considera dois tipos de eventos, outliers aditivos e inovativos. A presença de quebras estruturais mostrou-se comum e relevante. Rio de Janeiro e Recife foram as únicas regiões por terem baixa persistência e serem estacionárias. Nas demais regiões, as persistências se mostraram controladas, sendo não estacionárias e com reversão à média no longo prazo.

Rabelo, Lopes e Silva (2011) analisam a persistência inflacionária de Brasil, Chile e México durante o período de janeiro de 1999 e janeiro de 2009. Ao fazer o ARFIMA, os autores obtiveram os seguintes resultados: para o Brasil o modelo selecionado foi $(1, 0.65, 1)$ indicando que o processo tem longa memória, não estacionário e com reversão à média; o Chile foi caracterizado por $(0, 0.96, 1)$ e o México $(2, 0.7, 0)$ indicando que estes países possuem taxas de inflação caracterizadas como processos de longa memória, não estacionários, mas reverterem à média no longo prazo. Quando analisada a função impulso resposta dos respectivos países, foi reafirmado que mesmo apresentando certa inércia inflacionária, todas as séries reverteram para uma média de

longo prazo. Ou seja, choques inflacionários têm um impacto maior no curto prazo, mas tal impacto se dissipa ao longo do tempo.

Gil-Alana et al (2015) examinam a taxa de curto e longo prazo real dos Estados Unidos, *ex-post*, utilizando dados mensais e anuais. Para o dado anual foi utilizado o período de 1774-2014, enquanto que o dado mensal cobre o período de 1871:1-2015:5. Na análise, a taxa de juros real mensal possui uma longa memória, com valor significativo e positivo, onde o d estimado foi de 0.5, sugerindo uma reversão à média. Em contraste, em relação a taxa de juros real anual, os autores não encontraram evidências de longa memória. Ou seja, quando ocorre um choque, tal choque não afeta a taxa de juros real anual, enquanto a taxa de juros real mensal é afetada somente no curto prazo.

Os autores fizeram ainda um outro passo, que foi a estimação de tendência de probabilidade não linear. Para a taxa de juros real mensal todos os valores de d estimados foram estatisticamente significantes e maiores que 0, implicando que há uma longa memória. Para a taxa de juros anual encontraram a evidência de duas quebras estruturais, 1916 e 1946. Mesmo encontrando a quebra estrutural, a conclusão dos autores é que a persistência ao longo do tempo é menor do que é sugerido pela literatura.

Leme e Silva (2011) aplicaram um ARFIMA para examinar o IPCA, expectativa de inflação e taxa de juros real durante o período de julho de 1999 até dezembro de 2010. A melhor estimação do IPCA foi um ARFIMA (1, 0.435, 1) indicando que a série é estacionária com reversão à média. Já a taxa de juros real, foi selecionado o ARFIMA (1, 0.536, 1), onde a série é não estacionária com reversão à média no longo prazo. A expectativa de inflação teve um resultado não esperado, uma vez que o modelo selecionado foi (1, 0.939, 0) indicando não estacionariedade com reversão à média no longo prazo. O fato de o resultado não ser o esperado com relação à expectativa de inflação é que a inflação convergiu para os valores da meta analisados durante o período. Os autores inseriram também quebras estruturais para verificar se ocorreriam mudanças significativas. Das séries listadas, apenas expectativa de inflação teve uma mudança significativa, uma vez que com a quebra, o modelo selecionado foi o ARFIMA (1, 0.445, 0), onde a série passou a ser estacionária com reversão à média.

Viera e Silva (2014) analisam o grau de persistência da taxa real de juros *ex-post* para Brasil, Rússia, Índia, China e África do Sul, bem como os testes de raiz unitária com quebra estrutural. Na quebra estrutural foi novamente utilizado o método proposto por

Clemente et al. O período compreendido foi de julho de 2000 a dezembro de 2012. Os resultados foram os seguintes: Brasil ($d = 0.829$); Índia ($d = 0.897$); África do Sul ($d = 0.993$); Rússia ($d = 1.206$) e China ($d = 1.056$). Assim, Brasil, Índia e África do Sul mostraram alta persistência e não-estacionariedade, tendo reversão à média no longo enquanto Rússia e China apresentaram sinal de não-estacionariedade e sem reversão à média. Quando inserido as quebras estruturais os resultados passaram a ser os seguintes: Brasil (de $d = 1.149$ para $d = 1.073$); Rússia (de $d = 1.206$ para $d = 1.098$); China (de $d = 1.056$ para $d = 0.849$); África do Sul (de $d = 0.999$ para $d = 0.877$); Índia (de $d = 0.746$ para $d = 0.173$). Contudo, tanto para o Brasil quanto para Rússia o resultado não foi estatisticamente significativo referente à quebra.

Doornick e Ooms (2004) estudaram inflação no Reino Unido e Estados Unidos aplicando um ARFIMA. Para o Reino Unido utilizaram os três métodos de estimação: EML, MLP e NLS e seus valores encontrados foram os seguintes: $\hat{d}_{EML} = 0.473$; $\hat{d}_{MPL} = 0.563$; $\hat{d}_{NLS} = 0.590$. A estimação do EML indicou estacionariedade para inflação. A previsão e a convergência da variância foram apenas lentamente médias e variâncias incondicionais. Já a previsão baseada no estimados do NLS, apresentou uma tendência da inflação com viés de baixa. Já no caso dos Estados Unidos, os autores novamente replicaram os três estimadores e encontraram os seguintes resultados: $\hat{d}_{EML} = 0.322$; $\hat{d}_{MPL} = 0.318$; $\hat{d}_{NLS} = 0.332$. Ou seja, todos os valores estimados foram bem próximos, e não apenas isso, todos são praticamente estacionários. Os autores ainda estimaram um ARFIMA-GARCH (1,1) utilizando via NLS. Os parâmetros do GARCH foram significativos e indicaram uma substancial persistência da volatilidade na inflação: $\hat{\alpha}_1 + \hat{\beta}_1 > 0.9$ para ambas as séries, e muito próximo de um para inflação norte-americana.

Figueiredo e Marques (2011) analisam a dinâmica inflacionária brasileira a partir de uma estrutura fracionária com mudança de regime markoviana (MS-ARFIMA). Fizeram duas etapas: primeiro uma estimação habitual utilizando ARFIMA e depois o MS-ARFIMA. Os autores utilizaram observações mensais compreendidas entre fevereiro de 1944 e agosto de 2009. Aplicando o método ARFIMA tradicional chegaram a dois valores para o parâmetro d . O primeiro período foi de 1944:02-2009:08 com valor do parâmetro $d = 0.72$. Já o segundo período compreende o intervalo 1944:02-1985:12

com valor do parâmetro $d = 0.93$. Ou seja, as séries são não estacionárias com reversão à média.

Com relação ao MS-ARFIMA os autores encontraram dois regimes distintos para economia brasileira. No primeiro regime, uma economia com indexação plena que apresenta trajetória explosiva para taxa de inflação. A inflação mensal é muito elevada e com volatilidade cinco vezes maior do que no regime de baixa inflação. Já o segundo regime é marcado por uma memória de longo prazo abaixo de uma unidade em que o processo inflacionário não é mais explosivo. O patamar mensal da inflação é muito baixo e também possui baixa volatilidade. Como a probabilidade associada ao segundo regime foi de 0,9908 então os autores chegaram à conclusão que a estabilidade de preços tem um caráter quase-permanente.

Figueiredo e Marques (2009) aplicam um modelo ARFIMA-FIGARCH com o intuito de investigar a dependência de longo prazo da inflação brasileira e detectar longa memória em altas defasagens de um processo autorregressivo. Utilizaram dados mensais entre 1980 e 2008. Os autores chegaram ao resultado de que para o período pós-Plano Real a inflação brasileira exibiu um comportamento estacionário em seus dois primeiros momentos com lento decaimento hiperbólico (reversível tanto na média quanto na variância). Além disso, encontraram indícios de longa memória na média e variância do processo e nesse período também há uma recíproca influência entre volatilidade e a taxa média de inflação (os valores antecedentes da taxa de inflação melhoraram a previsão da volatilidade e vice-versa). A partir deste resultado os autores postulam a inflação tenderá a se manter nos patamares atuais e que a volatilidade também permaneça reduzida o que gera um ambiente de menor incerteza e maior credibilidade para os agentes econômicos, favorecendo as expectativas de longo prazo e estabilidade macroeconômica.

Mendonça (2018) aplica o modelo ARFIMA e o estimador de GPH para economia brasileira analisando o IPCA entre 1999-2016. Pela estimação de GPH, o estimador foi de 0.2, o que apontou uma persistência para a série. Sendo mais específico, um choque da ordem de 1% levaria a um aumento na inflação de 0,2% no mês seguinte. Em relação ao teste ARFIMA o resultado foi que o parâmetro estimado, d , foi de 0.29. Ou seja, com os resultados obtidos a autora afirmou que há persistência e dependência em relação aos valores passados, mesmo ocorrendo reversão à média, fazendo com que a inflação tenha

uma longa dependência. Dessa forma, apesar de ter uma tendência à queda, a contração da inflação não se mostrou contínua ao longo do período estudado.

3 Estimação para o Brasil

3.1 – ANÁLISE DESCRITIVA

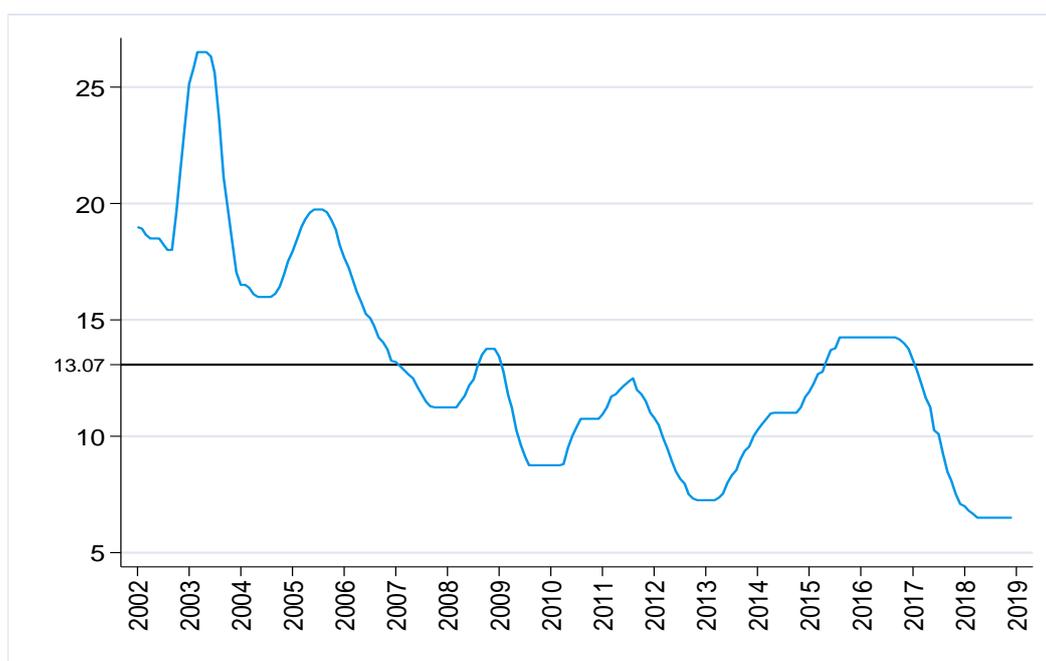
Tabela 1 – Análise descritiva

-	Selic	IPCA	Taxa Real de Juro
Média	13,07%	6,45%	6,21%
Máximo	26,50%	17,24%	12,95%
Mínimo	6,50%	2,46%	0,62%
Mediana	12,18%	6,03%	5,30%
Desvio Padrão	4,53%	2,84%	2,91%

Fonte: BACEN e IBGE. Elaboração própria

Utilizando os dados do Banco Central e IBGE, a média da taxa Selic no período 2002-2018 foi de 13,07%, o IPCA 6,45% e a taxa de juro real 6,21%. Já em relação aos maiores valores observados, tivemos os seguintes valores para cada variável: Selic com 26,50% (março/2003), IPCA com 17,24% (maio/2003) e Taxa de Juro Real com 12,95% (agosto/2005). Com respeito aos valores mínimos, os seguintes valores foram observados: Selic com 6,5% (abril/2018 – dezembro/2018), IPCA com 2,46% (agosto/2017) e Taxa de Juro Real com 0,62% (março/2013).

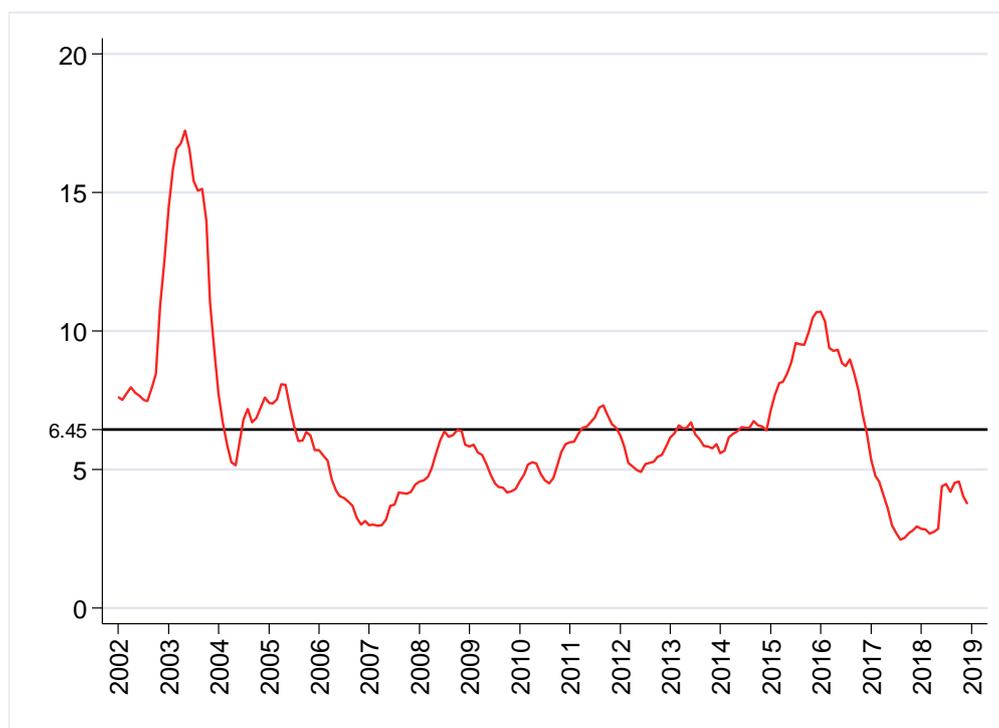
Gráfico 2: Selic 2002-2018



Fonte: Banco Central. Elaboração Própria.

A média de 13.07% foi traçada com uma linha horizontal para deixar evidente o comportamento da taxa nominal de juro ao longo do tempo em relação à média. Aliás, o gráfico mostra um comportamento interessante: até fevereiro de 2007, a taxa de juros sempre esteve acima da média, somente a partir de fevereiro de 2007 passou a ficar abaixo da média. A partir daí, tirando os períodos de 09/2008-01/2009 e 05/2015-01/2017, a taxa de juros nominal voltou a ficar abaixo da média registrada. O ano de 2003 tem o pico devido à forte instabilidade política após o candidato Lula vencer as eleições de 2002. Dado essa instabilidade, o Banco Central faz uma política monetária bem restritiva com o objetivo de manter a inflação controlada e não só isso, o tripé econômico foi mantido: superávit fiscal, regime de metas de inflação e câmbio flutuante. Já o vale que ocorreu entre 2011-2013 foi a política do BACEN de tentar estimular a economia e manter o desemprego em um patamar reduzido. Contudo a política mostrou desgaste e o Banco Central precisou elevar a taxa de juros de forma a conter o aumento da inflação. Já a partir de 2017 o Banco Central novamente volta a reduzir a Selic, devido à forte retração da economia brasileira (o crescimento do PIB em 2017 foi de 1%, enquanto nos dois anos anteriores teve uma recessão acima de 3.0 % ao ano).

Gráfico 3: IPCA 2002-2018

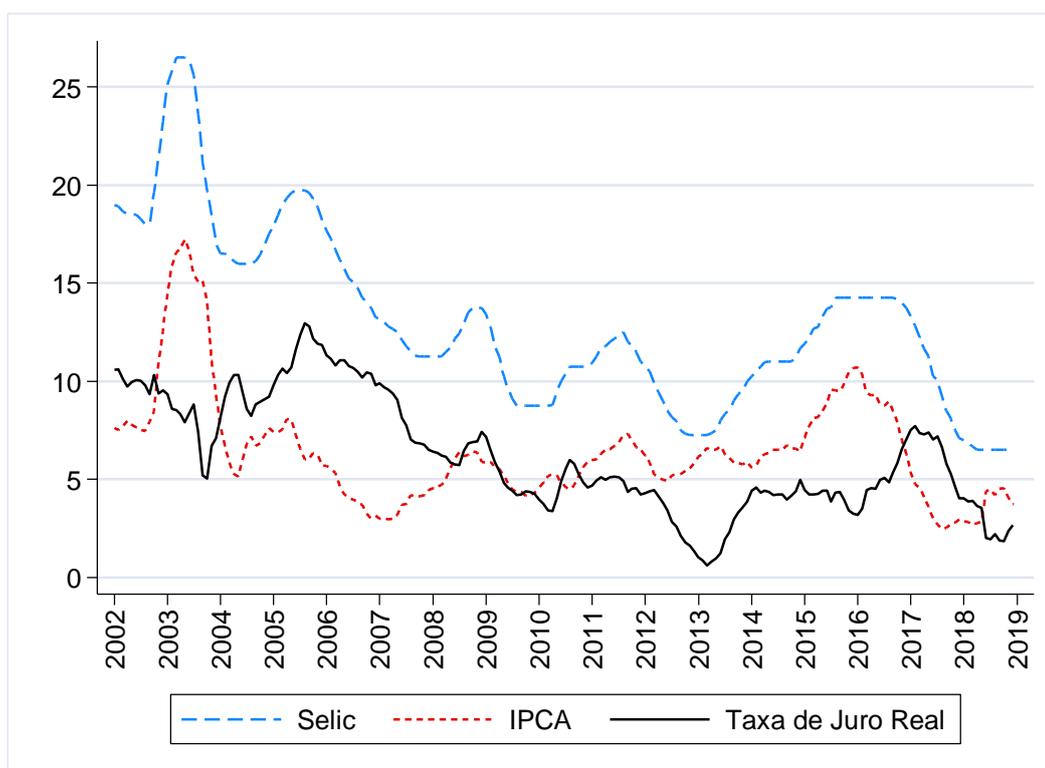


Fonte: IBGE. Elaboração Própria.

Assim como a Selic, o IPCA também apresentou forte elevação até meados de 2003 e um principal fator foi a desvalorização do real sofrida, que no final de 2002 ultrapassou 4 reais/dólar, contudo ao longo do tempo foi se apreciando e dado que o novo governo deu continuidade à política anterior e ao regime de metas de inflação, fica evidente que em 2004 a inflação já havia se estabilizado, ficando abaixo de 8% e sem picos. Mesmo com o Banco Central fazendo uma política monetária restritiva e ativa, a inflação parece não ceder abaixo de certo patamar, porque analisando o gráfico acima, fica evidente que poucas vezes a inflação acumulada de 12 meses ficou abaixo de 5%. Um indicativo desse problema talvez seja os preços administrados que representam cerca de 30% do IPCA, que geralmente possuem um reajuste acima da inflação e certa inércia ainda presente na economia brasileira. Já a partir de 2016 o IPCA acumulado apresentou uma queda principalmente pela recessão de dois anos seguidos na economia brasileira.

Por fim, taxa Selic, IPCA e taxa de juros real no mesmo gráfico, visualizar a evolução dessas três variáveis juntas ao longo do tempo.

Gráfico 4: SELIC, IPCA e Juro Real 2002-2018



Fonte: Elaboração Própria com dados do BACEN e IBGE.

A média da taxa de juros real durante o período de 2002-2018 foi de 6.21% aa e somente a partir de 2009 que a taxa de juros passou a ficar abaixo que 5% aa, situação que perdurou até o meio de 2016, quando a taxa de juros real passou a se elevar e ficou em um patamar acima de 5%, mas no fim de 2017 já apresentou a ter queda novamente. Até meados de 2012-2014 tanto Selic quanto IPCA moviam-se na mesma direção. Ou seja, quando o IPCA acumulado de doze meses aumentava, Selic também subia de forma a tentar frear esse acumulado da inflação. Já quando o IPCA acumulado apresentava uma queda, o mesmo ocorre com a Selic. Já a taxa de juro real, a partir de 2005 acompanha o movimento da Selic, tanto quando ocorre uma elevação quanto uma queda.

3.2 - TESTE DE RAIZ UNITÁRIA

O teste de raiz unitária tem como objetivo verificar se a série é estacionária ou não. Dessa forma foram realizados três testes: ADF, ADF-GLS e KPSS. Todos os testes foram realizados com constante e sem tendência e a seleção de lags do ADF e KPSS se deu por meio do comando varsoc (utilizando critério BIC), enquanto a do ADF-GLS foi pelo lag sugerido ao rodar o teste e novamente fio utilizado o BIC como critério de escolha. A seguir o teste ADF tanto da inflação quanto da taxa de juros real:

Tabela 2 – Teste ADF

ADF					
	Lags	Estatística de teste	Valor crítico a 1%	Valor crítico a 5%	Valor crítico a 10%
Taxa real	1	-1.924	-3.476	-2.883	-2.573
Inflação	1	-2.966	-3.476	-2.883	-2.573

Fonte: Elaboração Própria

O teste ADF tem como hipótese nula que a série é não estacionária, enquanto a hipótese alternativa é que a série é estacionária.

A estatística de teste da Taxa Real de Juro foi de -1.924 , sendo maior que todos os valores críticos, então não é possível rejeitar a hipótese nula, então a taxa de juro real pelo teste ADF é não estacionária e possui raiz unitária.

Já com respeito a inflação a estatística de teste foi de -2.966 . Apenas para o valor crítico de 1%, a hipótese nula não foi rejeitada. Ou seja, para rejeitarmos ou não a hipótese nula neste caso, dependemos do nível de significância a ser levado em questão. A seguir o teste ADF-GLS:

Tabela 3 – Teste ADF-GLS

ADF-GLS					
	Lags	Estatística de teste	Valor crítico a 1%	Valor crítico a 5%	Valor crítico a 10%
Taxa real	1	-2.666	-3.480	-2.935	-2.646
Inflação	1	-4.126	-3.480	-2.935	-2.646

Fonte: Elaboração Própria

A diferença do teste ADF-GLS para o ADF é que a série é transformada por mínimos quadrados generalizados.

A estatística de teste da taxa de juro real foi de -2.666 . Apenas para o valor crítico de 10%, a hipótese nula é rejeitada. Já para o valor crítico de 5% e 1% a hipótese nula não é rejeitada.

A inflação apresentou uma estatística de teste de -4.126 , rejeitando a hipótese nula para todos os valores críticos. Ou seja, pelo teste ADF-GLS, inflação não possui raiz unitária. A seguir o teste KPSS:

Tabela 4 – Teste KPSS

KPSS					
	Lags	Estatística de teste	Valor crítico a 1%	Valor crítico a 5%	Valor crítico a 10%
Taxa Real	2	0.942	0.216	0.146	0.119
Inflação	2	0.517	0.739	0.463	0.347

Fonte: Elaboração Própria

Interessante relembrar que o teste KPSS se distingue dos anteriores pelo fato de que a hipótese nula é de que a série é estacionária, ou seja, não há raiz unitária. Já a hipótese alternativa é de que a série é não estacionária, ou seja, possui raiz unitária. Além disso, o teste KPSS é realizado em nível, ao contrário do ADF, que é realizado a primeira diferença, por isso soma-se um ao lag do ADF.

A taxa real de juro apresentou uma estatística de teste de 0.942, que foi maior que qualquer estatística dos valores críticos, independentemente do nível de significância. Assim, segundo o teste KPSS, a Taxa Real de é não estacionária, pois rejeita-se a hipótese nula.

Por fim, inflação teve uma estatística de teste de 0.517 de forma que a hipótese nula foi rejeitada apenas no valor crítico a 1%. Ou seja, quando consideramos valor crítico de 1%, o KPSS indica que a inflação é não estacionária, possuindo então raiz unitária. Como visto, os testes de raiz unitária nem sempre são conclusivos. Em muitos casos podem possuir um resultado contraditório.

3.3 – ARFIMA

A seguir é estimado o ARFIMA aplicando o método de estimação de mínimos quadrados não-lineares. Primeiro foi realizado para taxa real de juro, seguido da inflação. Assim, para o ARFIMA (p, d, q) foram estimados oito modelos utilizando o componente autoregressivo (AR – p) e de média móvel (MA – q) e o critério de escolha do modelo foi baseado no AIC (critério de informação de Akaike).

Tabela 5 : ARFIMA – Taxa Real de Juro

ARFIMA - Taxa de Juro Real							
ARMA	"d" [p valor]	AR(1) [p valor]	AR(2) [p valor]	MA(1) [p valor]	MA(2) [p valor]	Constante [p valor]	AIC
(0,0)	1.32753 [0.000]	-	-	-	-	10.9196 [0.000]	1.20478126
(1,0)	0.853840 [0.000]	0.550955 [0.001]	-	-	-	10.1858 [0.000]	1.14647656
(0,1)	1.05646 [0.000]	-	-	0.387334 [0.000]	-	11.6666 [0.106]	1.14521059
(1,1)	0.898569 [0.000]	0.362829 [0.244]	-	0.195105 [0.280]	-	10.0679 [0.012]	1.14924606
(2,0)	0.853672 [0.000]	0.573389 [0.004]	-0.0639546 [0.380]	-	-	4.54236 [0.643]	1.14874231
(0,2)	0.992017 [0.000]	-	-	0.461899 [0.000]	0.074085 [0.331]	6.22102 [0.905]	1.15207088
(2,1)	0.179298 [0.313]	0.858377 [0.000]	0.0771208 [0.411]	0.393369 [0.000]	-	4.97008 [0.005]	1.1411732
(2,2)	0.0815051 [0.668]	0.903013 [0.000]	0.0548707 [0.538]	0.452455 [0.000]	0.057923 [0.561]	4.89220 [0.007]	1.14957898

Fonte: Elaboração Própria

A tabela anterior apresenta 8 modelos de ARFIMA aplicados a taxa de juro real. Quando o modelo é estimado sem nenhum componente autorregressivo e de média móvel, o valor de d é 1.32753. Ou seja, sem nenhum componente, tem longa memória e sem reversão à média no longo prazo. O mesmo resultado foi observado quando o modelo foi o ARFIMA (0, 1.05646, 1). Já a inserção do componente autorregressivo, fez com que d passasse a ter um valor inferior a 1. Não apenas isso, mas tiveram valores muito semelhantes: ARFIMA (1, 0.853840, 0); ARFIMA (1, 0.898569, 1). Ou seja, passaram a ser um processo de longa memória, mas que reverte à média no longo prazo. Já a partir de uma segunda defasagem da parte regressiva o processo apresentou um comportamento bem diferente: o ARFIMA (2, 0.853672, 0) manteve a característica de ter longa memória e reversão à média no longo prazo; já o ARFIMA (2, 0.1792981, 1) e o ARFIMA (2, 0.0815155, 2) passaram a ter longa memória mas com reversão à média no curto prazo. Contudo, nesses dois casos, a estatística d não foi estatisticamente significativa. Além disso, se fosse utilizado o critério AIC para seleção de modelo, a princípio seria o ARFIMA (2, 0.1792981, 1), que teve menor AIC (1.1411732), mas como mencionado anteriormente, a estatística do d não foi significativa estatisticamente. Logo, o modelo selecionado foi o ARFIMA (0, 1.05646, 1), que teve o segundo menor AIC (1.14521059). Neste modelo, além da estatística do d ser estatisticamente significativa, o modelo tem memória longa, é não estacionário e não converge para média no longo prazo. A seguir o mesmo método aplicado a inflação:

Tabela 6: ARFIMA - IPCA

ARFIMA - Inflação							
ARMA	"d" [p valor]	AR(1) [p valor]	AR(2) [p valor]	MA(1) [p valor]	MA(2) [p valor]	Constante [p valor]	AIC
(0,0)	1.64303 [0.000]	-	-	-	-	7.69380 [0.000]	1.06010418
(1,0)	0.832811 [0.000]	0.787737 [0.000]	-	-	-	6.68584 [0.005]	0.988955373
(0,1)	1.42086 [0.000]	-	-	0.285143 [0.001]	-	7.81919 [0.000]	1.03482529
(1,1)	0.615213 [0.000]	0.843408 [0.000]	-	0.207281 [0.000]	-	7.11433 [0.000]	0.984822337
(2,0)	-0.124069 [0.388]	1.75224 [0.000]	-0.771859 [0.000]	-	-	6.90587 [0.000]	0.959293045
(0,2)	1.23700 [0.000]	-	-	0.486403 [0.000]	0.172872 [0.073]	8.17320 [0.000]	1.03065837

(2,1)	-0.237048 [0.304]	1.79014 [0.000]	-0.804542 [0.000]	0.091102 [0.567]	-	6.90672 [0.000]	0.967811834
(2,2)	0.509225 [0.001]	1.83284 [0.000]	-0.856840 [0.000]	-0.711078 [0.000]	-0.187021 [0.071]	6.54632 [0.000]	0.962558899

Fonte: Elaboração Própria

Novamente, primeiro olhamos apenas para o modelo que não tem componente autorregressivo e de média móvel. Este modelo foi o $(0, 1.64303, 0)$ indicando que a série é não estacionária e não retorna à média nem mesmo no longo prazo, além disso, esse valor do d foi estatisticamente significativo. A inserção de um componente autorregressivo fez com que o valor de d ficasse no intervalo de 0.5 e 1, indicando que a inflação tem longa memória, é não estacionária, mas possui reversão à média no longo prazo e todos os d foram estatisticamente significativos. Já quando inserido dois componentes autoregressivos, o d passou a ser menor que zero e não foi estatisticamente significativo, exceto no caso de que junto dos dois componentes autorregressivos também foi inserido o componente de média móvel, o modelo teve então a seguinte característica: ARFIMA $(2, 0.509225, 2)$. Utilizando o menor AIC como critério de escolha, o modelo a ser escolhido, seria o ARFIMA $(2, -0.124069, 0)$, contudo esse d é não estatisticamente significativo. O modelo selecionado então é o ARFIMA $(2, 0.50225, 2)$, indicando que a inflação tem longa memória, é não estacionária e possui reversão à média no longo prazo.

3.4 – QUEBRA ESTRUTURAL

O próximo passo é verificar a raiz unitária com quebra estrutural proposta por Clemente et al (esse teste possui tabulação própria). Caso a quebra for estatisticamente significativa, deve ser incluída no procedimento de Granger & Hyung. As seguir então os gráficos e as tabelas com os testes das quebras tanto para taxa de juro real quanto para inflação.

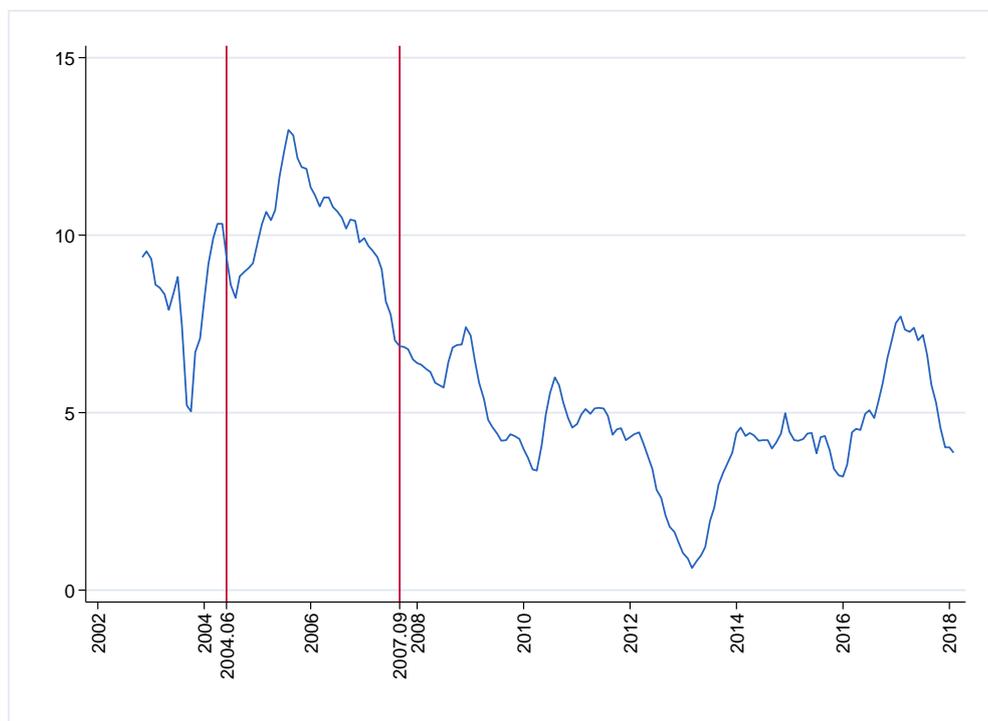
Como mencionado, esse teste possui tabulação própria com os seguintes valores críticos:

Tabela 7 – Tabulação de Clemente-Montañés-Reyes

Nível de significância	Estatística tabulada
1%	-6.07
5%	-5.49
10%	-5.24

Fonte: Clemente-Montañés-Reyes

Gráfico 5: Clemente – Montañés – Reyes Juro Real



Fonte: Elaboração Própria.

Tabela 8 – Teste de raiz unitária com quebra estrutural para Taxa Real de Juro

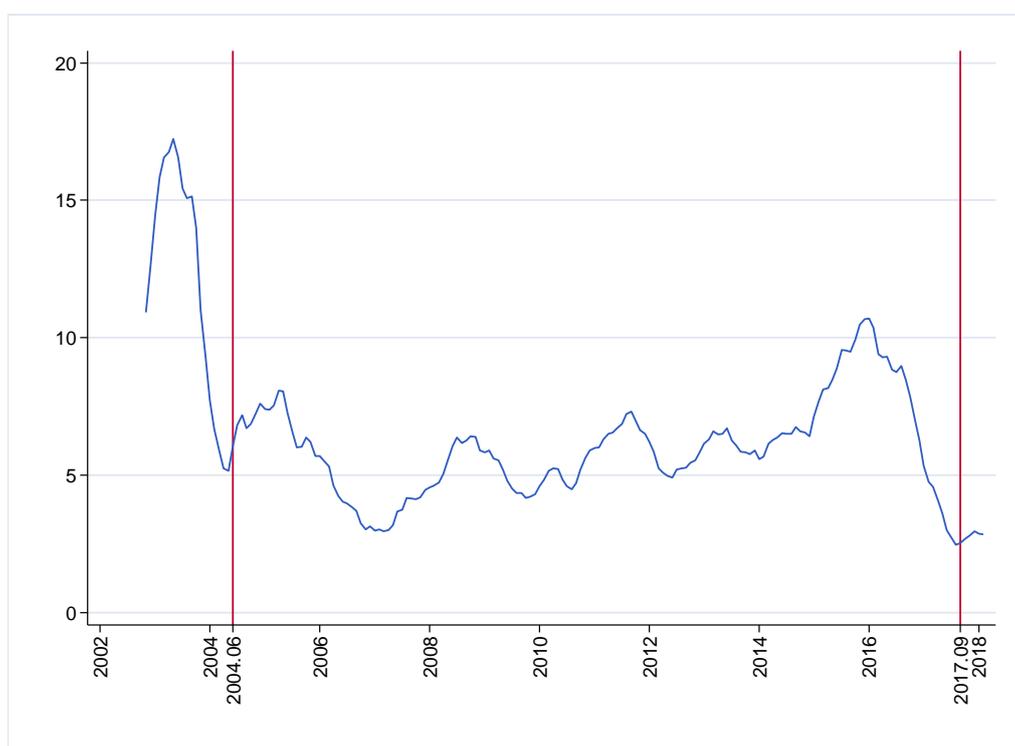
Taxa Real			
AR(1)	1ª Quebra Junho 2004	2ª Quebra Setembro 2007	Estatística de teste
Coefficients:	1.21784	-5.68371	
t-statistics:	3.204	-19.976	-3.997
P-values:	0.002	0.000	

Fonte: Elaboração própria

Para taxa de juro real, as quebras ocorrem em junho de 2004 e setembro de 2007. Quando comparada a estatística de teste, -3.997, com a estatística tabulada ao nível de

significância de 5% (Tabela 7 de Clemente – Montañés – Reyes), não rejeita a hipótese nula de raiz unitária com quebra estrutural. Já as quebras estruturais, D_{1t} e D_{2t} ambas se mostraram estatisticamente significativas quando analisadas seu p-valor. A seguir o mesmo procedimento aplicado para inflação:

Gráfico 6: Clemente – Montañés – Reyes IPCA



Fonte: Elaboração Própria.

Tabela 9 – Teste de raiz unitária com quebra estrutural para o IPCA

Inflação			
AR(1)	1ª Quebra Junho de 2004	2ª Quebra Setembro de 2017	Estatística de teste
Coefficients:	-4.54894	-2.46673	
t-statistics:	-10.343	-4.133	-0.083
P-values:	0.000	0.000	

Fonte: Elaboração própria

Com respeito a inflação, as seguintes quebras são observadas: junho de 2004 e setembro de 2017. Estatística de teste teve um valor de -0.083 e quando comparado com o valor tabulado do teste (ver tabela 7), não rejeitou a hipótese nula. Já quando analisado as quebras estruturais, ambas foram significativas. Ou seja, tanto inflação tiveram duas quebras estruturais e significativas, de forma que será incorporada no próximo passo.

3.5 – GRANGER & HYUNG

Assim como realizado por Silva e Vieira (2013 e 2014) o primeiro ponto foi verificar as quebras. Como todas foram significativas, as séries foram separadas em três partes: da amostra inicial à primeira quebra; da primeira quebra à segunda quebra; da segunda quebra até a observação final. Assim, a série original foi separada em três partes. Fez-se então uma regressão de cada dessas partes contra uma tendência e os resíduos foram salvos. Desses resíduos se montou uma nova série e foi realizado o ARFIMA $(0, d, 0)$ nessa série dos resíduos e comparado com o ARFIMA $(0, d, 0)$ da série original.

Tabela 10 – Comparando o “ d ”

-	" d " série original	" d " dos resíduos
Taxa de Juro Real	1.32753 [0.000]	1.16830 [0.000]
IPCA	1.64303 [0.000]	1.31134 [0.000]

Fonte: Elaboração Própria.

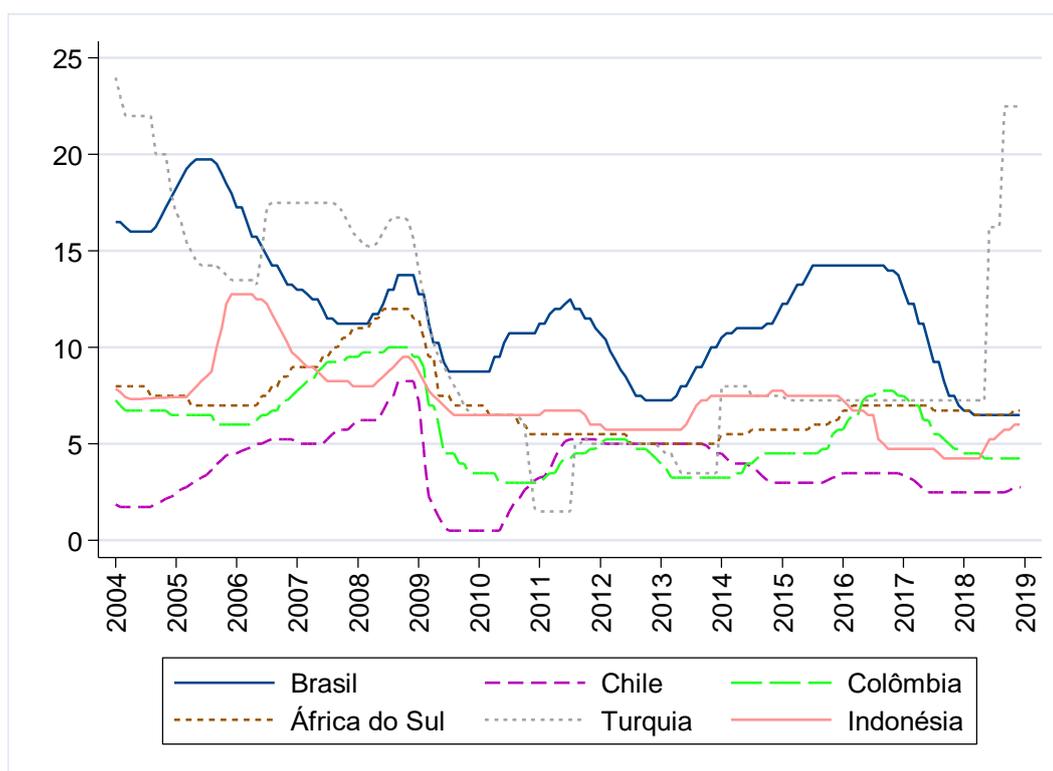
A tabela acima mostra o valor do d após o método proposto por Granger & Hyung. Como era esperado, o valor de " d " sofreu uma redução, mas tanto para a inflação quanto para a taxa de juros real, ficou a cima de um e ambos foram estatisticamente significativos. Mesmo aplicando essa nova metodologia, quando feito o ARFIMA $(0, d, 0)$ tanto para taxa de juro real para inflação, o valor de d sugeriu esse processo ser não estacionário e sem reversão à média mesmo no longo prazo. Ou seja, quando analisado a série inteira, as quebras estruturais quando analisado o ARFIMA $(0, d, 0)$ não mudou o patamar da série, que em ambos os casos foram não estacionárias e sem reversão à média, mesmo no longo prazo.

4 Estimação para Brasil, Chile, Colômbia, África Do Sul, Turquia e Indonésia

4.1 – Gráficos e análise descritiva

O objetivo é reuplicar o que foi realizado anteriormente, agora com dados do FMI para os seguintes países: Brasil, Chile, Colômbia, África do Sul, Turquia e Indonésia. Como o FMI informa apenas a taxa de juros nominal e o IPC (índice de preços ao consumidor), a taxa de juros real calculada foi ex-post e da seguinte maneira: $r = \left[\left(\frac{1+Taxa\ Nominal}{1+IPC} \right) - 1 \right] \times 100\%$. A seguir é apresentado os gráficos da taxa nominal de juros, inflação acumulada e taxa de juros real, em seguida, uma estatística descritiva desses três componentes dos países mencionados.

Gráfico 7: Taxa de Juro Nominal 2004-2018

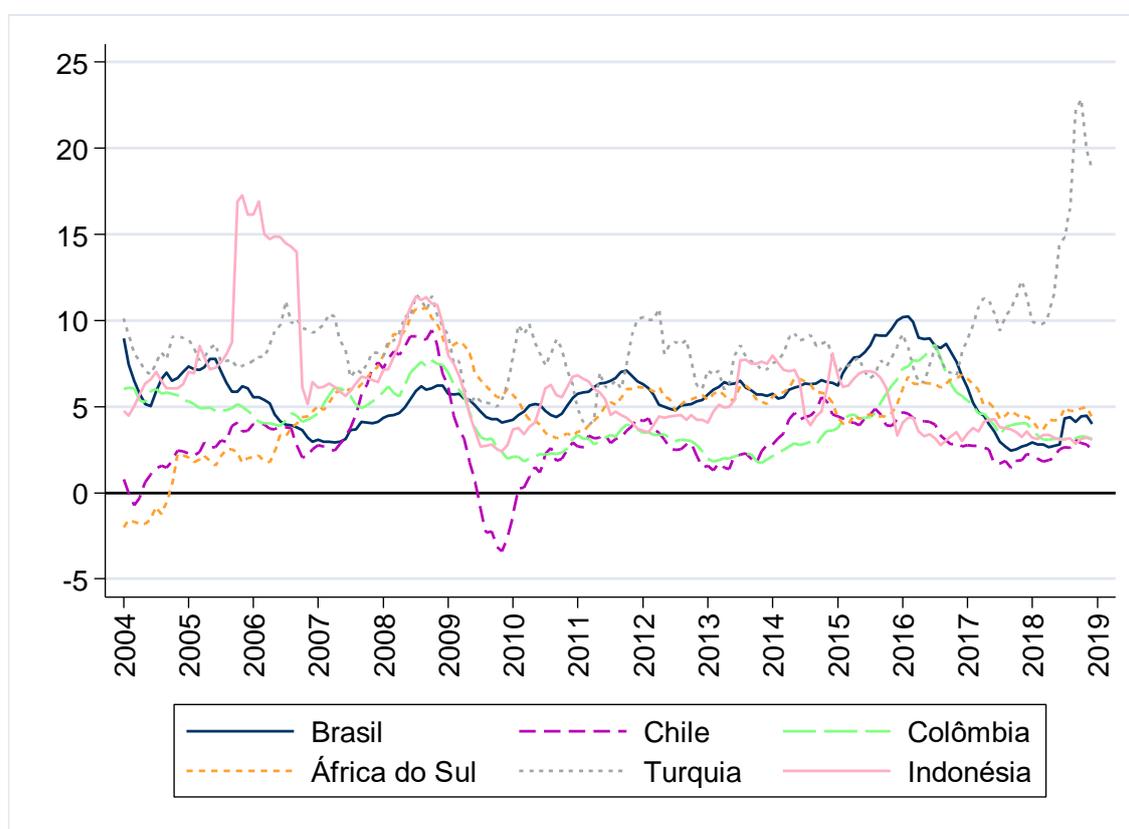


Fonte: FMI. Elaboração Própria.

O plot das taxas de juros nominais, deixa claro que o Brasil durante boa parte do tempo apresentou a maior taxa de juros nominal entre os países selecionados. Não apenas isso, somente Turquia conseguiu ter taxa de juro nominal superior à brasileira, sendo que teve forte período de instabilidade entre 2001 e 2004. Somente em 2018 que o Brasil

passou a apresentar uma taxa de juros nominal próxima à da África do Sul. Já o Chile teve a menor taxa de juros nominal ao longo do período, inclusive teve taxa bem próxima de zero ao longo de 2009 e 2010. A Turquia chama atenção pela instabilidade: até 2005 tinha a taxa mais elevada, que se manteve em queda até 2006 e depois voltou a se elevar e teve as maiores taxas até 2009, novamente teve uma queda e em 2018 apresentou um aumento expressivo, onde até o período analisado, ficou com taxa acima de 20% aa.

Gráfico 8: Inflação acumulada 12 meses – 2004-2018

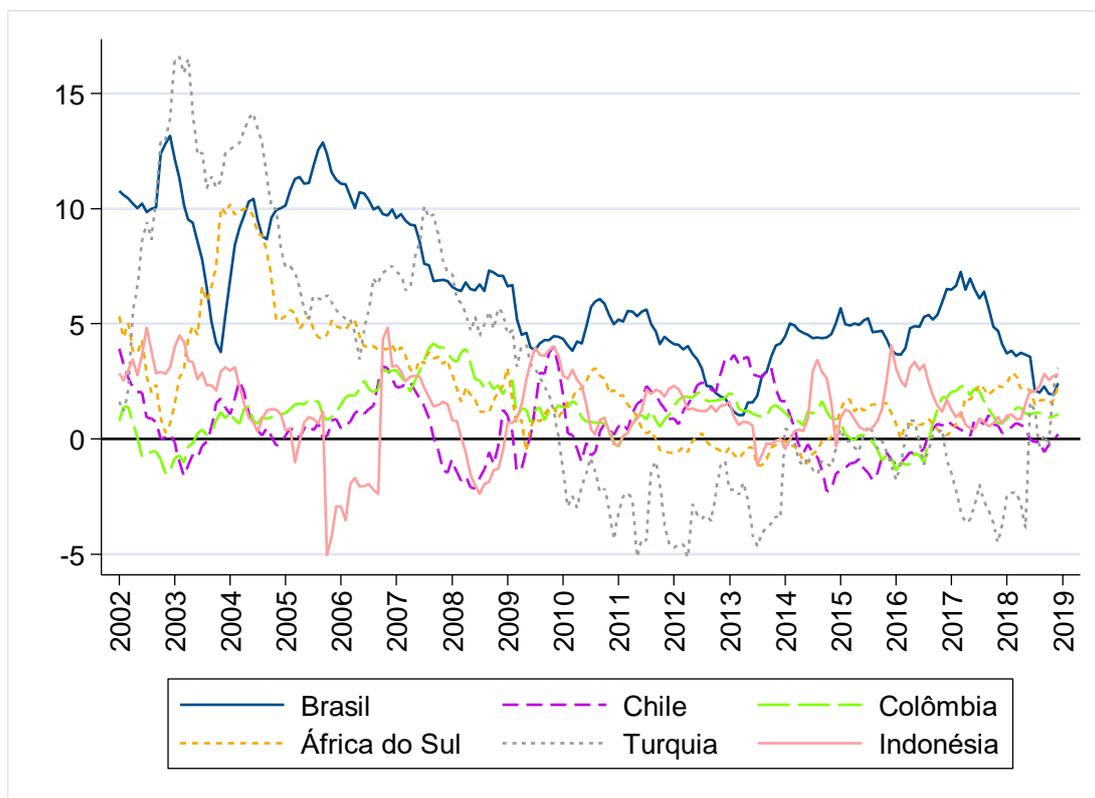


Fonte: FMI. Elaboração Própria.

Com respeito a inflação, no período de 2015-2017 o Brasil teve a maior inflação acumulada, mas não foi nada discrepante como a taxa de juros nominal brasileira. A Turquia que a partir de 2017 apresentou uma inflação crescente, acima de 20% o que pode justificar o elevado juro nominal do mesmo período. O Chile entre 2009-2011 apresentou um vale, inclusive registrando uma deflação de mais de 2% acumulado em 2010. Entre o fim de 2005 e 2007 a Indonésia também teve um pico de inflação, mas ao longo do tempo não teve mais nenhum outro pico. O interessante desse gráfico é que em nenhum momento a inflação brasileira parece justificar os elevados juros praticados na

economia brasileira. Durante 2004-2018 o Brasil não apresentou nenhum pico de inflação quando comparado com os demais países e também não teve nenhum vale. Ou seja, a inflação brasileira não apresenta grandes oscilações.

Gráfico 9: Taxa Real de Juro – 2004-2018



Fonte: Elaboração Própria.

Por fim, o gráfico que ilustra a taxa de juro real. O Brasil claramente por diversos períodos apresentou a taxa de juros real mais elevada entre os países comparados. Apenas em 2012-2014 e a partir de 2018 que passou a ter taxa de juros real próxima dos demais países. A Turquia por sua vez, novamente, apresentou um comportamento bem instável. Até 2008 duelava com o Brasil entre as maiores taxa de juros real, contudo a partir de 2008 passou a ter uma redução assídua e a partir de 2010 até 2018 apresentou taxa de juro real negativa. África do Sul foi outro país que até meados de 2005 tinha uma taxa elevada, mas apresentou uma queda e se manteve estável a partir de 2009 sem elevados picos ou vales. Já Chile, Colômbia e Indonésia tiveram um comportamento sem grandes oscilações, claro que ocorreram alguns picos ou vales, mas que se dissiparam e ao menos visualmente não tiveram grandes impactos ao longo do tempo.

Para completar essa apresentação dos dados, uma análise descritiva dos países e séries utilizadas:

Tabela 11 – Análise descritiva dos países: 2002-2018

Taxa de juro nominal	Brasil	Chile	Colômbia	África do Sul	Turquia	Indonésia
Média	13,04%	3,71%	5,80%	7,64%	14,21%	7,87%
Máximo	26,50%	8,25%	10,00%	13,50%	59,00%	16,93%
Mínimo	6,50%	0,50%	3,00%	5,00%	1,50%	4,25%
Mediana	12,25%	3,50%	5,50%	7,00%	8,00%	7,44%
Desvio Padrão	4,54	1,63	1,92	2,36	12,23	2,64

Inflação acumulada 12 meses	Brasil	Chile	Colômbia	África do Sul	Turquia	Indonésia
Média	6,26%	3,08%	4,56%	5,20%	11,10%	6,50%
Máximo	16,04%	9,44%	8,62%	13,19%	56,46%	17,25%
Mínimo	2,43%	-3,41%	1,74%	-2,00%	3,94%	2,39%
Mediana	5,89%	2,81%	4,47%	5,30%	8,60%	6,09%
Desvio Padrão	2,64	2,06	1,72	2,75	8,33	3,25

Taxa de juro real	Brasil	Chile	Colômbia	África do Sul	Turquia	Indonésia
Média	6,37%	0,63%	1,18%	2,36%	2,67%	1,32%
Máximo	13,17%	4,05%	4,14%	10,21%	16,62%	4,85%
Mínimo	1,03%	-2,28%	-1,50%	-1,16%	-5,14%	-5,05%
Mediana	5,46%	0,53%	1,14%	1,74%	0,51%	1,27%
Desvio Padrão	2,96	1,43	1,12	2,55	5,63	1,72

Fonte: FMI. Elaboração própria

A tabela acima consolida a análise dos gráficos. Os países que apresentaram maior média da taxa de juros nominal ao longo do período foram Turquia e Brasil, sendo a Turquia com a maior taxa, 14,21%, seguida pelo Brasil com 13,04%. Contudo, Turquia apresentou um desvio padrão muito superior ao Brasil e não apenas isso, o maior valor registrado foi de 59,00% contra 26,50% do Brasil. O menor valor registrado também chama atenção: na Turquia foi de 1,50% e no Brasil de 6,50%, ou seja, Turquia apresentou uma instabilidade bem elevada, enquanto o Brasil teve um comportamento bem mais moderado. Já Chile e Colômbia tiveram as menores médias, o Chile com 3,71% e a

Colômbia com 5,80%. O Chile por sinal, teve o menor valor de taxa de juros nominal de todos os países, com 0,50%. África do Sul e Indonésia tiveram uma média semelhante, com 7,64% para África do Sul e 7,87% para Indonésia. Aliás, no aspecto da taxa de juros nominal, esses dois países que tiveram o comportamento intermediário apresentaram resultados bem semelhantes.

Já quando abordado a inflação, a Turquia de longe apresentou a maior média: 11,10% ao ano. Indonésia apresentou a segunda maior média com 6,50%, seguida do Brasil com 6,26%. O maior valor registrado pela Turquia foi de 56,46%, enquanto o menor, 3,94%. O Brasil teve o maior valor de 16,04%, sendo superado pela Indonésia, que foi de 17,25%. Contudo o Brasil foi superado pela Indonésia no menor valor registrado: enquanto o do país asiático foi de 2,39%, o do Brasil foi de 2,43%. Ao menos, o desvio padrão do Brasil foi menor que o da Indonésia. O Chile apresentou a menor média do período, que foi de 3,08%. Chile também chama atenção por ter a menor inflação acumulada do período: -3,41%. Outro país que apresentou uma deflação foi África do Sul, com -2,00% de inflação acumulada. Por fim, a Colômbia teve o menor desvio padrão com 1,72 e uma média de 4,56% ao longo do período.

Agora a análise da taxa de juros real deixa claro que o Brasil possui a maior média de juro real entre os países selecionados, sendo essa média de 6,37% ao longo do período de 2002-2018. Mesmo a Turquia que exibiu certos períodos de instabilidade tanto com a taxa de juros nominal quanto em relação à inflação, teve a segunda maior média da taxa real, só que bem menor que o Brasil, com o valor de 2,67%. Por sinal, Turquia apresentou o maior pico ao longo do período com a taxa de 16,62% e o Brasil o segundo maior com 13,17%. Todos os países, tiveram o menor registrado da taxa de juro real negativo, exceto o Brasil. Enquanto o menor valor registrado no Brasil foi de 1,03%, na Turquia foi -5,14%, no Chile -2,28%, na Colômbia -1,50%, na África do Sul -1,16% e na Indonésia -5,05%. Novamente o Chile teve a menor média com 0,63% e a Colômbia apresentou o menor desvio padrão com 1,12.

4.2 - Testes de raiz unitária para taxa de juro real

O primeiro passo então é fazer os testes de raiz unitária dos países e verificar seus resultados. Sendo assim, foram realizados três testes: ADF, ADF-GLS e KPSS. Novamente o critério de seleção de lags foi o comando varsoc. O primeiro teste a ser realizado foi o ADF e seu resultado pode ser visto a seguir:

Tabela 12 – Teste ADF - Taxa Real de Juro

ADF					
	Lags	Estatística de teste	Valor crítico a 1%	Valor crítico a 5%	Valor crítico a 10%
Brasil	1	-1.988	-3.476	-2.883	-2.573
Chile	1	-3.906	-3.476	-2.883	-2.573
Colômbia	0	-2.203	-3.476	-2.883	-2.573
África do Sul	0	-1.702	-3.476	-2.883	-2.573
Turquia	0	-1.300	-3.476	-2.883	-2.573
Indonésia	0	-3.668	-3.476	-2.883	-2.573

Fonte: Elaboração própria

Para Brasil, Colômbia, África do Sul e Turquia, suas estatísticas de teste, $t_{BR}^{ADF} = -1.988$, $t_{COL}^{ADF} = -2.203$, $t_{AFR}^{ADF} = -1.702$ e $t_{TUR}^{ADF} = -1.300$ foram maiores que os valores críticos apresentados, de forma que o teste ADF indicou que as séries são não estacionárias, possuindo então raiz unitária. Já Chile e Indonésia tiveram um resultado diferente, uma vez que suas estatísticas de teste foram $t_{CHI}^{ADF} = -3.96$ e $t_{IND}^{ADF} = -3.663$, ambos foram menores que os valores críticos, rejeitamos a hipótese nula, então o teste ADF indicou que tanto Chile quanto Indonésia são estacionários, não possuem raiz unitária. Resumindo o resultado do teste ADF utilizando a taxa de juros de Brasil, Colômbia, África do Sul e Turquia são não estacionários, enquanto Chile e Indonésia são estacionários. O próximo teste a ser realizado é o ADF-GLS e seu resultado é exibido na tabela a seguir:

Tabela 13 – Teste ADF-GLS – Taxa Real de Juro

ADF-GLS					
	Lags	Estatística de teste	Valor crítico a 1%	Valor crítico a 5%	Valor crítico a 10%
Brasil	1	-0.638	-2.586	-2.035	-1.721
Chile	12	-1.946	-2.586	-1.971	-1.662
Colômbia	1	-2.551	-2.586	-2.035	-1.721

África do Sul	1	-1.026	-2.586	-2.035	-1.721
Turquia	1	-2.615	-2.586	-2.035	-1.721
Indonésia	1	-3.032	-2.586	-2.035	-1.721

Fonte: Elaboração Própria

O teste ADF apresentou um resultado um pouco diferente. Brasil e África do Sul apresentaram as seguintes estatísticas de teste: $t_{BR}^{ADF-GLS} = -0.638$ e $t_{AFR}^{ADF-GLS} = -1.026$. Quando comparado aos valores críticos, não se rejeita a hipótese nula para todos os níveis de significância, indicando que a série é não estacionária, possuindo então raiz unitária. Turquia teve uma estatística de teste de $t_{TUR}^{ADF-GLS} = -2.615$ e Indonésia uma estatística de teste de $t_{IND}^{ADF-GLS} = -3.032$, para ambos os países é possível rejeitar a hipótese nula para todos os valores críticos, com o teste indicando que a série é estacionária, ou seja, não possui raiz unitária. O Chile apresentou uma estatística de teste de $t_{CHI}^{ADF-GLS} = -1.946$ e apenas com o nível de significância de 10% que foi possível rejeitar a hipótese nula. Por fim, a Colômbia teve uma estatística de teste de $t_{COL}^{ADF-GLS} = -2.551$ e somente ao nível de significância de 1% rejeitou a hipótese nula, implicando que nesse nível de significância a série não possui raiz unitária. Considerando o nível de significância de 1%, o teste ADF-GLS indicou que para Brasil, Chile e África do Sul não é possível rejeitar a hipótese nula, indicando que essas séries serem não estacionária, ou seja, possuindo raiz unitária. Já para Turquia, Colômbia e Indonésia, a hipótese nula é rejeitada, indicando que essas séries são estacionárias. Agora o teste de raiz unitária realizado será o KPSS.

Tabela 14 – Teste KPSS - Taxa Real de Juro

KPSS					
	Lags	Estatística de teste	Valor crítico a 1%	Valor crítico a 5%	Valor crítico a 10%
Brasil	2	0.603	0.216	0.146	0.119
Chile	2	0.189	0.216	0.146	0.119
Colômbia	1	0.886	0.216	0.146	0.119
África do Sul	1	0.974	0.216	0.146	0.119
Turquia	1	1.1	0.216	0.146	0.119
Indonésia	1	0.338	0.216	0.146	0.119

Fonte: Elaboração Própria.

Todos os países, exceto o Chile, rejeitaram a hipótese nula. Com as seguintes estatísticas de teste, $t_{BR}^{KPSS} = 0.603$, $t_{COL}^{KPSS} = 0.886$, $t_{AFR}^{KPSS} = 0.974$, $t_{TUR}^{KPSS} = 1.1$ e $t_{IND}^{KPSS} = 0.338$ rejeitaram os valores críticos de todos os níveis de significância indicando

serem não estacionários. Já o Chile com o valor crítico de $t_{CHI}^{KPSS} = 0.189$ não rejeitou a hipótese nula ao nível de significância de 1%, sendo assim estacionário. Ou seja, pelo teste KPSS, analisando a taxa de juros de Brasil, Colômbia, África do Sul, Turquia e Indonésia são não estacionárias, enquanto o Chile seria estacionário.

4.3 - Testes de raiz unitária para inflação

Tabela 15 – Teste ADF - Inflação

ADF					
	Lags	Estatística de teste	Valor crítico a 1%	Valor crítico a 5%	Valor crítico a 10%
Brasil	1	-2.913	-3.476	-2.883	-2.573
Chile	5	-5.150	-3.476	-2.883	-2.573
Colômbia	1	-2.221	-3.476	-2.883	-2.573
África do Sul	1	-2.545	-3.476	-2.883	-2.573
Turquia	1	-7.838	-3.476	-2.883	-2.573
Indonésia	1	-3.200	-3.476	-2.883	-2.573

Fonte: Elaboração Própria.

Os países tiveram as seguintes estatísticas de teste: Brasil, $t_{BR}^{ADF} = -2.913$; Colômbia, $t_{COL}^{ADF} = -2.221$; África do Sul, $t_{AFR}^{ADF} = -2.545$; Indonésia, $t_{IND}^{ADF} = -3.200$. Quando comparado essas estatísticas de teste com o valor crítico a 1%, -3.476 , não se rejeita a hipótese nula, indicando que a inflação acumulada em 12 meses nesses países, possui raiz unitária. Chile com uma estatística de teste de $t_{CHI}^{ADF} = -5.150$ e Turquia com uma estatística de teste de $t_{TUR}^{ADF} = -7.838$ ambas rejeitam a hipótese nula para todos os níveis de significância, indicando a inflação acumulada nesses países são estacionários, ou seja, não possui raiz unitária.

Tabela 16 – Teste ADF-GLS - Inflação

ADF-GLS					
	Lags	Estatística de teste	Valor crítico a 1%	Valor crítico a 5%	Valor crítico a 10%
Brasil	1	-3.438	-2.586	-2.035	-1.721
Chile	12	-2.479	-2.586	-1.971	-1.662
Colômbia	1	-1.098	-2.586	-2.035	-1.721
África do Sul	13	-2.295	-2.586	-1.964	-1.655
Turquia	1	-0.035	-2.586	-2.035	-1.721

Indonésia	1	-1.039	-2.586	-2.035	-1.721
-----------	---	--------	--------	--------	--------

Fonte: Elaboração Própria.

A tabela acima apresenta o teste ADF-GLS. O Brasil com uma estatística de teste de $t_{BR}^{ADF-GLS} = -3.438$ foi o único país que apresentou estatística de teste menor que todos os valores críticos, rejeitando então a hipótese nula, de forma que esse teste indica que a série seja estacionária. Colômbia, $t_{COL}^{ADF-GLS} = -1.098$, Turquia, $t_{TUR}^{ADF-GLS} = -0.035$, Indonésia, $t_{IND}^{ADF-GLS} = -1.039$, com suas respectivas estatísticas de teste, não rejeitam a hipótese nula para nenhum nível de significância, indicando que essas séries são não estacionárias, possuindo então raiz unitária. Chile e África do Sul, com as seguintes estatísticas de teste, $t_{CHI}^{ADF-GLS} = -2.479$ e $t_{AFR}^{ADF-GLS} = -2.295$, ao nível de significância de 1%, -2.586 , não rejeitam a hipótese nula, ou seja, possuem raiz unitária.

Tabela 17 – Teste KPSS - Inflação

KPSS					
	Lags	Estatística de teste	Valor crítico a 1%	Valor crítico a 5%	Valor crítico a 10%
Brasil	2	0.952	0.739	0.463	0.347
Chile	6	0.0849	0.739	0.463	0.347
Colômbia	2	1.62	0.739	0.463	0.347
África do Sul	2	0.278	0.739	0.463	0.347
Turquia	2	1.63	0.739	0.463	0.347
Indonésia	2	2.48	0.739	0.463	0.347

Fonte: Elaboração Própria.

Brasil, Colômbia, Turquia e Indonésia com suas respectivas estatísticas de teste, $t_{BR}^{KPSS} = 0.952$, $t_{COL}^{KPSS} = 1.62$, $t_{TUR}^{KPSS} = 1.63$ e $t_{IND}^{KPSS} = 2.48$ rejeitam a hipótese nula para todos os níveis de significância, ou seja, o teste KPSS indica que as séries são não estacionárias, possuindo raiz unitária. Já Chile, $t_{CHI}^{KPSS} = 0.849$, e África do Sul, $t_{AFR}^{KPSS} = 0.278$, não rejeitam a hipótese nula para nenhum nível de significância, indicando que essas séries são estacionárias, não possuindo raiz unitária.

4.4 – ARFIMA: Taxa Real de Juro

Assim, como realizado com os dados brasileiros apenas, foram estimados oito modelos para cada país, desde o ARFIMA (0, d , 0) até o ARFIMA (2, d , 2) alternando a mudança entre o processo autoregressivo e de média móvel. Para a análise não ficar extensa demais apenas os modelos selecionados, com menor AIC, estão na tabela a seguir.

Tabela 18 – ARFIMA – Taxa de juro real:

País	Modelo Selecionado	Valor do "d"
Brasil	(1,0)	0.688636 [0.000]
Chile	(0,1)	0.855496 [0.000]
Colômbia	(1,0)	0.158243 [0.098]
África do Sul	(2,0)	0.448516 [0.042]
Turquia	(0,1)	0.977631 [0.000]
Indonésia	(0,1)	0.689564 [0.000]

Fonte: Elaboração própria

A tabela acima exhibe o ARFIMA selecionado para os países. Foram rodados oito modelos e o modelo selecionado foi o que apresentou menor AIC. Brasil apresentou um componente autorregressivo e seu d_{BR} foi 0.688636, indicando que a taxa de juro real brasileira é não estacionária e com reversão à média no longo prazo. Chile, Turquia e Indonésia, todos apresentaram apenas um componente de média móvel e seus d estimados foram os seguintes: $d_{CHI} = 0.855496$; $d_{TUR} = 0.977631$; $d_{IND} = 0.689564$. Assim como o Brasil, esses países também apresentam longa memória, são não estacionários, mas possuem reversão à média no longo prazo. Já Colômbia e África do Sul tiveram um resultado um pouco diferente. Colômbia com um $d_{COL} = 0.158243$ e África do Sul com $d_{AFR} = 0.448516$, ambos tiveram $d < 0.5$ e considerando o nível de significância de 10%, ambos são estatisticamente significativos, implicando que a taxa de juros real da Colômbia ($d_{COL} = 0.158243$) e África do Sul ($d_{AFR} = 0.448516$) possui longa memória, são estacionários e possuem reversão à média no curto prazo. Analisando as taxas de juros reais com a metodologia ARFIMA, temos então que Brasil, Chile,

Turquia e Indonésia possuem longa memória, são não estacionários, mas possuem reversão à média no longo prazo. Colômbia e África do Sul possuem longa memória, são estacionários e com reversão à média no curto prazo. A mesma metodologia será realizada agora para inflação acumulada nesses dois países.

4.5 – ARFIMA: Inflação³

Da mesma forma que realizado para o juro real, o mesmo procedimento foi realizado para inflação acumulada de 12 meses, estimando oito modelos e deixando em evidência os modelos selecionados pelo AIC.

Tabela 19 - ARFIMA – INFLAÇÃO ACUMULADA:

País	Modelo Selecionado	Valor do "d"
Brasil	(2,2)	0.541071 [0.001]
Chile	(2,2)	0.476541 [0.011]
Colômbia	(2,1)	0.367774 [0.006]
África do Sul	(1,1)	0.479395 [0.003]
Indonésia	(0,1)	0.429969 [0.000]

Fonte: Elaboração Própria.

A tabela mostra os resultados quando o método aplicado a inflação acumulada. Brasil teve um $d_{BR} = 0.541071$, indicando ter longa memória, ser não estacionário e com reversão à média no longo prazo. Chile, Colômbia, África do Sul e Indonésia tiveram os seguintes d estimados: $d_{CHI} = 0.476541$; $d_{COL} = 0.367774$; $d_{AFR} = 0.479395$; $d_{IND} = 0.429969$. Como o d estimado de todos esses países ficaram no intervalo $0 \leq d < 0.5$, possuem então longa memória, são não estacionários e com reversão à média no curto prazo. Dos países analisados, Brasil foi o único que aplicado esta metodologia se mostrou ser não estacionário com reversão à média no longo prazo, indicando assim que

³ Turquia foi excluída dessa análise pois o resultado foi bem inconsistente e poucos modelos convergiram.

pode existir alguma persistência na inflação brasileira. Antes de entrar na parte da quebra estrutural, será realizadas algumas comparações com os trabalhos de Silva.

Primeiro, comparando os resultados do juro real com o encontrado em Silva (2014), o modelo selecionado por Silva foi o ARFIMA (0, 0.829, 2). Ou seja, nesse caso, o d estimado foi 0.829. Quando comparado os dois resultados, o d calculado no presente trabalho teve um valor menor ($d = 0.688636$) e o modelo selecionado foi o ARFIMA (1, 0.688636, 0). Ou seja, ambos apresentaram longa memória, foram não estacionários, com reversão à média no longo prazo. A segunda comparação diz respeito a inflação. Silva, Rebelo e Lopes (2011) quando estimaram o ARFIMA para inflação acumulada, selecionaram o ARFIMA (1, 0.658, 1) enquanto o presente trabalho selecionou o ARFIMA (2, 0.541071, 2). Em ambos os casos, o IPC teve longa memória, foi não estacionário e teve reversão à média no longo prazo. Quando comparado o Chile que também foi abordado no trabalho de Silva, houve uma mudança. Quando Silva estimou o IPC acumulado pelo Chile em 12 meses, o modelo selecionado foi o ARFIMA (0, 0.961, 1) indicando longa memória, não estacionariedade mas com reversão à média no longo prazo. Já no presente trabalho, o modelo selecionado para o Chile foi o ARFIMA (2, 0.47654, 2), indicando longa memória e que a série é estacionária.

4.6 – Quebra Estrutural para o Juro Real

A tabela da quebra estrutural exibe o lag utilizado para o teste de raiz unitária com as duas quebras, o resultado do teste e também as estatísticas de teste para as quebras, que são utilizadas para montar a série dos resíduos a partir de uma regressão. Dessa forma foi primeiro realizado para o juro real de depois para a inflação.

Tabela 20 – Quebra estrutural – Juros:

País	AR (K)	1ª Quebra	2ª Quebra	Estatística de teste
Brasil	1	Setembro de 2004 [0.049]	Outubro de 2010 [0.000]	-4.033
Chile	12	Agosto de 2011 [0.000]	Mai de 2014 [0.000]	-3.556
Colômbia	12	Julho de 2006 [0.000]	Novembro de 2008 [0.000]	-3.163

África do Sul	12	Dezembro de 2004 [0.000]	Fevereiro de 2008 [0.000]	-3.091
Turquia	5	Janeiro de 2005 [0.000]	Agosto de 2009 [0.000]	-4.377
Indonésia	12	Julho de 2005 [0.000]	Julho de 2006 [0.000]	-4.812

Fonte: Elaboração Própria.

A tabela anterior contém as estatísticas das quebras estruturais e o teste de raiz unitária com duas quebras. Quando levado em consideração o nível de significância de 5% para esse teste, $t_{5\%} = -5.49$, a hipótese nula não é rejeitada para nenhum dos países analisados. Ou seja, realizando o teste de raiz unitária com duas quebras estruturais, todas as séries possuem raízes unitárias.

Já as quebras, quando analisadas, tanto a primeira quebra quanto a segunda, rejeitaram-se a hipótese nula em todos os casos levando em consideração o nível de significância de 5%. Ou seja, as duas quebras de todos os países são estatisticamente significantes.

4.7 – Quebra Estrutural para Inflação

Tabela 21 – Quebra estrutural – Inflação

País	AR(K)	1ª Quebra	2ª Quebra	Estatística de teste
Brasil	1	Setembro de 2004 [0.000]	Outubro de 2017 [0.000]	-0.004
Chile	1	Janeiro de 2008 [0.000]	Agosto de 2009 [0.000]	-3.265
Colômbia	1	Agosto de 2009 [0.000]	Mai de 2015 [0.000]	-2.461
África do Sul	1	Dezembro de 2003 [0.000]	Julho de 2006 [0.000]	-2.276
Indonésia	1	Novembro de 2005 [0.000]	Novembro de 2006 [0.000]	-2.737

Fonte: Elaboração Própria.

A tabela anterior resume as informações das quebras e as estatísticas de teste para inflação acumulada em 12 meses. Quando analisado o teste de raiz unitária com as

quebras estruturais, não é possível rejeitar a hipótese nula ao nível de significância de 5%. Assim como o juro real, quando realizado o teste de raiz unitária com duas quebras, todos os países foram não estacionários, apresentando raiz unitária.

Já em relação as quebras estruturais, a hipótese nula foi rejeitada em todas elas, indicando que todas as quebras são estatisticamente significativas. Assim, podem ser inseridas no para o próximo passo.

4.8 – Granger & Hyung Juro Real

Relembrando que para o procedimento de Granger, a série é estimada sem os componentes autorregressivos e de média móvel, de maneira a se estimar o ARFIMA $(0, d, 0)$ e verificar se a quebra estrutural modifica o patamar do d estimado.

Tabela 22 – Granger & Young para o Juro Real:

País	d série original	d resíduos
Brasil	1.33581 [0.000]	1.20353 [0.000]
Chile	1.22858 [0.000]	1.10116 [0.000]
Colômbia	1.05849 [0.000]	1.03617 [0.000]
África do Sul	1.10322 [0.000]	0.992397 [0.000]
Turquia	1.07586 [0.000]	0.912905 [0.000]
Indonésia	0.922978 [0.000]	0.794548 [0.000]

Fonte: Elaboração Própria.

A tabela mostra o d realizado quando se faz o ARFIMA $(0, d, 0)$ e quando esse mesmo procedimento é aplicado sob os resíduos inserindo as quebras estruturais. Espera-se que o d tenha uma redução de valor quando aplicado essa metodologia sob os resíduos. Assim, Brasil teve uma redução de 1.33581 para 1.20353, Chile de 1.22858 para 1.10116, Colômbia de 1.05849 para 1.03617 e Indonésia de 0.922978 para 0.794548. Já África do Sul teve uma mudança de 1.10322 para 0.992397 e Turquia de 1.07586 para 0.912905. Analisando essa mudança, fica evidente que as taxas de juro real tanto da

África do Sul quanto da Turquia são afetadas pelas quebras estruturais. Os outros países parecem não sofrer dessas quebras.

É possível comparar o resultado com o de Silva (2014). Silva ao estimar o ARFIMA $(0, d, 0)$ sob a série original (apenas para o Brasil), encontrou um $d = 1.149$, um valor menor que estimado neste trabalho, contudo acima de 1. Já quando estimou o d nos resíduos inserindo as quebras, o d estimado foi 1.073 e mais uma vez foi menor que o registrado no presente trabalho, que foi $d = 1.20353$. Ainda assim, continuou no intervalo em que é maior que uma unidade, se mudar a série de patamar, sendo não estacionária e sem reversão à média.

4.9 – Granger & Hyung para Inflação

Novamente, a série é estimada sem os componentes autorregressivos e de média móvel, agora para o IPC calculado de 12 meses, de maneira a se estimar o ARFIMA $(0, d, 0)$ e verificar se a quebra estrutural modifica o patamar do d estimado.

Tabela 23 – Granger & Young – Inflação:

País	d série original	d resíduos
Brasil	1.63366 [0.000]	1.31866 [0.000]
Chile	1.36450 [0.000]	0.989270 [0.000]
Colômbia	1.38192 [0.000]	1.10312 [0.000]
África do Sul	1.43752 [0.000]	1.22461 [0.000]
Indonésia	0.794548 [0.000]	0.781863 [0.000]

Fonte: Elaboração Própria.

A tabela acima explicita quando aplicado para a inflação. Novamente todos os países tiveram uma redução em seus d estimados. Brasil teve uma mudança de 1.63366 para 1.31866, Colômbia de 1.38192 para 1.10312, África do Sul de 1.43752 para 1.22461 e Indonésia de 0.794548 para 0.781863. Já o Chile reduziu de 1.36450 para 0.989270. Pelos resultados anteriores, quando analisado os resíduos da inflação, apenas o Chile mostrou evidências de ser afetado pela quebra estrutural.

5 CONCLUSÃO

O primeiro ponto levantado foi expor os argumentos e opiniões do porquê a taxa de juro ser tão elevada no Brasil. Mas parece que nenhum argumento sozinho consegue explicar, mas sim um conjunto de fatores que explicam o motivo (como as múltiplas funções atribuídas a taxa Selic) do Brasil ainda ter uma das maiores taxa de juro, tanto real quanto nominal, mesmo atingido seus menores valores históricos. Não é à toa que mesmo quando feita uma comparação rasa e simples, o Brasil foi o único dos países citados ao longo desse trabalho que não apresentou taxa de juros real negativa, mesmo tendo uma inflação estável. E mesmo esse recente valor reduzido tanto da taxa de juro nominal quanto do juro real, não foi capaz de estimular o investimento e gerar crescimento econômico dado que o de crescimento do PIB em 2016 foi de -3.59%, em 2017 de 0,98% e 2018 de 1,1%.

Quando feito uma análise descritiva simples dos países, o Brasil teve disparado a maior média da taxa de juro real observada durante o período (6,37% aa) e foi o único país que em nenhum momento apresentou o juro real negativo. Observando o juro nominal ficou atrás apenas da Turquia, que teve uma instabilidade muito maior ao longo do período, tanto é que teve um desvio padrão de dois dígitos. Brasil teve média de 13,04% contra 14,21% da Turquia, contudo o Brasil apresentou um desvio padrão de 4,54 contra 12,23 da Turquia.

Utilizando dados do BACEN e IBGE para análise somente da economia brasileira ao fazer os testes de raiz unitária, a taxa real de juro mostrou ser não estacionária para todos os testes. Já o IPCA teve um resultado contraditório nesses testes. O ADF e KPSS indicaram que a série é não estacionária, enquanto o ADF-GLS indicou que a inflação serie estacionária. Quando realizado o teste de raiz unitária inserindo duas quebras estruturais, tanto inflação quanto juro real foram não estacionários e todas as quebras foram estatisticamente significativas. Aplicando o ARFIMA para o juro real, o modelo selecionado foi o $(0, 1.05646, 1)$, indicando que a série tem longa memória, é não estacionária e sem reversão à média, nem mesmo no longo prazo. Já com respeito ao IPCA, o modelo selecionado foi o $(2, 0.509225, 2)$, indicando que o IPCA tem longa memória, é não estacionário mas tem reversão à média no longo prazo.

Já utilizando os dados do FMI foi possível alguma comparação com outros países. Quando realizado os testes de raiz unitária para o juro real, Brasil se mostrou ser não estacionário. Indonésia por sua vez, em todos os teste mostrou-se ser estacionária. África do Sul quando analisado os testes de raiz unitária em relação ao juro real, os testes indicaram não estacionariedade como no caso brasileiro. Os demais países tiveram resultado ambíguo, não sendo possível indicar se os demais países são estacionários ou não. Quando feito o teste de raiz unitária inserindo duas quebras estruturais, todas as séries indicaram não estacionariedade. Além disso, todas as quebras foram estatisticamente significativas. O ARFIMA indicou que Brasil ($d_{BR} = 0.688636$), Chile ($d_{CHI} = 0.855496$), Turquia ($d_{TUR} = 0.977631$) e Indonésia ($d_{IND} = 0.689564$) apresentaram longa memória, não estacionariedade, mas com reversão à média no longo prazo. Colômbia ($d_{COL} = 0.158243$) e África do Sul ($d_{AFR} = 0.448516$) possuem longa memória, são estacionários e com reversão à média no curto prazo.

Em relação à inflação acumulada de 12 meses, Brasil apresentou um resultado ambíguo em relação aos testes de raiz unitária. Chile, Colômbia, Turquia e Indonésia também tiveram também um resultado ambíguo, onde um teste indica estacionariedade e outro não. Em relação à África do Sul os testes indicaram que a série é não estacionária. Já o teste de raiz unitária com quebra estrutural indicou não estacionariedade para todos os países e mais uma vez, todas as quebras estruturais foram estatisticamente significativas. O ARFIMA aplicado sobre a inflação apontou um resultado muito interessante: apenas Brasil ($d_{BR} = 0.541071$) apresentou longa memória, ser não estacionário e ter reversão à média no longo prazo. Todos os demais países tiveram longa memória, foram estacionários e com reversão à média no curto prazo ($d_{CHI} = 0.476541$; $d_{COL} = 0.367774$; $d_{AFR} = 0.479395$; $d_{IND} = 0.429969$). Ou seja, por essa metodologia parece existir alguma persistência na inflação brasileira na qual os demais países analisados ao longo desse trabalho não possuem. Resultado resumido na tabela a seguir:

Tabela 24 – Resultados Resumidos

Brasil		
Fonte	Modelo Selecionado	Análise do d
Tx Real - BACEN	(0, 1.05646,1)	Não estacionário sem reversão à média, mesmo no longo prazo
TX Real - FMI	(1, 0.6886360,0)	Não estacionário, com reversão à média no longo prazo
IPCA - IBGE	(2, 0.50225,2)	Não estacionário, com reversão à média no longo prazo
IPC - FMI	(2, 0.541071,2)	Não estacionário, com reversão à média no longo prazo

Fonte: Elaboração Própria.

Assim, como mostra os resultados e a tabela acima, a inflação brasileira, independente de ser o IPCA ou IPC, mostra certa resistência. Não apenas isso, comparando com outros países foi o único que apresentou tal persistência, o que pode ser indício de certa memória inflacionária, que conseqüentemente reduz a potência da política monetária. Ou seja, quando ocorre um choque, a inflação leva certo tempo para retornar a média, indicando alguma persistência nesse choque. E o que poderia ser a causa disso? Uma série de motivos: preços administrados, indexação ainda presente na economia brasileira, difícil mensuração do crédito direcionado etc. Já quando o juro real analisado, não mostrou discrepância em relação aos demais países, muito pelo contrário. Ou seja, o juro real tem um comportamento de mudança bem suave ao longo do tempo que leva certo tempo para retornar à média. Isso pode indicar certo conservadorismo do Banco Central em relação ao juro nominal, que só o reduz quando a inflação mostra alguma brecha. Caso contrário, o BACEN mantém a taxa de juro elevada com o claro objetivo de conter a inflação.

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA:

ARIDA, P. Por uma moeda plenamente conversível. *Revista de Economia Política*, vol. 23, nº 3 (91), julho-setembro/2003.

AMARAL, R. Q. do (2006). A dinâmica da função de reação do Banco Central do Brasil: uma possível fonte de perda de eficácia da política monetária. *Economia & Tecnologia – Ano 02, Vol. 06 – Jul. / Set. 2006*.

BARBOZA, R. de M.; Taxa de juros e mecanismos de transmissão da política monetária no Brasil. *Revista de Economia Política*, v. 35 (1), pp. 135-155, janeiro-março / 2015.

BOS, C. S., FRANSES, P. H., & OOMS, M. (2002). Inflation, forecast intervals and long memory regression models. *International Journal of Forecasting*, 18(2), 243–264

BRAGA, B. P. M.; PEREIRA J. I. R. Sistema de Metas de Inflação no Brasil: uma análise de Estrutura. *Revista de Economia & Tecnologia (RET)*, volume 10, Número 1, p. 09-30, Jan/Mar 2014.

BRESSER-PEREIRA, L. C.; NAKANO, Y. Uma estratégia de desenvolvimento com estabilidade. *Revista de Economia Política*, v. 22 (3), pp. 146-180. 2002.

BUENO, R. L. S. *Econometria das Séries Temporais*. São Paulo: Editora Cengage Learning, pp. 41-104. 2012.

CARNEIRO, D. D.; WU, T. Y. Dominância Fiscal e Desgaste do Instrumento Único de Política Monetária no Brasil. Instituto de Estudos de Política Econômica, Casa das Graças, Texto para discussão, nº 17.

CARVALHO, A. R. A persistência da indexação no Brasil pós-Real. *Revista de Economia Política*, 34 (2), pp. 266-283. 2014.

CARDIM DE CARVALHO, F. J.; PIRES de SOUZA, F.E.; SICSU, J. STUART; PAULA, L.F.; *Economia Monetária e Financeira*. Editora Campus, 2ª Edição, 2007.

CARVALHO, F. J. C. Alta inflação e hiperinflação: uma visão pós-Keynesiana. *Revista de Economia Política*, v. 10, n. 4 (40), pp. 62-82. 1990.

- CARVALHO, F. J. C. Uma contribuição ao debate em torno da eficácia da política monetária e algumas implicações para o caso do Brasil. *Revista de Economia Política*, v. 25 (4), pp. 323-336. 2005.
- CATI, R.; GARCIA, M. G. P.; PERRON, P. Unit roots in the presence of abrupt governmental interventions with an application to Brazilian data. *Journal of Applied Econometrics*, 14, pp. 27-56.
- CHERNAVSKY, E. *Sobre a construção da política econômica: uma discussão dos determinantes da taxa real de juros no Brasil*. Dissertação (Mestrado), São Paulo, Brasil: Universidade de São Paulo, 2007.
- CLARIDA, R.; GALÍ, J.; GERTLER, M. Monetary policy rules and macroeconomic stability: evidence and some theory. *Quarterly Journal of Economics*, v. 115, n. 1, pp. 147-180. 2000.
- CLEMENTE, J.; MONTAÑÉS, A.; and REYES, M. (1998) "Testing for a Unit Root in Variables with a Double Change in the Mean" *Economics Letters* **59**, 175–182.
- CRIBARI-NETO, F.; CASSIANO, K. M. Uma análise da dinâmica inflacionária brasileira. *Revista Brasileira de Economia*, 59 (4), pp. 535-566. 2005
- CUNHA, F. V. A persistência inflacionária no setor de serviços brasileiro: medidas para o período de 1999 a 2014. Dissertação apresentada à Universidade Federal do Rio de Janeiro. 2014.
- DAVIDSON, P. *Post-Keynesian macroeconomic theory*. Editora Edward Elgar. 1994.
- DOORNICK, J. A. & OOMS, M. (2004), 'Inference and forecasting for ARFIMA models, with an application to US and UK inflation', *Studies in Nonlinear Dynamics and Econometrics* 8(2).
- DOORNIK, J. A.; OOMS, M. Computational aspects of maximum likelihood estimation of autoregressive fractionally integrated moving average models. *Computational Statistics and Data Analysis*, v. 42, pp. 333-348. 2003.
- FIGUEIREDO, E. A.; MARQUES, A. M. Inflação inercial como um processo de longa memória: análise a partir de um modelo ARFIMA-FIGARCH. *Revista Estudos Econômicos*, v. 39, n. 2, pp. 437-458. 2009.

- FIGUEIREDO, E. A.; MARQUES, A. M. Inflação inercial sob mudanças de regime: análise a partir de um modelo MS-ARFIMA 1944-2009. *Revista Economia Aplicada*, v. 15, n. 3, pp. 443-457. 2011.
- FRANCO, G. H. B. Por que juros tão altos, e o caminho para a normalidade. *CLP Papers*, n. 6, pp. 21-57. 2011.
- FRIEDMAN, M. The role of monetary policy. *The American Economic Review*, v. 58, n. 1. 1968.
- GIAMBIAGI, F.; CARVALHO, J. C. As metas de inflação: sugestões para um regime permanente. *Banco Nacional de Desenvolvimento Econômico e Social: Textos para Discussão*, n. 86. Rio de Janeiro, 2001.
- GIL-ALANA, L.A. (2001) "The Persistence of Unemployment in the USA and Europe in Terms of Fractionally ARIMA Models" *Applied Economics* **33**, 1263–9.
- GIL-ALANA, L.A. (2002) "A Mean Shift Break in the U.S. Interest Rate" *Economics Letters* **77**, 357-363.
- GIL-ALANA, L.A. (2003) "Long Memory in the Interest Rates in Some Asian Countries" *Journal International Advances in Economic Research* **9**, 257-267.
- GIL-ALANA, L.A. (2004) "Long Memory in the U.S. Interest Rate" *International Review of Financial Analysis* **13**, 265-276.
- GIL-ALANA, L.A. (2008) "Fractional Integration and Structural Breaks at Unknown Periods of Time" *Journal of Time Series Analysis* **29**, 163-85.
- GOLDFAJN, I.; BICALHO, A. A Longa travessia para a normalidade: os juros reais no Brasil. Textos para discussão Itaí Unibanco, n. 02, 2011.
- GONÇALVES, F.; HOLLAND, M.; SPACOV, A. (2005). Can jurisdictional uncertainty and capital controls explain the high level of real interest rate in Brasil? A panel analysis. Latin American and Caribbean Meeting of Econometric Society, LACEA, Paris, 2005.
- GRANGER, C. & HYUNG, N. (2004), 'Occasional structural breaks and long memory with an application to the S&P 500 absolute stock returns', *Journal of Empirical Finance* **11**, 399–421.

GRANGER, C. & JOYEUX, R. (1980), 'An introduction to long memory times series and fractional differencing', *Journal of Time Series Analysis* 1, 15–29.

HAMILTON, J. D. *Time Series Analysis*. Princeton University Press, New Jersey, 1994.

HOLLAND, M. (2006). Por quê as taxas de juros reais de curto prazo são tão elevadas no Brasil? *Economia & Tecnologia*. Ano 2, vol. 04 – Jan/Mar. 2006.

KEYNES, J. M. *A Teoria Geral do emprego, do juro e da moeda*. Editora Nova Cultural, 1996.

KWIATKOWSKI, D., Phillips, P. C. B., Schmidt, P. & Shin, Y. (1992), 'Testing the null hypothesis of stationarity against the alternative of a unit root: how sure are we that economic time series are non stationary?', *Journal of Econometrics* 54, 159–178.

LAVOIE, M. *Foundations of Post-Keynesian Economic Analysis*. Editora Edward Elgar. Cheltenham. 1992.

LEME, M. C. da S.; SILVA, C. G. An Analysis of the Degrees of Persistence of Inflation, Inflation Expectations and Real Interest Rate in Brazil. *Revista Brasileira de Economia*, v. 65 n. 3 / p. 289-302, Jul-Set 2011.

LOPES, D. T.; REBELO, A. M.; SILVA, C. G. da. Persistência inflacionária: comparações entre três economias emergentes. *Revista de Economia e Administração*, v.10, n.1, 152-167p, jan/mar. 2011.

LOPES, S. R. C.; OLBERMANN, B. P.; REISEN, V. A. A Comparison of Estimation Methods in Non-Stationary ARFIMA Processes. *Journal of Statistical Computational and Simulation*, Volume 74, 2004 – Issue 5.

MENDONÇA, E. F. L. de; *Análise da Persistência Inflacionária no Brasil*. Dissertação de Mestrado, UFRGS – Rio Grande do Sul (2018)

MENDONÇA, H.F. "Metas de inflação e taxa de juros no Brasil: uma análise do efeito dos preços livres e administrados." *Revista de Economia Política* 27, no. 3 (2007): 431-451

MODENESI, A. M. Convenção e rigidez na política monetária: uma estimativa da função de reação do BCB – 2000-2007. *Texto para Discussão do IPEA*, n. 1351. 2008.

MODENESI, A. M. Política monetária no Brasil pós-Plano Real (1995-2008): um breve retrospecto. *Revista Economia & Tecnologia*, ano 06 / v. 21, pp. 21-31. 2010.

MODENESI, A. M.; MODENESI, R. L. Quinze anos de rigidez monetária no Brasil pós-Plano Real: uma agenda de pesquisa. *Revista de Economia Política*, v. 32, n. 3 (128), pp. 389-411. 2012.

OLIMPIO, E. P. Política Fiscal, crédito subsidiado e seus efeitos sobre a política monetária. Dissertação apresentada à EESP, São Paulo, 2014.

OREIRO, J. L.; PAULA, L. F. de; SILVA, G. J. C. da; AMARAL, R. Q. do. Por que as taxa de juros são tão elevadas no Brasil? Uma avaliação empírica. *Revista de Economia Política* 32 (4), 2012.

OREIRO, J. L.; PAULA, L. D. de; JONAS, G. Por uma moeda parcialmente conversível: uma crítica a Arida e Bacha, *Revista de Economia Política*, v.24, n. 2 (94), abr-jun/2004.

PAULA, L. F.; FILHO, F. F. A Nova Política Monetária: Uma análise do regime de metas de inflação no Brasil. *Economia e Sociedade*, Campinas, v. 18, nº 1 (35), p. 1-30, abril 2009.

PESSOA, S. NAKANE, M. O processo de formação da taxa de juros no Brasil. *CLP Papers*, n. 6, pp. 59-93. São Paulo. 2011.

PIMENTEL, D. M.; LUPORINI, V.; MODENESI, A. Assimetrias no repasse cambial para a inflação: uma análise empírica para o Brasil (1999-2013). *Estudos Econômicos*, v. 46, n. 2, pp. 343-372. 2016.

PIMENTEL, D. M.; MODENESI, A. M.; PIRES-ALVES, C.; RIBEIRO, E. P.. Assimetria no repasse de custos a preços: Uma análise para 21 atividades industriais no Brasil de 1996 a 2014. In: 44° ENCONTRO NACIONAL DE ECONOMIA, 2016, Foz do Iguaçu. 44° ENCONTRO NACIONAL DE ECONOMIA, 2016.

- REISEN, V. A. Minicurso: Modelo ARFIMA. *Notas de aula do Minicurso "Modelo ARFIMA"*, ministrado na Universidade Federal de Tocantins. 2007.
- RESENDE, A. L. A taxa de juros no Brasil: equívoco ou jabuticaba? *CLP Papers*, n. 6, pp. 11-20. São Paulo. 2011.
- RESENDE, A. L. *Juros, moeda e ortodoxia: teorias monetárias e controvérsias políticas*. Editora Portfolio-Penguin, 1ª ed., pp. 49-85. 2017.
- SANTOS, C. H. M.; AMITRANO, C. R.; PIRES, M. C. C.; CARVALHO, S. S.; FERREIRA, E.; ESTEVES, F. H. A.; YANNICK, K. Z. J.; LIMA, L. S. A natureza da inflação de serviços no Brasil: 1999-2014. *Texto para Discussão do IPEA*, n. 2169. 2016.
- SICSÚ, J. Políticas não-monetárias de controle da inflação: uma proposta pós-Keynesiana. *Anais do VII Encontro da Sociedade de Economia Política*. 2002.
- SICSÚ, J. Teoria e Evidências do Regime de Metas Inflacionárias. *Revista de Economia Política*, vol. 22, nº 1 (85), janeiro - março / 2002.
- SILVA, G. C.; LEME, M. C. S. Inflation and interest rate: which one is more persistent in Brazil? *Anais do XXXVI Encontro Brasileiro de Economia*. 2008.
- SILVA, G. C.; VIEIRA, F. V. Persistência inflacionária regional brasileira: uma aplicação dos modelos ARFIMA. *Revista de Economia Aplicada*, v. 17, n. 1, pp. 115-134. 2013.
- SILVA, C. G. da; Vieira, F. V. BRICS countries: real interest rates and long memory. *Economics Bulletin*, 2014, Volume 34, Issue 1, pp. 409-414.
- SILVA, C. G. da; BRESSER, L. C. Inflation Targeting in Brazil: A Keynesian Approach. *Texto para discussão*, FGV/EESP, 158, Abril de 2008.
- TAYLOR, J. B. Discretion versus Policy Rules in practice. *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy*, v. 39, pp. 195-214. Nova Iorque, 1993.
- TSUJI, C. (2002) *Asia-Pacific Financial Markets* 9 283–304
- ZAMPROGNO, B. *Estimação e testes de processos estacionários e não-estacionários sazonais com longa dependência*. Dissertação apresentada à Universidade Federal de Pernambuco. 2004

6 ANEXO:

6.1 - ARFIMA:

Para um z escalar, seja a seguinte função: $f(z) \equiv (1 - z)^{-d}$. Tal função pode ser derivada da seguinte forma:

$$\frac{\partial f}{\partial z} = d(1 - z)^{-d-1}$$

$$\partial^2 f / \partial z^2 = (d + 1)d(1 - z)^{-d-2}$$

$$\partial^3 f / \partial z^3 = (d + 2)(d + 1)d(1 - z)^{-d-3}$$

$$\frac{\partial^i f}{\partial z^i} = (d + j - 1)(d + j - 2) \dots (d + 1)d(1 - z)^{-d-j}$$

A expansão de Taylor para $f(z)$ para $z = 0$ é dado da seguinte forma:

$$(1 - z)^{-d} = f(0) + \left. \frac{\partial f}{\partial z} \right|_{z=0} z + \frac{1}{2!} \left. \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} \right|_{z=0} z^2 + \frac{1}{3!} \left. \frac{\partial^3 f}{\partial z^3} \right|_{z=0} z^3 + \dots$$

$$(1 - z)^{-d} = 1 + dz + \left(\frac{1}{2!} \right) (d + 1)dz^2 + \left(\frac{1}{3!} \right) (d + 2)(d + 1)dz^3 + \dots$$

Assim, o operador $(1 - B)^{-d}$ pode ser representado pelo seguinte filtro:

$$(1 - B)^{-d} = 1 + dL + \left(\frac{1}{2!} \right) (d + 1)dL^2 + \left(\frac{1}{3!} \right) (d + 2)(d + 1)dL^3 + \dots$$

$$(1 - B)^{-d} = \sum_{j=0}^{\infty} h_j L^j$$

Onde $h_0 \equiv 1$ e $h_j \equiv \left(\frac{1}{j!} \right) (d + j - 1)(d + j - 2)(d + j - 3) \dots (d + 1)(d)$

$$= \left[\frac{d + j - 1}{j} \right] + \left[\frac{d + j - 2}{j - 1} \right] + \left[\frac{d + j - 3}{j - 2} \right] + \dots \left[\frac{d + 1}{2} \right] \left[\frac{d}{1} \right]$$

$$= \left[\frac{d + j - 1}{j} \right] \left[\frac{d + 1 + j - 1}{j - 1} \right] \left[\frac{d - 1 + j - 2}{j - 2} \right] \dots \left[\frac{j - (j - 2) + d - 1}{j - (j - 2)} \right] \left[\frac{j - (j - 1) + d - 1}{j - (j - 1)} \right]$$

$$= \left[1 + \frac{d - 1}{j} \right] \left[1 + \frac{d - 1}{j - 1} \right] \left[1 + \frac{d - 1}{j - 2} \right] \dots \left[1 + \frac{d - 1}{j - (j - 2)} \right] \left[1 + \frac{d - 1}{j - (j - 1)} \right]$$

Para j grande, é possível ter a seguinte aproximação:

$\left[1 + \frac{d-1}{j}\right] \cong \left[1 + \frac{1}{j}\right]^{d-1}$ para todo $j > 0$ e $d < 1$. Fazendo $j \rightarrow \infty$ e substituindo:

$$h_j \cong \left[\frac{j+1}{j}\right]^{d-1} \left[\frac{j}{j-1}\right]^{d-1} \left[\frac{j-1}{j-2}\right]^{d-1} \dots \left[\frac{3}{2}\right]^{d-1} \left[\frac{2}{1}\right]^{d-1} = (j+1)^{d-1}$$

A sequência que limita o coeficiente de média móvel $\{h_j\}_{j=0}^{\infty}$, onde: $h_0 = 1$ e $h_j \equiv \left(\frac{1}{j!}\right) (d+j-1)(d+j-2)(d+j-3) \dots (d+1)(d)$, pode ser mostrada que o somatório ao quadrado fornece que $d < 1/2$.

$$\begin{aligned} \sum_{j=0}^{N-1} (j+1)^{2(d-1)} &= \sum_{j=1}^N j^{2(d-1)} \\ &< 1 + \int_1^N x^{2(d-1)} dx \\ &= 1 + \left[\frac{1}{2d-1}\right] x^{2d-1} \Big|_{x=1}^N \\ &= 1 + \left[\frac{1}{2d-1}\right] \cdot [N^{2d-1} - 1] \end{aligned}$$

Cujo converge para $1 - \left[\frac{1}{2d-1}\right]$ como $N \rightarrow \infty$, de forma que $d < 1/2$.

6.2- QUEBRA ESTRUTURAL:

$$\begin{aligned} \min t_{\hat{\rho}}^{IO}(\lambda_1, \lambda_2) &\Rightarrow \inf_{\lambda \in A} \frac{H}{[\lambda_1(\lambda_2 - \lambda_1)(1 - \lambda_2)]^{1/2} K^{1/2}} \\ H &= \frac{\lambda_1(\lambda_2 - \lambda_1)(1 - \lambda_2)}{2} [W(1)^2 - 1] - (1 - \lambda_2)(\lambda_2 - \lambda_1)W(\lambda_1) \int_0^1 W(r) dr \\ &\quad + (1 - \lambda_2)[\lambda_2 W(\lambda_1) - \lambda_1 W(\lambda_2)] \int_{\lambda_1}^1 W(r) dr + \lambda_1[(1 - \lambda_1)W(\lambda_2) \\ &\quad - (1 - \lambda_2)W(\lambda_1) - (\lambda_2 - \lambda_1)W(1)] \int_{\lambda_2}^1 W(r) dr \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
K = & \lambda_1(\lambda_2 - \lambda_1)(1 - \lambda_2) \int_0^1 W(r)^2 dr - (1 - \lambda_2)\lambda_2 \left[\int_{\lambda_1}^1 W(r) dr \right]^2 \\
& - (1 - \lambda_1)\lambda_1 \left[\int_{\lambda_2}^1 W(r) dr \right]^2 - (1 - \lambda_2)(\lambda_2 - \lambda_1) \left[\int_0^1 W(r) dr \right]^2 + 2(1 \\
& - \lambda_2) \left[\lambda_1 \int_{\lambda_2}^1 W(r) dr + (\lambda_2 - \lambda_1) \int_0^1 W(r) dr \right] \int_{\lambda_1}^1 W(r) dr
\end{aligned}$$

E com \Rightarrow denotando fraca convergência. $W(r)$ significa um processo de Wiener definido em $C[0,1]$, o espaço de todas as funções reais definidas no intervalo $[0,1]$. Similarmente, $\lambda \in A$ denota que os valores dos parâmetros de λ_1 e λ_2 pertencem a um subconjunto fechado no intervalo $(0,1)$.