

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO  
INSTITUTO DE ECONOMIA**

**Alexandre Capelasso Benachio**

**POLÍTICAS DE INOVAÇÃO E CRESCIMENTO  
EM MODELOS SCHUMPETERIANOS**

**Rio de Janeiro  
Novembro / 2011**

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO  
INSTITUTO DE ECONOMIA**

**Alexandre Capelasso Benachio**

**POLÍTICAS DE INOVAÇÃO E CRESCIMENTO  
EM MODELOS SCHUMPETERIANOS**

**Dissertação apresentada ao Instituto  
de Economia da Universidade  
Federal do Rio de Janeiro como  
parte dos requisitos para a obtenção  
do Título de Mestre em Economia**

**Orientador:**

**Prof. Dr. Jorge Chami Batista**

**Rio de Janeiro  
Novembro / 2011**

**ALEXANDRE CAPELASSO BENACHIO**

**POLÍTICAS DE INOVAÇÃO E CRESCIMENTO  
EM MODELOS SCHUMPETERIANOS**

Rio de Janeiro, Novembro de 2011

BANCA EXAMINADORA

---

Orientador: Prof. Dr. Jorge Chami Batista – IE/UFRJ

---

Prof. Dr. Antonio Luis Licha – IE/UFRJ

---

Prof. Dr. Pedro Cavalcanti Ferreira – EPGE/FGV

## **AGRADECIMENTOS**

Aos colegas do IE, pelo convívio agradável ao longo do mestrado.

Aos professores, pela disposição permanente de ensinar, dentro e fora da sala de aula.

Aos professores Hugo Boff e Antonio Licha, pelas importantes contribuições que deram quando da defesa do projeto desta dissertação.

Ao CAPES, pelo auxílio financeiro.

Ao professor Jorge Chami Batista, pela dedicação, paciência e contribuições que me ofereceu ao longo de todo o desenvolvimento deste trabalho.

## RESUMO

A dissertação objetiva estudar em que medida os modelos de crescimento schumpeterianos, devidos a Grossman e Helpman (1991) e Aghion e Howitt (1992), podem servir como guias para a recomendação de políticas inovação e crescimento. Apresenta-se inicialmente um modelo base que sintetiza alguns resultados típicos da literatura de crescimento schumpeteriano acerca dos efeitos de políticas econômicas sobre a dinâmica de longo prazo da economia. O efeito Arrow é então analisado e apontado como importante deficiência desta classe de modelos. Na sequência, são analisados alguns modelos que tentam superar essa deficiência, como os de Barro e Sala-i-Martin (2004), Etro (2004 e 2008) e Acemoglu e Cao (2010). Ao incorporar alguns aspectos bastante importantes do contexto sob o qual ocorre o processo de inovação, tais como competição de Stackelberg, custos diferenciados, retornos decrescentes e distinção entre inovação radical e incremental, estes modelos apresentam resultados significativamente diferentes daqueles presentes na literatura tradicional. Desta forma, argumenta-se que a literatura de crescimento schumpeteriano ainda não possui maturidade suficiente para que dela se possam extrair recomendações consistentes de políticas de inovação e crescimento.

**Palavras-Chave:** Inovação vertical, *quality ladder*; *patent races*; crescimento schumpeteriano; efeito Arrow; políticas de inovação e crescimento.

## ABSTRACT

This dissertation aims to study to what extent Schumpeterian growth models, such as those developed by Grossman and Helpman (1991) and Aghion and Howitt (1992), may serve as a guide for recommendations of innovation and growth policies. Firstly, a base model is presented in order to highlight some typical results of the Schumpeterian growth literature, concerning the effects of economic policies on the steady state growth. It is shown that the Arrow effect is a major deficiency of this class of models. The attempts to overcome this problem made by Barro and Sala-i-Martin (2004), Etro (2004 and 2008) and Acemoglu and Cao (2010) are reviewed. Once some important aspects of the patent races – such as Stackelberg competition, differentiated costs, decreasing productivity and the distinction between radical and incremental innovation are incorporated, these models present results that are significantly different from those of the traditional literature. As a result, it is argued that Schumpeterian growth literature is not mature enough to provide consistent recommendations for innovation and growth policies.

**Key-words:** Vertical innovation; quality ladder; patent races; Schumpeterian growth; Arrow effect; innovation and growth policies.

## SUMÁRIO

<b>INTRODUÇÃO.....</b>	<b>08</b>
<b>I. INOVAÇÃO VERTICAL E CRESCIMENTO ECONÔMICO.....</b>	<b>18</b>
<b>I.1. Um modelo base de inovação vertical.....</b>	<b>18</b>
<b>I.2. Efeitos de políticas econômicas.....</b>	<b>30</b>
<b>I.3. Um problema do modelo base.....</b>	<b>38</b>
<b>II. COMPETIÇÃO DE STACKELBERG E VANTAGEM DE CUSTO.....</b>	<b>39</b>
<b>II.1. Competição de Stackelberg.....</b>	<b>39</b>
<b>II.2. Vantagem de custo.....</b>	<b>43</b>
<b>II.3. O modelo de Etro (2004 e 2008).....</b>	<b>45</b>
<b>III. INOVAÇÃO INCREMENTAL E INOVAÇÃO RADICAL.....</b>	<b>57</b>
<b>III.1. Idéia central.....</b>	<b>57</b>
<b>III.2. O modelo de Acemoglu e Cao (2010).....</b>	<b>58</b>
<b>III.3 Efeitos de políticas econômicas.....</b>	<b>68</b>
<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>73</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>	<b>76</b>
<b>APÊNDICES.....</b>	<b>79</b>

## INTRODUÇÃO

Um dos principais resultados das teorias modernas de crescimento econômico é que o progresso tecnológico, no seu sentido mais amplo de aumento de produtividade, é o mecanismo fundamental para sustentar o crescimento de longo prazo do produto *per capita*. O fato de a tecnologia ser um bem apenas parcialmente excludente é uma falha de mercado que conduz a um sub-investimento privado em inovação, o que acaba por tentar governos e formuladores de política econômica a desenhar instrumentos capazes de incentivar a inovação e o crescimento de longo prazo. Parece intuitivo, por exemplo, que subsídios à inovação e direitos de propriedade intelectual rigorosos contribuam para acelerar o processo de inovação e crescimento de uma economia. No entanto, embora muitos modelos teóricos ofereçam uma base para esta intuição, a existência de falhas de mercado torna bastante complexa a interação entre os diferentes agentes inovadores, de modo que, conforme será visto nesta dissertação, uma mesma política pode ter efeitos opostos, dependendo dos elementos que são considerados na modelagem. Este tipo de complicação, que naturalmente surge quando transitamos entre modelos com diferentes graus de simplificação, será o pano de fundo deste trabalho.

A teoria moderna do crescimento econômico começa com Solow (1956). Neste modelo, não existe crescimento econômico no longo prazo, a menos que se suponha que a produtividade cresce espontaneamente ao longo do tempo. Isso implica que a trajetória de longo prazo da economia não pode ser influenciada pela política econômica. Para que o estudo dos efeitos da política econômica sobre o crescimento seja viável, é necessário um modelo em que a dinâmica da produtividade seja

determinada endogenamente, a partir das condições econômicas e da interação entre os diversos agentes no mercado.

A partir do trabalho de Dixit e Stiglitz (1977), Romer (1990) apresenta um modelo de crescimento no qual a produtividade aumenta a partir de inovações horizontais endógenas. O crescimento econômico de longo prazo deriva, portanto, da interação entre agentes maximizadores em um contexto econômico determinado, entre outras coisas, pela política econômica.

Grossman e Helpman (1991) e Aghion e Howitt (1992) inauguram uma nova vertente de modelos de crescimento endógeno. Da mesma maneira que nos modelos de inovação horizontal à la Romer, nesta classe de modelos a produtividade é aprimorada a partir de inovações que são endógenas à economia. A diferença principal é que aqui a inovação é vertical, isto é, consiste exclusivamente no desenvolvimento de produtos de qualidade superior aos seus antecessores. Alternativamente, modelos de inovação vertical também podem representar inovações de processo redutoras do custo de produtos com qualidade constante. Se a função custo for independente da qualidade do produto, as duas versões (melhoria de qualidade e redução de custo) serão equivalentes, com a inovação reduzindo o custo ajustado à qualidade.

A distinção entre inovação horizontal e vertical pode parecer ingênua, à primeira vista. De fato, a verdade é que boa parte dos produtos novos que são diariamente lançados no mercado se diferencia dos já existentes tanto vertical como horizontalmente, o que pode nos levar a pensar que um bom modelo de inovação deveria tratar estas duas dimensões de maneira integrada. Todavia, ainda que a diferenciação vertical e a horizontal estejam normalmente presentes em boa parte dos pares de produtos que alguém possa imaginar, são coisas suficientemente diferentes

para que se possa, na teoria, tratá-las isoladamente. Portanto, além de legítima, parece bastante conveniente a distinção teórica entre modelos de inovação vertical e modelos de inovação horizontal, o que nos leva a analisar separadamente as duas principais fontes do crescimento econômico de longo prazo. Estas duas vertentes da teoria do crescimento endógeno devem, portanto, ser vistas como complementares e não se pode perder de vista que cada uma delas conta apenas uma parte da história.

Os modelos de crescimento endógeno oferecem uma estrutura analítica que é apropriada não apenas para a modelagem do processo de inovação e crescimento, mas também para analisar como estes processos são influenciados por algumas políticas econômicas. Em particular, os modelos de inovação vertical, por serem mais explícitos em relação à identificação das firmas inovadoras e por considerarem a possibilidade de obsolescência tecnológica, abarcam um conjunto mais amplo de falhas de mercado e interações mais complexas entre os agentes inovadores. Esta estrutura bastante rica torna estes modelos mais apropriados do que os de inovação horizontal para uma discussão sobre os efeitos de políticas de inovação e crescimento. Contra os modelos de inovação horizontal pesam o fato de o processo de inovação ser determinístico, a não distinção entre firmas incumbentes e entrantes e, principalmente, a impossibilidade de que haja competição direta em preços entre produtores de produtos verticalmente diferenciados.

Este trabalho tem como objeto modelos de crescimento econômico cujo elemento central é a inovação vertical. Antes de entrarmos propriamente em nosso ponto de interesse, utilizaremos o restante desta introdução para apresentar em linhas gerais a estrutura geral dos modelos schumpeterianos. De maneira bastante simplificada, podemos dizer que o contexto típico destes modelos é uma economia fechada que

produz um bem final único a partir de insumos sujeitos a melhoria de qualidade. O aumento da qualidade dos insumos se traduz em aumento da produtividade do setor produtor do bem final e, assim, em crescimento econômico. O processo continuado de melhoria de qualidade é, portanto, o motor do crescimento.

A modelagem básica do processo de inovação vertical se inicia com a suposição da existência de um conjunto  $J$  de bens que podem ser produzidos em diferentes qualidades (ou gerações). Usualmente,  $J$  é um conjunto que não se expande no tempo, diferentemente do que ocorre em modelos de inovação horizontal. Do ponto de vista formal, o conjunto  $J$  pode ser de três tipos. Finito, como no modelo apresentado por Barro e Sala-i-Martin (2004); infinito e enumerável, como no modelo de Segerstrom *et al.* (1990); ou não enumerável, como no modelo de Grossman e Helpman (1991). Este último tipo é o mais comum encontrado na literatura, uma vez que seu tratamento matemático é facilitado pelo uso do cálculo integral.

A qualidade é comumente tratada de maneira unidimensional, isto é, dado um produto  $j$  pertencente a  $J$ , supõe-se que suas diferentes gerações se distinguem apenas pela quantidade de serviço que oferecem ao agente que as usa. Ao proceder desta forma, estamos supondo que diferentes gerações de um mesmo produto sejam substitutos perfeitos entre si, de modo que apenas a geração com menor preço ajustado à qualidade será demandada por um agente, em determinado momento. Nos modelos mais comuns, trabalhamos com firmas homogêneas, o que implica que, a cada instante, existe uma determinada geração de cada produto, chamada geração ideal, que domina o seu mercado, sendo nele a única geração demandada. Sob certas condições acerca da tecnologia de produção das diferentes gerações, a geração ideal de cada produto é sempre aquela que oferece a maior quantidade de serviço. Desta forma, nos modelos de

inovação vertical, o lançamento de uma nova geração de determinado produto implica a imediata obsolescência da geração anteriormente dominante. Devido a esta característica, os modelos de crescimento deste tipo são frequentemente denominados schumpeterianos, pois cada inovação, apesar de tornar inútil a tecnologia anterior, é responsável por fazer avançar a produtividade total da economia, num processo batizado por Schumpeter (1942) de *destruição criativa*.

A maneira mais simples e mais comum de se modelar o processo de inovação vertical consiste em imaginar que todos os produtos podem ser produzidos em infinitas gerações, que se distribuem sobre uma escada de qualidade. Em outras palavras, modelos deste tipo (*quality ladder*) supõem que, dado um produto  $j$  qualquer, cada nova geração que é desenvolvida se diferencia de sua antecessora por oferecer uma quantidade de serviço discretamente maior (no sentido matemático) do que ela. Formalmente, temos que:

$$q_{mj} = \lambda_{mj} q_{m-1j}; \quad m = 0, 1, \dots; \quad j \in J; \quad \lambda_{mj} > 1, \forall m \text{ e } j,$$

onde  $q_{mj}$  é a qualidade da  $m$ -ésima geração do produto  $j$  e  $\lambda_{mj}$  é o salto de qualidade existente entre as gerações  $m - 1$  e  $m$  do produto  $j$ . Em geral, os modelos de inovação vertical do tipo *quality ladder* supõem que  $\lambda_{mj}$  é igual a uma constante  $\lambda$ , para todo  $m$  e  $j$ , o que facilita muito o seu tratamento. Neste caso, existem duas abordagens possíveis. A primeira, e mais comum, consiste em tomar  $\lambda$  como um parâmetro, ao passo que a segunda consiste em determiná-lo endogenamente. Grossman e Helpman (1992) apresentam seu modelo nestas duas versões, que levam a implicações um pouco diferentes, em termos de bem-estar.

Os modelos de crescimento schumpeteriano supõem que, a todo instante, apenas uma quantidade finita de gerações de cada produto já foi desenvolvida e pode ser

produzida. É preciso, portanto, modelar a maneira como novas gerações de cada produto são desenvolvidas ao longo do tempo. Basicamente, o processo de melhoria de qualidade pode ser exógeno ou endógeno à economia. No primeiro caso, supõe-se que ele ocorra fora do ambiente econômico, isto é, que não seja intencionalmente levado a cabo por agentes que visam algum tipo de ganho econômico. Podemos imaginar, por exemplo, que a atividade de pesquisa básica ou o aprendizado levem ao desenvolvimento de produtos de qualidade maior. Modelos com esta estrutura de inovação vertical exógena podem ser utilizados para construir modelos (de um setor) de crescimento endógeno, na linha de Arrow (1962) e Romer (1986). No segundo caso, em que a inovação vertical é endógena, a melhoria de qualidade dos produtos ocorre dentro do ambiente econômico, sendo, portanto, o resultando intencional da atividade de Pesquisa e Desenvolvimento (P&D) que é empreendida por firmas que visam lucro. Será exclusivamente deste último tipo de modelo que trataremos neste trabalho.

Existem diferentes maneiras de modelar a inovação vertical endógena. Por um lado, podemos imaginar que a atividade de P&D, quando bem sucedida, melhore a qualidade de todos os produtos pertencentes ao conjunto  $J$ . O modelo de Aghion e Howitt (1992), ainda que contenha um único produto sujeito à melhoria de qualidade, pode ser interpretado neste sentido. Por outro lado, a atividade de P&D pode ser específica a cada produto. Neste caso, cada sucesso em pesquisa implica a melhoria de qualidade apenas do produto-alvo, mantendo todos os demais produtos com sua qualidade inalterada. Duas alternativas formais ainda são possíveis nesta abordagem. Em primeiro lugar, podemos modelar a atividade de P&D como um processo seqüencial, com toda a atividade de pesquisa sendo dirigida para um determinado produto, até o momento em que se obtenha sucesso e o foco se desloque para outro. Segerstrom *et al.* (1990) seguem essa linha de modelagem. Em segundo lugar,

podemos, de maneira mais natural, imaginar que a atividade de P&D ocorra simultaneamente em todas as indústrias, de modo que, a cada momento, todos os produtos sejam candidatos a ter sua qualidade melhorada. Este é o caminho seguido por Grossman e Helpman (1991) e pela maioria dos autores.

Em modelos de inovação vertical, a atividade de P&D é tipicamente modelada como uma atividade de sucesso incerto e sem memória. O primeiro aspecto significa que, uma vez que uma firma invista determinado montante de recursos em pesquisa, o sucesso, entendido como o fato de se conseguir desenvolver a próxima geração do produto, pode ocorrer ou não, com certa distribuição de probabilidade. O segundo aspecto significa que a probabilidade com que o sucesso ocorre é função unicamente do intervalo de tempo durante o qual a pesquisa se estende e do montante de recursos nela investido, ou seja, o acúmulo de fracassos ou sucessos passados em nada contribui para o sucesso da pesquisa corrente. Ao supor estas duas características para a atividade de pesquisa, abrimos caminho para que este seja modelado como um processo estocástico de Poisson.

Outra hipótese importante na modelagem do processo de inovação vertical é a suposição de que as pesquisas realizadas em diferentes indústrias sejam independentes entre si. Esta hipótese é fundamental para que, através da lei dos grandes números, possamos obter resultados determinísticos para a economia como um todo. Ou seja, modelos de inovação vertical, ainda que contenham aspectos estocásticos em sua estrutura, nos permitem, em alguns casos, obter conclusões de natureza não estocástica para a totalidade da economia.

Em termos de estrutura de mercado, os modelos de inovação vertical, devido ao caráter custoso da pesquisa, necessitam que as firmas cujos produtos estejam sujeitos à

melhoria de qualidade operem sob algum tipo de concorrência imperfeita. Note que se, após a inovação, a firma inovadora operasse em concorrência perfeita, obteria lucro zero e não poderia recuperar o montante previamente gasto em pesquisa. Desta forma, em um ambiente de concorrência perfeita a atividade de pesquisa não seria economicamente viável, o que nos obriga, portanto, a construir um ambiente de concorrência imperfeita para abrigar o modelo. Existem, basicamente, duas alternativas para construir esta estrutura de mercado. Em primeiro lugar, podemos supor a existência de patentes eficientes que garantam à firma inventora exclusividade na produção da geração por ela desenvolvida. Barro e Sala-i-Martin (2004) e Acemoglu (2009) seguem essa linha. Em segundo lugar, podemos supor que existem segredos industriais que tornam a imitação custosa e, sob certas condições, não atrativa. Grossman e Helpman (1991) constroem seu modelo desta forma. A escolha de uma ou outra alternativa em geral não influencia os resultados. No entanto, a segunda permite que, sob determinadas condições, a imitação seja uma atividade economicamente interessante. Segerstrom (1991) explora a possibilidade de imitação em um modelo de crescimento econômico, obtendo resultados bastante interessantes. Sua suposição básica é que inovador e imitador entram em conluio e partilham o mercado.

O objetivo desta dissertação é analisar os efeitos de políticas de inovação e de crescimento à luz de diferentes modelos schumpeterianos. Depois de apresentar um modelo tradicional de crescimento schumpeteriano, serão analisados seus principais resultados acerca do efeito de diferentes políticas econômicas. Em seguida, será discutida uma importante deficiência deste modelo, compartilhada com todos os modelos tradicionais de crescimento guiado por inovação vertical, que diz respeito a quais firmas conduzem o processo continuado de inovação e crescimento. Os modelos schumpeterianos tipicamente implicam que a atividade de pesquisa é desenvolvida

apenas pelas chamadas firmas entrantes – firmas que não estão estabelecidas no mercado, por não estarem na fronteira tecnológica, mas realizam P&D visando inovar e assim entrar no mercado. Em outras palavras, tem-se que a inovação nunca é realizada pelas firmas que estão na fronteira tecnológica, produzindo os produtos de última geração. Esta característica da atividade de pesquisa se deve ao fato de, nestes modelos, os incentivos para realizar P&D encontrados pelas firmas da fronteira tecnológica serem menores do que os encontrados pelas demais firmas. Este fato é conhecido na literatura como efeito Arrow. Conforme será visto com mais detalhes, o fato de toda a inovação ser dirigida por *outsiders* parece estar em desacordo com a observação empírica.

Feita a análise do modelo tradicional, revisam-se modelos alternativos de crescimento schumpeteriano, nos quais as firmas da fronteira tecnológica desenvolvem atividade de pesquisa e, desta forma, contribuem para a expansão desta fronteira. Novamente, o foco da análise estará nas implicações destes modelos acerca do efeito de diferentes políticas econômicas. Muitos resultados do modelo tradicional se alteram quando a pesquisa e a inovação também são conduzidas pelas firmas de fronteira, o que levanta dúvidas sobre a confiabilidade dos modelos schumpeterianos como guias para políticas indutoras do crescimento.

O restante deste trabalho está organizado da seguinte forma. No primeiro capítulo, apresenta-se um modelo base de crescimento schumpeteriano, devido a Acemoglu (2009), com o qual se pretende resumir as principais proposições desta literatura acerca do efeito de algumas políticas econômicas sobre a trajetória de crescimento de longo prazo. Ao final deste capítulo, discute-se uma discrepância importante entre os modelos schumpeterianos e alguns estudos empíricos recentes. Em seguida, nos capítulos dois e três, apresentam-se algumas tentativas de solucionar este

problema. No capítulo dois, apresentam-se os modelos de Barro e Sala-i-Martin (2004) e Etro (2004 e 2008), que se diferenciam do modelo base por incorporarem alguns aspectos bastante interessantes, tais como custos diferenciados e competição de Stackelberg no setor de pesquisa. No capítulo três, analisa-se o modelo de Acemoglu e Cao (2010), cuja principal diferença em relação aos modelos schumpeterianos tradicionais é a distinção entre dois tipos de inovação, um típico de firmas que se encontram na fronteira tecnológica e outro típico de firmas que estão afastadas dela. Algumas considerações finais concluem a dissertação.

## CAPÍTULO I: INOVAÇÃO VERTICAL E CRESCIMENTO ECONÔMICO

Como vimos na introdução, a literatura moderna sobre crescimento econômico guiado por inovação vertical se inicia com Segerstrom *et al.* (1991), Grossman e Helpman (1991) e Aghion e Howitt (1992). O modelo apresentado abaixo, devido a Acemoglu (2009), incorpora os principais aspectos presentes nos modelos seminais e, devido à sua estrutura simples, nos permite analisar as principais características do crescimento schumpeteriano.

### I.1. Um modelo base de inovação vertical

Supõe-se que a economia é composta por três setores. O primeiro produz o bem final único, utilizando trabalho e um conjunto de insumos básicos. O segundo setor produz os insumos básicos, a partir do bem final. Por fim, existe o setor de P&D, responsável por inovações que elevam a qualidade dos insumos. O bem final, portanto, pode ser utilizado para consumo, na produção de insumos e em pesquisa. A restrição de recursos da economia é então dada por:

$$C(t) + X(t) + Z(t) \leq Y(t) \quad (1.1)$$

onde  $Y(t)$  é a quantidade produzida de bem final e  $C(t)$ ,  $X(t)$  e  $Z(t)$  são, respectivamente, as quantidades de bem final utilizadas em consumo, produção de insumos e pesquisa.

Representamos cada insumo básico por um número real  $j$  dentro do intervalo  $[0,1]$ . Note que o conjunto de insumos é estático, isto é, não se expande no tempo como acontece em modelos de expansão de variedades. Na família de modelos de inovação

vertical, estamos interessados na dinâmica da *qualidade* de cada um dos insumos pertencentes a este conjunto. Para tanto, é conveniente supor que cada insumo pode ser produzido em uma quantidade infinita de gerações, sendo que a cada instante do tempo apenas um número finito destas gerações tem sua tecnologia de produção conhecida. Desta forma, diremos que houve inovação sobre determinado insumo quando uma nova geração deste insumo tiver sua tecnologia de produção descoberta. Além disso, supomos que as infinitas gerações de um insumo estão distribuídas ao longo de uma *quality ladder*, de modo que cada nova geração descoberta é capaz de oferecer uma quantidade de serviços discretamente maior (no sentido matemático) do que a geração anterior. Ou seja, existe um salto qualitativo (degrau) separando cada geração de sua sucessora.

Matematicamente, vamos representar por  $q(j, t)$  a qualidade da última geração do insumo  $j$  no instante de tempo  $t$ , com:

$$q(j, t) = \lambda^{n(j,t)} q(j, 0), \forall j \text{ e } t,$$

onde  $q(j, 0) > 0$  é a qualidade inicial do insumo  $j$ ,  $n(j, t) \in \mathbb{N}$  é o número de inovações já incorporadas pelo insumo  $j$  no intervalo  $[0, t]$  e  $\lambda > 1$  representa o salto qualitativo existente entre uma geração e sua sucessora.

O bem final da economia é produzido sob concorrência perfeita a partir dos insumos básicos e de trabalho, de acordo com a função de produção:

$$Y(t) = \frac{1}{1-\beta} \left[ \int_0^1 q(j, t) x(j, t|q)^{1-\beta} dj \right] L(t)^\beta, \quad (1.2)$$

onde  $L(t)$  é a quantidade utilizada de trabalho,  $x(j, t|q)$  é a quantidade utilizada do insumo  $j$  no instante  $t$  e  $\beta \in (0,1)$  é um parâmetro. Escrevemos  $x(j, t|q)$ , ao invés de

apenas  $x(j, t)$ , para enfatizar que a quantidade utilizada de cada insumo depende de sua qualidade no instante  $t$ .

Note que, de acordo com a equação (1.2), apenas a última geração de cada insumo é utilizada na produção do bem final. Isso ocorre porque (1) as diferentes gerações de cada insumo são substitutos perfeitos entre si, (2) as firmas produtoras do bem final são homogêneas e (3) o preço da última geração de cada insumo sempre justifica sua escolha quando as firmas produtoras do bem final maximizam lucro. Os pontos (1) e (2) são tomados como hipóteses do modelo, enquanto o ponto (3) será demonstrado adiante.

A produção dos insumos básicos necessita apenas do bem final como fator de produção e ocorre sob concorrência imperfeita. Supomos que a firma inventora de uma nova geração de determinado insumo adquire uma patente vitalícia que lhe dá exclusividade na produção desta geração. As funções de produção são idênticas para todos os insumos, sendo sempre necessárias  $\psi q$  unidades do bem final para a produção de uma unidade de qualquer insumo de qualidade  $q$ . Isto significa que o custo unitário de produção de qualquer insumo é proporcional à sua qualidade. Como de praxe, utilizaremos o bem final como numerário do modelo, isto é, seu preço será normalizado para um, a todo instante  $t$ . Desta forma, podemos dizer que  $\psi q$  é o custo marginal (constante) de qualquer insumo de qualidade  $q$ .

No setor de P&D, o bem final é o único fator de produção e as inovações são estocásticas. Uma firma que gaste, por unidade de tempo,  $\zeta$  em pesquisa sobre um insumo de qualidade  $q$ , obterá sucesso no desenvolvimento da próxima geração com probabilidade  $\frac{\eta}{q}\zeta$ , por unidade de tempo, onde  $\eta$  é um parâmetro que capta a produtividade em pesquisa. Se bem sucedida, esta firma será capaz de produzir um

insumo de qualidade  $\lambda q$ . Supomos que existe livre entrada no setor de P&D, ou seja, qualquer firma está apta a pesquisar de acordo com os parâmetros que definimos acima. Vale notar que esta hipótese significa dizer que as firmas da fronteira tecnológica, inventoras da última geração de cada insumo, não desfrutam de nenhum tipo de vantagem de pesquisa sobre qualquer outra firma.

É interessante destacar uma implicação importante da estrutura de P&D suposta acima: vale o *efeito Arrow* (como é típico de modelos schumpeterianos), ou seja, apenas as firmas entrantes investem em pesquisa. Isto decorre (1) da hipótese de que as incumbentes não gozam de vantagens de custo em P&D<sup>1</sup> e (2) da hipótese de livre entrada em pesquisa. Vejamos este ponto com mais atenção.

De fato, cada entrante escolhe seu volume de investimento em P&D visando maximizar o retorno deste investimento. Por não deter a patente do insumo de fronteira, o valor de mercado de uma entrante é zero, ao passo que  $V(q)$  é o valor de mercado da firma incumbente quando o insumo de fronteira tem qualidade  $q$ . Suponha uma entrante que queira decidir seu nível  $\hat{z}$  de investimento em pesquisa sobre um insumo de qualidade  $\frac{q}{\lambda}$ . Com probabilidade  $\frac{\eta\lambda}{q}\hat{z}$ , a entrante será bem sucedida nesta pesquisa, tornando-se a incumbente da produção de um insumo de qualidade  $q$  e vendo seu valor de mercado aumentar de zero para  $V(q)$ . Por outro lado, com probabilidade  $1 - \frac{\eta\lambda}{q}\hat{z}$ , a entrante não obterá sucesso e seu valor de mercado permanecerá nulo. Em qualquer uma das situações, a firma terá incorrido em um custo igual a  $\hat{z}$ . Portanto, para escolher seu nível  $\hat{z}$  de pesquisa, a entrante resolve o seguinte problema:

---

<sup>1</sup> A rigor, supomos apenas que a incumbente não desfruta de vantagens tecnológicas em pesquisa. Como o mercado do fator de produção utilizado em pesquisa (bem final) é concorrencial, esta paridade tecnológica implica uma paridade de estruturas de custo entre incumbente e entrantes.

$$\max_{\hat{z}} \frac{\eta\lambda}{q} \hat{z} V(q) - \hat{z}.$$

Da mesma maneira, uma firma incumbente, operando no mesmo contexto descrito acima, escolhe seu investimento  $z$  em P&D visando maximizar o retorno da pesquisa. Por ser a firma estabelecida no mercado, produzindo um insumo de qualidade  $\frac{q}{\lambda}$ , a incumbente tem valor de mercado  $V\left(\frac{q}{\lambda}\right)$ . Caso inove e desenvolva a próxima geração do insumo, seu valor de mercado vai a  $V(q)$ ; caso seja superada por alguma entrante na *patent race*, seu valor de mercado se tornará nulo. Portanto, uma vez que a incumbente utiliza a mesma tecnologia de P&D que as entrantes, seu objetivo é:

$$\max_z \frac{\eta\lambda}{q} z \left[ V(q) - V\left(\frac{q}{\lambda}\right) \right] - z - \frac{\eta\lambda}{q} \hat{z} V(q).$$

Note que, para cada unidade do bem final utilizado em P&D, o retorno de pesquisa esperado é  $\frac{\eta\lambda}{q} V(q) - 1$  para cada entrante, e  $\frac{\eta\lambda}{q} \left[ V(q) - V\left(\frac{q}{\lambda}\right) \right] - 1$  para a incumbente. Dado que tanto  $V(q)$  como  $V\left(\frac{q}{\lambda}\right)$  são sempre positivos, vemos que, qualquer que seja a qualidade atual de um determinado insumo, a incumbente terá um retorno de pesquisa esperado inferior ao retorno de qualquer entrante.

Podemos derivar a condição de livre entrada diretamente do problema de otimização das entrantes:

$$\frac{\eta\lambda}{q} V(q) - 1 \leq 0, \text{ com igualdade se } Z(j, t|q) > 0. \quad (1.3)$$

Portanto, utilizando (1.3) e a relação entre os retornos de pesquisa das entrantes e da incumbente que demonstramos acima, podemos escrever:

$$\frac{\eta\lambda}{q} \left[ V(q) - V\left(\frac{q}{\lambda}\right) \right] - 1 < \frac{\eta\lambda}{q} V(q) - 1 \leq 0. \quad (1.4)$$

A primeira desigualdade mostra que a incumbente possui ganho esperado estritamente inferior ao de qualquer entrante e a segunda é a condição de livre entrada. Juntando as duas desigualdades concluímos que, em equilíbrio com livre entrada, a firma incumbente possui retorno esperado de P&D estritamente negativo, qualquer que seja seu nível  $z > 0$  de pesquisa escolhido. Desta forma, sua escolha ótima é não pesquisar e, desta forma, abrir mão do desenvolvimento da próxima geração do insumo.

Vamos agora derivar as condições de equilíbrio estático do modelo. A todo instante  $t$ , os produtores do bem final resolvem o seguinte problema de otimização:

$$\max_{\substack{x(j) \\ j \in [0,1]}} Y(t) - \int_0^1 p^x(j, t|q) x(j, t|q) dj - w(t)L,$$

onde  $p^x(j, t|q)$  é o preço do insumo  $j$  e  $w(t)$  é o salário, no instante  $t$ . Mais uma vez, escrevemos esta variável condicionada a  $q(j, t)$  para explicitar a dependência entre a qualidade do insumo e seu preço, fato que ficará claro adiante. Resolvendo este problema, obtemos curvas de demanda por insumos com o seguinte formato:

$$x(j, t|q) = \left( \frac{q(j, t)}{p^x(j, t|q)} \right)^{1/\beta} L, \quad (1.5)$$

para todo  $j \in [0,1]$  e para todo  $t$ .

No mercado de cada insumo  $j$ , a firma inventora (e, portanto, detentora da patente) da última geração predomina sobre as firmas capazes de produzir as gerações anteriores. Isto ocorre, pois estamos supondo que (1) as diferentes gerações de um mesmo insumo são substitutos perfeitos e (2) as curvas de custo de todas as gerações de um insumo são idênticas. Este modelo comporta dois regimes diferentes de precificação de insumos. No primeiro, a firma inventora da última geração de cada insumo pratica o

preço de monopólio; no segundo, pratica um preço limite, menor do que o de monopólio e suficiente para expulsar todas as outras firmas do mercado. Antes de prosseguir com a resolução do modelo, devemos optar por um destes dois regimes, através de uma hipótese sobre o tamanho do salto de qualidade  $\lambda$ . Suporemos que  $\lambda$  é suficientemente grande:

$$\lambda \geq \left( \frac{1}{1-\beta} \right)^{\frac{1-\beta}{\beta}} \quad (1.6)$$

e que, portanto, prevalece o regime de preço de monopólio<sup>2</sup>. O apêndice 1.1 mostra como chegar à condição acima.

Para facilitar o tratamento do modelo daqui para frente, vamos fixar convenientemente as unidades de medida, de modo que  $\psi = 1 - \beta$ . As firmas incumbentes precificam:

$$p^x(j, t|q) = q(j, t) \quad (1.7)$$

e, assim, as quantidades demandadas de insumos são:

$$x(j, t|q) = L. \quad (1.8)$$

A partir das equações (1.7) e (1.8), podemos calcular o fluxo de lucros das firmas incumbentes:

$$\pi(j, t|q) = \beta q(j, t)L. \quad (1.9)$$

Utilizando a equação (1.8), podemos reescrever a função de produção do bem final como:

---

<sup>2</sup> Para que prevalecesse o regime de preço limite, deveríamos supor que:

$$1 < \lambda < \left( \frac{1}{1-\beta} \right)^{\frac{1-\beta}{\beta}}.$$

$$Y(t) = \frac{1}{1-\beta} Q(t)L, \quad (1.10)$$

onde:

$$Q(t) \equiv \int_0^1 q(j,t) dj \quad (1.11)$$

é um índice das qualidades dos diversos insumos, no instante  $t^3$ . Este índice será de grande utilidade na resolução do modelo. Ao passo que, para cada insumo  $j$ , sua qualidade  $q(j,t)$  é estocástica sobre  $t$ , o índice  $Q(t)$  descreve uma trajetória temporal determinística<sup>4</sup>.

Em equilíbrio, o valor de mercado das incumbentes  $V(j,t|q)$  deve atender à seguinte condição:

$$r(t)V(j,t|q) - \dot{V}(j,t|q) = \pi(j,t|q) - \iota(j,t|q)V(j,t|q), \quad (1.12)$$

onde  $r(t)$  é a taxa instantânea de juros da economia e  $\iota(j,t|q)$  é o fluxo de probabilidade de que ocorra uma inovação na indústria  $j$ . Este valor depende do esforço agregado de pesquisa realizado por todas as entrantes sobre o insumo  $j$  e, doravante, o chamaremos simplesmente de taxa de inovação de  $j$ .

A equação acima é a conhecida forma HJB (Hamilton-Jacobi-Bellman) da função valor de uma firma<sup>5</sup>. A intuição por trás dela é de fácil compreensão. Imagine um agente que planeje desembolsar  $V(j,t)$  para adquirir a incumbente da indústria  $j$  no instante  $t$  e vendê-la no instante  $t + \Delta$ . Podemos calcular o retorno esperado desta

---

<sup>3</sup> Note que este índice é simplesmente a qualidade média dos diversos insumos. Nos modelos schumpeterianos, é comum utilizarmos um índice de qualidade. A escolha deste índice é bastante arbitrária, feita de acordo com a conveniência. Portanto, nem todos os modelos utilizam a qualidade média como índice.

<sup>4</sup> Este fato deriva diretamente da lei dos grandes números. Veja, por exemplo, Feller (1964).

<sup>5</sup> Para mais detalhes, veja, por exemplo, Chiang (1999).

operação da seguinte forma. Como as inovações ocorrem de acordo com um processo de Poisson, a probabilidade de que, entre  $t$  e  $t + \Delta$ , alguma entrante inove e se estabeleça como nova incumbente desta indústria é  $\iota\Delta + o(\Delta)$ . Neste caso, o agente incorre em uma perda de  $V(j, t)$ . Por outro lado, com probabilidade  $1 - \iota\Delta + o(\Delta)$ , não ocorre nenhuma inovação neste período e a incumbente se mantém na indústria. Neste caso, o agente aufer um ganho composto pelos lucros acumulados no período e pela variação do valor da firma no período, ou seja,  $\pi(j, t)\Delta + \dot{V}(j, t)\Delta$ . Portanto, o ganho esperado do agente é dado por:

$$[\pi\Delta + \dot{V}(j, t)\Delta][1 - \iota\Delta + o(\Delta)] - V(j, t)[\iota\Delta + o(\Delta)].$$

Em equilíbrio, este ganho deve ser igual ao da aplicação livre de risco, dado por  $r\Delta V(j, t)$ . Tomando esta igualdade, dividindo os dois lados por  $\Delta$  e tomando o limite quando  $\Delta \rightarrow 0$ , obtemos a expressão (1.12) que, portanto, é uma condição de não arbitragem.

Para completar a descrição do equilíbrio estático do modelo, falta apenas derivar a condição de equilíbrio no consumo do bem final. Supomos que a economia admite um consumidor representativo com preferências intertemporais que podem ser representadas por:

$$U(t) = \int_t^{+\infty} e^{-\rho(\tau-t)} \frac{C(\tau)^{1-\theta} - 1}{1-\theta} d\tau, \quad (1.13)$$

onde,  $U(t)$  é a utilidade em  $t$ ,  $\rho$  é a taxa subjetiva de desconto do consumidor e  $\theta$  capta a elasticidade de substituição intertemporal no consumo. Isso nos permite escrever a equação de Euler típica de modelos de crescimento:

$$\frac{\dot{C}(t)}{C(t)} = \frac{1}{\theta} [r(t) - \rho].^6 \quad (1.14)$$

A cada instante, a taxa de crescimento do consumo deve obedecer à condição (1.14) para que a economia esteja em equilíbrio estático.

Vamos tratar agora do equilíbrio dinâmico do modelo. Para encontrar a trajetória de equilíbrio deste modelo, podemos proceder da seguinte maneira. Primeiramente, supomos uma BGP (*Balanced Growth Path*)<sup>7</sup> e analisamos suas propriedades. Em seguida, mostramos que esta BGP é única e não admite dinâmica de transição.

Ao longo de uma BGP, o produto e o consumo crescem a taxas constantes  $g_Y^*$  e  $g_C^*$ , respectivamente. No contexto deste modelo, tem-se que  $g_Y^* = g_C^*$ . Combinando este fato com a equação de Euler (1.14), vem que a taxa de juros é constante ao longo da BGP, isto é,  $r(t) = r^*$ .

Suporemos uma BGP ao longo da qual de fato existe crescimento econômico, ou seja, uma BGP com  $g_Y^* > 0$ . A partir da função de produção do bem final, concluímos que, para que isso seja possível, inovações (e, portanto, P&D) devem ocorrer em pelo menos uma indústria. Ou seja, existe pelo menos um  $j \in [0,1]$  tal que  $Z(j, t) > 0$ . Da condição de livre entrada, isso implica que  $V(j, t|q) = \frac{q(j,t)}{\lambda\eta}$  para ao menos um  $j$ . Devido à simetria de pesquisa do modelo<sup>8</sup>, se a condição de livre entrada vale com igualdade para uma indústria, vale então com igualdade para toda indústria  $j \in [0,1]$ . Logo:

<sup>6</sup> Veja Acemoglu (2009: 463) para a condição de transversalidade do problema do consumidor.

<sup>7</sup> Utilizamos os termos BGP e *steady state* como sinônimos.

<sup>8</sup> Por simetria de pesquisa, queremos dizer que o investimento em P&D apresenta sempre o mesmo ganho esperado, independentemente de qual seja o insumo alvo e de qual seja a sua qualidade atual. Some-se a isso o fato de o risco associado a cada investimento em pesquisa ser idiossincrático e teremos que qualquer agente diversificará seu investimento em pesquisa entre todas as indústrias.

$$V(j, t|q) = \frac{q(j, t)}{\lambda\eta}. \quad (1.15)$$

Note, na equação acima, que o valor de uma firma incumbente, em qualquer indústria, é proporcional à qualidade do insumo por ela produzido. Quando este é o caso na BGP, dizemos que se trata de uma BGP linear. A partir das equações (1.12) e (1.15), tem-se que a probabilidade  $\iota(j, t)$  de que ocorra uma inovação é invariante em  $j$  e  $t$ . Vamos representá-la por  $\iota^*$ . Obtemos então a seguinte condição de equilíbrio dinâmico:

$$r^* + \iota^* = \beta\eta\lambda L. \quad (1.16)$$

Além disso, da condição de equilíbrio do consumo (1.14) e da igualdade entre  $g_C^*$  e  $g_Y^*$ , vem que:

$$r^* = \theta g^* + \rho. \quad (1.17)$$

Temos duas equações de equilíbrio dinâmico – (1.16) e (1.17) – e três variáveis a determinar:  $g_Y^*$ ,  $\iota^*$  e  $r^*$ . Precisamos, portanto, de mais uma equação que relacione estas variáveis em uma trajetória equilibrada. Da equação (1.10), vem que:

$$\frac{\dot{Y}(t)}{Y(t)} = \frac{\dot{Q}(t)}{Q(t)}.$$

Ao longo da BGP, as inovações ocorrem de acordo com um processo de Poisson com parâmetro  $\iota^*$ . Assim, a probabilidade de que, entre  $t$  e  $t + \Delta$ , ocorra uma inovação na indústria  $j$  é  $\iota^*\Delta$ , ao passo que  $1 - \iota^*\Delta$  é a probabilidade de que não ocorra nenhuma inovação. Como o índice de qualidade envolve um somatório de variáveis aleatórias, a lei dos grandes números implica que, ao longo do intervalo  $\Delta$ ,  $\iota^*\Delta$  indústrias experimentaram uma inovação e elevaram sua qualidade pelo fator  $\lambda$ , ao passo que em  $1 - \iota^*\Delta$  indústrias não houve inovação. Isso nos permite escrever:

$$Q(t + \Delta) = \iota^* \Delta \lambda Q(t) + (1 - \iota^* \Delta) Q(t).$$

A partir da expressão acima, podemos obter a taxa de crescimento do índice de qualidade. De fato:

$$\frac{\dot{Q}(t)}{Q(t)} = \frac{1}{Q(t)} \lim_{\Delta \rightarrow 0} \frac{Q(t + \Delta) - Q(t)}{\Delta} = (\lambda - 1)\iota^*.$$

Dado que, conforme visto acima, as taxas de crescimento do índice de qualidade e do bem final são iguais, a terceira equação de equilíbrio dinâmico é:

$$g_Y^* = (\lambda - 1)\iota^*. \quad (1.18)$$

A partir das equações (1.16), (1.17) e (1.18), podemos encontrar a taxa de crescimento do bem final nesta BGP, dada por:

$$g_Y^* = \frac{\beta \eta \lambda L - \rho}{\theta + \frac{1}{(\lambda - 1)}}. \quad (1.19)$$

A equação acima mostra que, nesta trajetória de crescimento equilibrado, a taxa de crescimento da economia é positivamente determinada pela produtividade do setor de P&D ( $\eta$ ), pela produtividade do setor de insumos ( $\beta$ ), pelo tamanho do salto de qualidade ( $\lambda$ ), pelo tamanho da população ( $L$ ) e pela elasticidade de substituição intertemporal no consumo ( $\frac{1}{\theta}$ ). Por outro lado, a taxa de crescimento é negativamente determinada pela taxa subjetiva de desconto dos consumidores ( $\rho$ ).

É possível mostrar que, se:

$$(1 - \theta)(\lambda - 1)\eta\beta L < \rho < \lambda\eta\beta L, \quad (1.20)$$

existe apenas uma trajetória de crescimento equilibrado, na qual

$$\frac{\dot{Y}(t)}{Y(t)} = \frac{\dot{C}(t)}{C(t)} = \frac{\dot{Q}(t)}{Q(t)} = g_Y^*$$

e  $g_Y^*$  é dado pela equação (1.19).<sup>9</sup>

## I.2. Efeitos de políticas econômicas

A partir do modelo schumpeteriano apresentado na seção anterior, podemos analisar os efeitos de diferentes tipos de política econômica. Vamos nos concentrar aqui em quatro tipos: tributação sobre P&D, tributação sobre insumos, política de concorrência (anti-truste) e política de patentes.

### I.2.1.. Tributação sobre P&D<sup>10</sup>

Primeiramente, imagine que um imposto de alíquota  $\tau_e$  seja cobrado sobre o gasto com pesquisa das firmas entrantes. Naturalmente, quanto maior  $\tau_e$ , maior será a dificuldade encontrada pelas firmas desejosas de inovar e ingressar em uma determinada indústria. Isso nos permite, alternativamente, pensar  $\tau_e$  como sendo o “tamanho” das barreiras à entrada no setor produtor de insumos.

Neste novo contexto, para cada unidade de bem final utilizada em pesquisa sobre um insumo de qualidade  $q$ , uma firma entrante ainda obtém sucesso com probabilidade  $\frac{\eta}{q}$ , por unidade de tempo. Mas, agora, o custo associado a esta pesquisa é de  $(1 + \tau_e)$ , por unidade de tempo. Desta forma, a condição de livre entrada em P&D, supondo que haja pesquisa, se torna:

$$V(q) = \frac{q}{\lambda\eta} (1 + \tau_e). \quad (1.21)$$

---

<sup>9</sup> É possível ainda mostrar que, neste modelo, diante de qualquer choque estrutural, não existe dinâmica transicional, isto é, a economia converge instantaneamente para a BGP. Para estes dois resultados, veja Acemoglu (2009), proposições 14.1 e 14.2.

<sup>10</sup> A análise desta seção segue Acemoglu (2009).

A condição de não arbitragem, por sua vez, pode ser reescrita de modo a explicitar a dependência entre as variáveis endógenas  $r(t) = r^*$  e  $\iota(t) = \iota^*$  e a variável exógena de política  $\tau_e$ :

$$V(q) = \frac{\beta q L}{r^*(\tau_e) + z^*(\tau_e)}. \quad (1.22)$$

Combinando as equações (1.21) e (1.22) e resolvendo novamente o modelo, com a mesma metodologia utilizada na seção anterior, chegamos à seguinte expressão para a taxa de crescimento equilibrado do produto:

$$g^*(\tau_e) = \frac{(1 + \tau_e)^{-1} \lambda \eta \beta L - \rho}{\theta + (\lambda - 1)^{-1}}, \quad (1.23)$$

na qual escrevemos  $g^*(\tau_e)$  para explicitar a relação funcional entre a taxa de crescimento e a alíquota do imposto.

Da equação acima, podemos concluir que, quando existe um imposto sobre P&D ( $\tau_e > 0$ ), a economia crescerá a uma taxa estritamente menor do que aquela à qual cresceria na ausência deste imposto. Mais do que isso, podemos observar que a taxa de crescimento de equilíbrio é estritamente decrescente em  $\tau_e$ . Alternativamente, a equação acima nos mostra que a taxa de crescimento responde positivamente à existência de subsídios à pesquisa ( $\tau_e < 0$ ). Isso nos permite enunciar uma primeira propriedade dos modelos schumpeterianos tradicionais acerca do efeito da política econômica: *ceteris paribus, impostos sobre a atividade de pesquisa comprometem o crescimento, ao passo que subsídios à pesquisa o induzem*. Por fim, como seria de se esperar, a equação acima se reduz à equação (1.19) quando fixamos  $\tau_e = 0$ .

Outra interpretação possível que podemos emprestar à análise desta seção diz respeito ao efeito das barreiras à entrada sobre o crescimento. Um imposto sobre a

atividade de pesquisa pode ser tomado como uma *proxy* de algum tipo de barreira (não tarifária) à entrada no setor produtor de insumos. Desta forma, outro resultado a que este modelo nos conduz pode ser assim enunciado: *uma economia na qual exista algum tipo de barreira à entrada no setor produtor de bens sujeitos a elevação de qualidade apresentará, na sua trajetória de crescimento equilibrado, uma taxa de crescimento menor do que uma economia na qual esta barreira não exista.*

### I.2.2. Subsídio à produção de insumos<sup>11</sup>

Vamos imaginar agora que o governo ofereça um subsídio  $\sigma > 0$  para as firmas produtoras de insumos. Desta forma, cada unidade de insumo vendida gera uma receita de  $p^x(1 + \sigma)$  para a firma incumbente. Naturalmente,  $\sigma < 0$  representa um imposto cobrado por cada unidade de insumo produzida.

Sob esta nova configuração, e ainda supondo inovação drástica<sup>12</sup>, cada firma incumbente agora maximiza seu lucro precificando de acordo com:

$$p^x(q) = \frac{q}{(1 + \sigma)}. \quad (1.24)$$

Substituindo a equação (1.24) na função de demanda por insumos (1.5), obtemos:

$$x(q) = (1 + \sigma)^{\frac{1}{\beta}} L \quad (1.25)$$

como a quantidade demandada de qualquer insumo  $j$  e:

$$\pi(q) = \beta q L (1 + \sigma)^{\frac{1}{\beta}} \quad (1.26)$$

como o lucro de uma firma incumbente produtora de um insumo de qualidade  $q$ .

---

<sup>11</sup> A análise desta seção é de minha autoria.

<sup>12</sup> Ou seja, supondo que  $\lambda$  é suficientemente grande para que a incumbente possa praticar um preço de monopólio irrestrito.

De posse da equação acima, e através do mesmo procedimento utilizado nas seções anteriores, podemos resolver o modelo e concluir que a economia (isto é, o bem final), em sua trajetória de crescimento equilibrado, crescerá à taxa:

$$g^*(\sigma) = \frac{\lambda\eta\beta L(1 + \sigma)^{\frac{1}{\beta}} - \rho}{\theta + (\lambda - 1)^{-1}}, \quad (1.27)$$

que é claramente superior à taxa encontrada no modelo original, já que  $(1 + \sigma)^{\frac{1}{\beta}} > 0$ . Notemos também que esta taxa de crescimento é crescente em  $\sigma$  e se reduz à taxa original (1.19) quando  $\sigma = 0$ . Conclui-se portanto que, *ceteris paribus*, uma economia que ofereça algum subsídio à produção de bens sujeitos a melhorias de qualidade crescerá mais rapidamente do que uma economia que não o faça. Inversamente, economias que imponham impostos à produção destes bens crescerão a taxas menores, *ceteris paribus*.

### I.2.3. Política concorrencial<sup>13</sup>

Para analisar este caso, devemos fazer algumas adaptações na estrutura competitiva do modelo inicial. Primeiramente, vamos supor que não exista um sistema de patentes que proteja a firma inventora de determinada geração contra imitadores. Além disso, sempre que um novo bem é desenvolvido, qualquer firma se torna apta a produzi-lo sem a necessidade de incorrer em nenhum tipo de custo de imitação referente à obtenção de *know-how* de produção – ou seja, supomos que existe *spillover* tecnológico. A este conjunto de firmas, concorrentes potenciais da firma situada na fronteira tecnológica, chamaremos de franja competitiva. Todavia, suporemos que a

---

<sup>13</sup> A análise desta seção foi desenvolvida por mim, a partir de uma análise análoga feita por Acemoglu (2009), em outro contexto.

firma inventora do insumo é mais produtiva do que as possíveis imitadoras na produção da geração por ela inventada.<sup>14</sup>

Matematicamente, vamos dizer que a firma inventora de uma geração de qualidade  $q$  tem um custo marginal de  $(1 - \beta)q$ , ao passo que as demais firmas que queiram produzir esta geração se defrontam com um custo marginal igual a  $\gamma(1 - \beta)q$ , com  $\gamma > 1$ . Para que a os potenciais imitadores sejam uma ameaça efetiva à firma inventora, deve ocorrer:

$$\gamma < \frac{1}{(1 - \beta)}.$$

Caso contrário, a firma inventora ainda conseguirá controlar todo o mercado fixando o preço de monopólio irrestrito, o que nos levaria às mesmas conclusões do modelo original.

Supondo, então, que a condição acima se verifique, a firma inovadora enfrenta a competição dos potenciais imitadores e maximiza seu lucro fixando um preço limite dado por:

$$\hat{p}^x(q) = \gamma(1 - \beta)q. \quad (1.28)$$

Praticando o preço acima, a firma inventora, assim como no modelo original, afasta os potenciais imitadores e domina todo o mercado. Mas agora ela auferir um fluxo de lucros dado por:

$$\pi(q) = (\gamma - 1)\gamma^{-\frac{1}{\beta}}(1 - \beta)^{1-\frac{1}{\beta}}qL, \quad (1.29)$$

---

<sup>14</sup> Podemos imaginar, por exemplo, que cada geração possui alguma informação técnica específica (e relevante para sua produção) à qual apenas a firma inventora pode ter acesso. Todavia, por consistência, devemos supor que esta informação não é relevante para a pesquisa que mira o desenvolvimento da próxima geração do insumo. Desta forma, conseguimos compatibilizar tecnologias de produção diferentes entre inventores e imitadores, por um lado, com tecnologias de pesquisa idênticas entre incumbentes e entrantes, por outro. Este tipo de raciocínio segue de perto o desenvolvido em Romer (1990).

que é estritamente menor que o do modelo inicial.

Resolvendo o modelo, chegamos à seguinte expressão para a taxa de crescimento do bem final, em equilíbrio dinâmico:

$$g^*(\gamma) = \frac{(\gamma - 1)\gamma^{-\frac{1}{\beta}}(1 - \beta)^{1-\frac{1}{\beta}}\lambda\eta L - \rho}{\theta + (\lambda - 1)^{-1}}, \quad (1.30)$$

que é estritamente menor do que a taxa do modelo original. Além disso, para valores de  $\gamma$  dentro do intervalo de interesse  $\left(1, \frac{1}{1-\beta}\right)$ , a taxa de crescimento do bem final é crescente em  $\gamma$ .<sup>15</sup>

A análise empreendida acima é bastante útil para avaliar o efeito de políticas de concorrência (antitruste). Podemos imaginar  $\gamma$  como sendo um parâmetro concorrencial, de modo que uma política antitruste mais forte esteja associada a um valor de  $\gamma$  menor<sup>16</sup>. Portanto, a presente análise nos conduz ao seguinte resultado: *ceteris paribus*, uma política concorrencial mais forte ( $\gamma$  menor) está associada a uma taxa de crescimento menor.

#### **I.2.4. Política de patentes (Intellectual Property Rights - IPR)**

O resultado encontrado na seção anterior pode ser reinterpretado para avaliar o efeito de IPR. Podemos pensar o sistema de patentes como sendo um conjunto de restrições imposto sobre as firmas não patenteadas que desejam produzir o produto de fronteira. Para que possam vender seu produto legalmente, estas firmas devem incorrer

---

<sup>15</sup> Para valores de  $\gamma \geq \frac{1}{1-\beta}$ , a taxa de crescimento de equilíbrio é dada pela equação do modelo original. Valores de  $\gamma$  abaixo de um, ou igual a um, são descartados por hipótese, uma vez que eliminariam qualquer incentivo à inovação.

<sup>16</sup> Veja Acemoglu (2009) e Aghion e Howitt (2009) para esta interpretação do parâmetro  $\gamma$ .

em um significativo esforço produtivo, visando fazer com que ele não seja enquadrado pelas patentes vigentes e, ao mesmo tempo, seja visto pelo consumidor como um substituto perfeito ao produto patenteado. Obviamente, isso exige das firmas imitadoras um custo adicional não desembolsado pela firma de fronteira, custo esse que, no contexto da seção anterior, podemos captar através do parâmetro  $\gamma$ . Portanto, dada esta nova interpretação, podemos enunciar mais um resultado dos modelos de crescimento schumpeterianos: *quanto mais restritivo for o sistema de patentes, maior será o custo marginal para os concorrentes (imitadores) produzirem cada unidade de insumo*<sup>17</sup> *(maior  $\gamma$ ) e, assim, maior será a taxa de crescimento do produto.*

O esquema analítico acima também pode ser utilizado para o caso de patentes de duração finita. Intuitivamente, podemos argumentar da seguinte forma. Quanto maior for a duração da patente, maior será o tempo esperado de duração do fluxo de lucros da incumbente e, portanto, maior será o ganho esperado com uma inovação, por parte das entrantes. Assim, cada entrante tenderá a realizar maior investimento em P&D, o que levará a uma maior taxa de inovação e, portanto, de crescimento do produto.

## **II.5. Resumo dos enunciados sobre políticas**

Nas seções anteriores, utilizou-se um modelo base bastante simplificado para sintetizar alguns resultados que tipicamente surgem em modelos schumpeterianos de crescimento. Podemos citar alguns exemplos. Grossman e Helpman (1992) mostram que um imposto sobre P&D desacelera o crescimento, ao passo que um subsídio à

---

<sup>17</sup> Novamente, Acemoglu (2009) e Aghion e Howitt (2009) também comentam que o parâmetro  $\gamma$  pode ter esta interpretação. Neste caso, em que existe um sistema de patentes, podemos imaginar que os imitadores produzam um bem similar, que não seja enquadrado pelas patentes, mas que seja considerado um substituto perfeito pelos consumidores. Desta forma, quanto mais restritivos forem os direitos de patentes, maior será o custo de diferenciação em que os imitadores terão que incorrer, visando não serem enquadrados pelas patentes.

produção dos bens melhoráveis o acelera. Aghion e Howitt (1992) e Caballero e Jaffe (1993) encontram relação negativa entre a competição no mercado de produtos sujeitos à melhoria de qualidade e a taxa de crescimento da economia. Por fim, Davidson e Segerstrom (1998) mostram que quando a imitação é mais fácil (isto é, quando os direitos de patentes são mais frágeis) o crescimento desacelera.

Em todos estes modelos citados, a inovação, fonte do crescimento econômico, é exclusivamente realizada por firmas entrantes, já que as firmas incumbentes não se engajam nesta atividade, devido ao efeito Arrow e à hipótese de livre entrada em pesquisa. Desta forma, o efeito que alguma política terá sobre a dinâmica da inovação e do crescimento passa, apenas, pelo efeito que ela terá sobre os incentivos a inovar das firmas entrantes. Dado que o incentivo que as *outsiders* têm para inovar está diretamente relacionado ao custo de pesquisa e ao valor de mercado que obterão se bem sucedidas, qualquer política que afete estas duas variáveis afetará, por fim, o investimento em P&D.

Tendo em mente o que foi dito acima, é fácil perceber que os resultados que obtivemos são bastante intuitivos. No caso da tributação sobre P&D, tal política aumenta o custo desta atividade para as firmas entrantes e, assim, reduz seus incentivos a desenvolvê-la. No segundo caso, um subsídio à produção de insumos aumenta o lucro da incumbente a cada instante, o que faz aumentar seu valor de mercado e, com ele, o incentivo das entrantes a pesquisar. No caso da política de concorrência, o efeito é um pouco mais indireto, mas não menos intuitivo. Ao forçar as incumbentes a cobrar um preço limite, a concorrência potencial dos imitadores faz com que seu fluxo de lucros se reduza, com as mesmas consequências do caso anterior. Por fim, temos as políticas de patentes. Focando no caso em que as patentes não são perpétuas, é fácil perceber que

quanto maior a duração da patente, maior o tempo durante o qual a incumbente desfrutará de seu fluxo de lucros e, assim, maior seu valor presente.

### **I.3. Um problema do modelo base**

O objetivo principal da dissertação é analisar se e como algumas das conclusões dos modelos schumpeterianos tradicionais se alteram em um ambiente no qual as firmas incumbentes são ativas em pesquisa. Conforme vimos anteriormente neste capítulo, nos modelos schumpeterianos tradicionais as firmas incumbentes não pesquisam e toda a inovação é empreendida por *outsiders*.

Incumbentes passivas em pesquisa não são compatíveis com a evidência empírica. Esta sugere que tanto incumbentes como entrantes se engajam em P&D, compartilhando entre si a responsabilidade pelo processo continuado de inovação. Bartelsman e Doms (2000) e Foster e Krizam (2000) estimaram que em torno de 75% do aumento de produtividade se deve a firmas incumbentes. Desta forma, ocorre que os modelos schumpeterianos tradicionais, apesar de objetivarem analisar como a inovação opera, ignoram sua principal fonte.

Parece, então, que os modelos schumpeterianos são pouco apropriados para serem usados como guia para a recomendação de políticas econômicas. Para que se tenha uma compreensão mais profunda do efeito de qualquer política, é necessário que se conheça razoavelmente como esta afeta os incentivos a inovar das firmas entrantes e incumbentes, coisa que os modelos consagrados não estão habilitados a fazer.

## CAPÍTULO II: COMPETIÇÃO DE STACKELBERG E VANTAGEM DE CUSTO

Neste capítulo, serão analisadas algumas tentativas que foram feitas visando incorporar a pesquisa por incumbentes na estrutura básica dos modelos schumpeterianos. Tipicamente, tenta-se introduzir alguma modificação na estrutura do setor de pesquisa, ou na conduta adotada pelas firmas deste setor. A primeira e a segunda seções deste capítulo apresentam soluções baseadas em Barro e Sala-i-Martin (2004). São soluções bastante contestáveis, uma vez geram poucos resultados de interesse, principalmente no que se refere à avaliação de políticas econômicas. A terceira seção analisa a solução de Etro (2004 e 2008) que, por sua vez, é extremamente interessante e lança nova luz sobre as questões da dinâmica do crescimento schumpeteriano e da avaliação dos efeitos de políticas econômicas.

### II.1. Competição de Stackelberg

Primeiramente, será analisada com maior cuidado a *patent race* subjacente ao modelo schumpeteriano apresentado no capítulo anterior. Para poupar a notação, serão omitidos o insumo  $j$  e o instante  $t$ , já que a análise é válida para qualquer  $j$  e  $t$ . Do ponto de vista da tecnologia de pesquisa, temos que cada unidade de bem final utilizado em P&D gera um fluxo de probabilidade de inovação de  $\frac{\eta}{q}$ . Vamos representar por  $z(q)$  e  $\hat{z}(q)$  as quantidades de bem final utilizada em pesquisa por parte da incumbente e do conjunto de entrantes, respectivamente<sup>18</sup>, quando a qualidade atual do insumo-alvo é  $q$ .

---

<sup>18</sup> Note que, devido aos retornos constantes à escala em P&D, o modelo tratado neste capítulo é indeterminado quanto ao número de entrantes que dividem o mercado de pesquisa. De fato, ao resolver o modelo determinamos apenas o nível de pesquisa agregado das firmas entrantes, sem nenhuma referência à quantidade de firmas engajadas ou ao nível de pesquisa individual de cada uma.

Desta forma, a probabilidade de que a incumbente seja a desenvolvedora da próxima geração do insumo é dada por  $\frac{\eta}{q}z(q)$ , ao passo que  $\frac{\eta}{q}\hat{z}(q)$  é a probabilidade de que alguma firma entrante seja a inovadora.<sup>19</sup> Está claro que, neste contexto, qualquer firma que se aventure na atividade de pesquisa, entrante ou incumbente, se defrontará com a mesma estrutura de custos. Como cada atividade de pesquisa segue um processo estocástico de Poisson independente, a probabilidade agregada de que alguma firma, entrante ou incumbente, inove é dada por:

$$\frac{\eta}{q}[z(q) + \hat{z}(q)]. \quad (2.1)$$

Para as entrantes, o retorno líquido esperado decorrente da atividade de pesquisa pode ser escrito como:<sup>20</sup>

$$\left[\frac{\eta}{q}V(\lambda q) - 1\right]\hat{z}(q). \quad (2.2)$$

Para a incumbente, o retorno esperado é:

$$\left\{\frac{\eta}{q}[V(\lambda q) - V(q)] - 1\right\}z(q) - \frac{\eta}{q}\hat{z}V(q). \quad (2.3)$$

Podemos rearranjar a expressão acima para expressar o retorno esperado da incumbente de uma maneira mais apropriada para nossos objetivos:

$$\left[\frac{\eta}{q}V(\lambda q) - 1\right]z(q) - \frac{\eta}{q}V(q)[\hat{z}(q) + z(q)]. \quad (2.4)$$

Os modelos schumpeterianos costumam supor competição de Cournot no mercado de inovação e foi com esta hipótese que se resolveu o modelo principal deste

---

No modelo de Etro (à frente) a hipótese de retornos constantes será abandonada e isso trará importantes desdobramentos para a dinâmica de pesquisa.

<sup>19</sup> Até o final deste capítulo, a título de simplificação, sempre que falarmos em probabilidade de inovação estaremos nos referindo à probabilidade por unidade de tempo.

<sup>20</sup> A derivação das duas expressões seguintes segue exatamente o mesmo raciocínio empregado no modelo do capítulo um.

capítulo. De fato, imagine que a incumbente tome como dado o nível de pesquisa  $\hat{z}(q)$  das entrantes. Devido à condição de livre entrada, o primeiro termo da expressão (2.4) é nulo, qualquer que seja a escolha  $z(q)$  da incumbente. Por seu turno, dado  $\hat{z}(q)$ , o segundo termo da expressão é estritamente decrescente em  $z(q)$ . Logo, visando maximizar seu retorno esperado, sob competição de Cournot, a escolha ótima de pesquisa da incumbente é sempre  $z(q) = 0$ , qualquer que seja o valor de  $\hat{z}(q)$ . As entrantes, por sua vez, explorarão todas as possibilidades de pesquisa existentes, qualquer que seja o valor de  $z(q)$ , visto terem retorno esperado estritamente crescente em  $\hat{z}(q)$ . O modelo se desenvolve, portanto, em um equilíbrio de Cournot-Nash na *patent race*.

Vamos agora alterar a *patent race* do modelo schumpeteriano do capítulo um, supondo que a incumbente seja Stackelberg-líder, isto é, tenha uma vantagem estratégica de movimento sobre as entrantes. O processo de escolha do investimento em pesquisa se desenvolve, portanto, em dois estágios. Primeiramente, a incumbente escolhe seu investimento  $z(q)$  em pesquisa, levando em conta que a pesquisa de cada entrante, no segundo estágio, será influenciada por esta escolha e que, além disso, o retorno esperado de seu investimento dependerá do volume de pesquisa das entrantes. Ou seja, a incumbente inclui em sua função objetivo uma *função de reação*  $\mu$  que capta a resposta das entrantes para cada uma de suas possíveis escolhas de P&D. No segundo estágio, cada entrante toma o investimento  $z(q)$  da incumbente como dado e, a partir daí, calcula seu nível ótimo de pesquisa  $\hat{z}(q) = \mu[z(q)]$ .

Tratemos agora do equilíbrio desta *patent race*. Sabemos que, em equilíbrio dinâmico, a taxa de inovação  $\iota^*$  é invariante nas indústrias e no tempo. Portanto, como a tecnologia de P&D é a mesma para incumbente e entrantes, temos que o investimento

agregado em pesquisa desfruta também desta mesma propriedade, o que nos permite representá-lo por  $z^*$ . No segundo estágio, supondo que a condição de livre entrada seja satisfeita com igualdade, as entrantes vão aproveitar todas as oportunidades de pesquisa deixadas em aberto pela entrante, isto é, a função de reação do conjunto de entrantes é dada por  $\hat{z} = z^* - z$ .

No primeiro estágio, a incumbente incorpora esta função de reação em sua função objetivo. Combinando a expressão (2.4) com a função de reação, temos que a incumbente escolhe seu investimento  $z(q)$  em P&D visando maximizar:

$$\left[ \frac{\eta}{q} V(\lambda q) - 1 \right] z(q) - \frac{\eta}{q} z^* V(q). \quad (2.5)$$

A condição de livre entrada em pesquisa implica que o primeiro termo da expressão acima é sempre nulo, qualquer que seja o nível de pesquisa da entrante. Já o segundo termo, devido à função de reação das entrantes, não pode ser influenciado pela escolha da incumbente.<sup>21</sup> Portanto, o retorno esperado de pesquisa da incumbente independe do investimento em P&D que ela faça, o que a torna indiferente acerca de seu gasto com a atividade de pesquisa.

A partir da análise acima, podemos concluir que, quando existe competição de Stackelberg no setor de pesquisa, com a incumbente desfrutando de vantagem de primeiro movimento, eliminamos o efeito Arrow do modelo. Isto é, temos um modelo de crescimento schumpeteriano compatível com incumbente ativa em P&D, o que, a princípio, parece solucionar o problema que havíamos apontado anteriormente acerca desta família de modelos. Todavia, esta solução não é satisfatória. De fato, a incumbente, ao se mover primeiro na *patent race*, é indiferente sobre quanto investir em

---

<sup>21</sup> A rigor, a incumbente modifica o valor do segundo membro quando escolha valores para  $z(q)$  superiores a  $z^*$ . Entretanto, isso reduziria seu retorno esperado de pesquisa e, assim, esta possibilidade pode ser afastada.

P&D e surge, então, uma indeterminação no que diz respeito à alocação da pesquisa agregada entre incumbente e entrantes. Consequentemente, este modelo não nos permite afirmar nada sobre a importância relativa de incumbente e entrantes no processo contínuo de inovação de insumos e, portanto, no crescimento econômico. Apesar disso, a taxa de crescimento da economia fica bem determinada e é igual à que encontramos no modelo do capítulo um.

Outro agravante, extremamente crítico, é que neste modelo a avaliação dos efeitos de políticas econômicas fica bastante comprometida. Independentemente de qual seja o instrumento cujo efeito se queira avaliar, seja um que incida apenas sobre a incumbente, apenas sobre as entrantes, ou sobre todas as firmas, não é possível determinar seu efeito sobre a divisão da pesquisa entre incumbente e entrantes.

## **II.2. Vantagem de custo**

Nesta seção, continuaremos com a hipótese de competição de Stackelberg em pesquisa e introduziremos uma modificação adicional no modelo. Vamos supor que a firma incumbente de determinada indústria, por ter sido a inventora da última geração do insumo, desfrute de maior produtividade em pesquisa do que as entrantes. Quando a qualidade da geração atual é  $q$ , para cada unidade de bem final utilizado em P&D, a incumbente obtém sucesso com probabilidade  $\frac{\eta}{q}$ , ao passo que para cada entrante a probabilidade é  $\frac{\hat{\eta}}{q}$ , com  $\eta > \hat{\eta}$ .

No segundo estágio, todas as oportunidades de pesquisa lucrativa deixadas em aberto pela incumbente são aproveitadas pelas entrantes. A função de reação das entrantes é então dada por:

$$\hat{z}(q) = \frac{q}{\hat{\eta}} \iota^* - \frac{\eta}{\hat{\eta}} z, \quad (2.6)$$

onde  $\iota^*$  é a probabilidade agregada de inovação, constante em equilíbrio e determinada da mesma maneira que no modelo do capítulo anterior.

A condição de livre entrada em P&D é:

$$\frac{\hat{\eta}}{q} V(\lambda q) - 1 = 0, \quad (2.7)$$

ao passo que, a partir da função de reação das entrantes, o retorno esperado de pesquisa da incumbente pode ser escrito como:

$$\left[ \frac{\eta}{q} V(\lambda q) - 1 \right] z(q) - \iota^* V(q). \quad (2.8)$$

Comparando as equações (2.7) e (2.8) e lembrando que  $\eta > \hat{\eta}$ , percebe-se que o retorno esperado da incumbente é crescente em  $z(q)$ . No primeiro estágio da *patent race*, isso induzirá a incumbente a elevar  $z(q)$  o máximo possível, até que não restem mais oportunidades de pesquisa lucrativa para as entrantes. Portanto, nesta nova configuração, com competição de Stackelberg e custos diferenciados em P&D, toda a pesquisa será empreendida pela firma incumbente, em todas as indústrias.

O resultado do modelo, em termos de inovação e crescimento, dependerá do tamanho da vantagem de custo da incumbente sobre as entrantes. Existem duas possibilidades. Seja  $\eta^*$  um valor de corte<sup>22</sup>. Caso a vantagem de custo da incumbente seja pequena, no sentido de valer  $\frac{\eta}{\hat{\eta}} < \eta^*$ , a incumbente elevará  $z(q)$  apenas até o ponto em que não restem mais oportunidades de pesquisa para as entrantes. Neste caso, a inovação agregada e a taxa de crescimento serão as mesmas do modelo base. No caso de

---

<sup>22</sup> Para mais detalhes sobre este valor de corte, veja Barro e Sala-i-Martin (2004: 336).

a vantagem de custo ser grande ( $\frac{\eta}{\bar{\eta}} > \eta^*$ ), a incumbente irá elevar  $z(q)$  além deste ponto, alterando assim a taxa de crescimento de equilíbrio. Nos dois casos, toda a inovação será empreendida por incumbentes e não haverá entrada na trajetória de equilíbrio da economia.

### **II.3. O modelo de Etro (2004 e 2008)**

Etro (2004) desenvolve uma nova base lógica para analisar as *patent races*. As principais diferenças em relação à estrutura básica de P&D com a qual vínhamos trabalhando até aqui são as suposições de custo fixo de participação e retornos decrescentes em pesquisa. Assim como nas seções anteriores deste capítulo, continuaremos supondo que a incumbente goza de vantagem de primeiro movimento em P&D. De acordo com Etro (2004), esta suposição de vantagem estratégica da incumbente parece bastante natural. A firma incumbente foi a responsável pelo desenvolvimento da tecnologia de fronteira e é razoável supor que isto esteja associado a alguma vantagem de movimento na *patent race* subsequente. Além disso, o autor argumenta que esta vantagem estratégica pode decorrer de alguma pequena vantagem tecnológica da firma incumbente, que a habilite a estar à frente das demais nas suas decisões de pesquisa.

Será visto nesta seção que, num contexto com incumbente Stackelberg-líder em P&D e livre entrada, o efeito Arrow desaparece e, ao contrário do que ocorre nos modelos tradicionais, os incentivos da firma incumbente para investir em P&D são maiores do que os de qualquer outra firma. Etro (2008) aplica esta estrutura a um modelo schumpeteriano de crescimento, com inovação vertical realizada tanto por entrantes como por incumbentes. Dois resultados interessantes surgem. Em primeiro

lugar, a taxa de crescimento sob Stackelberg é menor do que sob competição de Cournot-Nash. Segundo, e o que aqui mais nos interessa, algumas políticas econômicas podem ter um efeito (qualitativamente) diferente sobre a taxa de crescimento do que o previsto pelos modelos schumpeterianos tradicionais. A análise que se segue é baseada em Etro (2004 e 2008).

Em determinada indústria, existe uma firma incumbente que domina a tecnologia de fronteira e auferem um fluxo de lucro  $\pi > 0$ . Além dela, existem  $n$  firmas entrantes que visam tomar o seu lugar. As  $n + 1$  firmas competem pelo desenvolvimento de uma nova tecnologia que tornará obsoleta a tecnologia atual e lhes dará direito a uma patente de valor  $V > 0$ . Para participar da *patent race*, cada entrante  $i$  incorre num custo fixo positivo  $F < V$  e obtém sucesso com (um fluxo de) probabilidade  $h(\hat{z}_i)$ , onde  $\hat{z}_i$  representa o fluxo de recursos investido por ela na pesquisa. A incumbente compartilha desta mesma tecnologia de P&D. Sobre a função  $h$  impomos as seguintes propriedades:  $h(0) = 0$ ,  $\forall z \geq 0$ ;  $h'(\cdot) > 0$ ;  $h''(\cdot) < 0$  e  $\lim_{z \rightarrow 0} h'(z) > \frac{1}{V-F}$ .

É interessante fazer alguns comentários sobre as diferenças entre a tecnologia de P&D deste modelo e a do modelo do capítulo um. Em primeiro lugar, neste modelo o número de participantes da *patent race* é determinado. Nos modelos schumpeterianos tradicionais, a existência de retornos constantes à escala resulta numa indeterminação da quantidade de entrantes que dividem o mercado de pesquisa, sendo possível conhecer apenas o nível agregado de pesquisa. Neste modelo, a tecnologia de P&D está sujeita a retornos decrescentes à escala, o que nos permite conhecer não apenas o investimento agregado em P&D das entrantes, mas também o volume de investimento de cada uma individualmente. Em segundo lugar, no momento em que a disputa por patentes se

inicia, cada firma que quiser participar, inclusive a incumbente, deve pagar um valor fixo para isso, o qual pode ser entendido, por exemplo, como representando a aquisição de algum equipamento necessário à execução da pesquisa. Iniciada a *patent race*, as firmas participantes incorrem, tal como antes, apenas num fluxo de gastos determinante da probabilidade de sucesso.

Tal como anteriormente, a inovação segue um processo estocástico de Poisson, com independência estatística entre todas as atividades de pesquisa e probabilidade desprezível de que duas ou mais inovações ocorram em um intervalo curto de tempo. Isso nos permite escrever a probabilidade agregada de inovação como:

$$p = h(z) + \sum_{i=1}^n h(\hat{z}_i), \quad (2.9)$$

onde  $z$  é o fluxo de recursos empregados em pesquisa pela incumbente.

A partir do cenário descrito acima, podemos calcular a função objetivo de cada uma das firmas envolvidas na *patent race*.<sup>23</sup> Suponha que o tempo é contínuo, que  $r$  é a taxa exógena de juros da economia e que partimos do instante  $t = 0$ . Da equação (2.9) e das propriedades da distribuição de Poisson, sabe-se que a probabilidade de que entre 0 e  $t > 0$  não ocorra nenhuma inovação é dada por  $e^{-pt}$ . Dada a ausência de inovação entre 0 e  $t$ , a firma incumbente auferirá lucro  $\pi dt$  e incorrerá em um gasto de pesquisa  $z dt$  entre  $t$  e  $t + dt$ . Com probabilidade  $h(z) dt$ , a incumbente inova e passa a receber um fluxo de lucros cujo valor presente é  $V$ . Com probabilidade  $\sum_{i=1}^n h(\hat{z}_i) dt$ , quem inova primeiro é alguma das entrantes e o valor da incumbente vai a zero. A partir do que foi dito acima, e lembrando que o custo  $F$  é desembolsado pela firma apenas no início da

---

<sup>23</sup> Este desenvolvimento segue Tirole (1988, cap. 10).

*patent race*, pode-se escrever o valor presente do fluxo esperado de lucros da incumbente como:

$$\Pi = \int_0^{+\infty} e^{-rt} e^{-pt} [\pi + h(z)V + h(\hat{z}).0 - z] dt - F.$$

Uma argumentação análoga nos conduz ao valor presente de cada entrante  $i$ :

$$\hat{\Pi}_i = \int_0^{+\infty} e^{-rt} e^{-pt} [h(\hat{z})V + h(z).0 - \hat{z}] dt - F.$$

Simplificando as equações acima, e utilizando a equação (2.9), encontramos as seguintes expressões para o valor da incumbente e de cada entrante, respectivamente:

$$\Pi = \frac{h(z)V + \pi - z}{r + h(z) + \sum_{j=1}^n h(\hat{z}_j)} - F \quad (2.10)$$

e

$$\hat{\Pi}_i = \frac{h(\hat{z}_i)V - \hat{z}_i}{r + h(z) + \sum_{j=1}^n h(\hat{z}_j)} - F. \quad (2.11)$$

Portanto, podemos escrever o investimento em pesquisa  $z$  da incumbente e o investimento  $\hat{z}_i$  de cada entrante, respectivamente, como:

$$z = \arg \max_z \Pi \quad (2.12)$$

e

$$\hat{z}_i = \arg \max_{\hat{z}_i} \hat{\Pi}_i, \quad (2.13)$$

onde  $\Pi$  e  $\hat{\Pi}_i$  são dados pelas equações (2.10) e (2.11), respectivamente.

No que se segue, vamos assumir que existe competição de Stackelberg em pesquisa e que a incumbente desfruta de uma vantagem estratégica de movimento sobre

as entrantes, isto é, que ela é a primeira firma a definir qual será seu investimento em P&D. Formalmente, vamos modelar a *patent race* em dois estágios. No primeiro estágio, a incumbente decide se deseja ou não realizar pesquisa e, em caso afirmativo, determina o montante  $z$  de seu fluxo de investimento. No estágio seguinte, cada firma entrante escolhe seu volume  $\hat{z}_i$  de investimento, levando em conta o valor de  $z$  determinado pela incumbente e tomando como dado o investimento em pesquisa das demais entrantes.<sup>24</sup>

Como de costume, devemos resolver primeiro o segundo estágio e, após obter as funções de reação das entrantes, partir para a solução do primeiro estágio. Cada entrante  $i$  escolhe um valor para  $\hat{z}_i$  tal que a condição de primeira ordem<sup>25</sup>:

$$[h'(\hat{z}_i)V - 1] \left[ r + h(z) + \sum_{j=1}^n h(\hat{z}_j) \right] = h'(\hat{z}_i)[h(\hat{z}_i)V - \hat{z}_i] \quad (2.14)$$

seja satisfeita. A condição de segunda ordem sempre é satisfeita devido à concavidade de  $h(\cdot)$ . Além disso, a hipótese  $\lim_{z \rightarrow 0} h'(z) > \frac{1}{V-F}$  descarta a existência de soluções de canto para o problema das entrantes.

A equação acima define a função (implícita) de reação das entrantes, de modo que podemos escrever  $\hat{z}_i = \phi(z)$ , com  $\phi'(z) > 0$ .<sup>26</sup> Podemos observar que, neste estágio, o equilíbrio é simétrico entre as entrantes, isto é, dado o número de firmas envolvidas na *patent race*, o volume de investimento em pesquisa feito por cada entrante será o mesmo. Desta forma, vamos daqui para frente omitir os índices e denotar

<sup>24</sup> Note que temos um equilíbrio perfeito de subjogo, com as entrantes jogando Nash no segundo estágio.

<sup>25</sup> Para a obtenção da condição de primeira ordem (2.14), veja o apêndice 2.1.

<sup>26</sup> O aspecto crescente de  $\phi(\cdot)$  pode ser mostrado pela diferenciação total da expressão (2.14).

o investimento de cada entrante apenas por  $\hat{z}$ . No primeiro estágio, a escolha da líder deve satisfazer à seguinte condição de primeira ordem<sup>27</sup>:

$$[h'(z)V - 1] \left[ r + h(z) + \sum_{j=1}^n h(\hat{z}_j) \right] = \left\{ h'(z) + \frac{d}{dz} nh[\phi(z)] \right\} [h(z)V + \pi - z]. \quad (2.15)$$

Assumiremos que a condição de segunda ordem é sempre satisfeita.

Existem duas soluções possíveis para o modelo acima, cada uma correspondente a uma hipótese sobre a quantidade  $n$  de entrantes na *patent race*. Podemos supor que, além da firma incumbente, existe um conjunto dado de firmas aptas a desenvolver a pesquisa, de modo que temos um valor fixo para  $n$ . A outra opção é supor, tal como nos modelos de crescimento schumpeterianos tradicionais, que não existe nenhum tipo de barreira à entrada em P&D, sendo  $n$  determinado endogenamente. Em qualquer caso, temos que o investimento em P&D e a inovação são realizados tanto por *outsiders* como pela própria firma incumbente.

O primeiro caso, sem livre entrada em pesquisa, não é de grande interesse neste trabalho, uma vez que não é este o cenário que tipicamente encontramos nos modelos schumpeterianos de crescimento.<sup>28</sup> Vale notar apenas que, sob competição de Stackelberg sem livre entrada, a firma incumbente investe menos em P&D do que cada uma das entrantes, o que está em linha com o resultado encontrado no modelo schumpeteriano básico que analisamos no capítulo anterior. Isto significa que o efeito Arrow continua valendo neste cenário<sup>29</sup>. Todavia, conforme veremos abaixo, ao

---

<sup>27</sup> O procedimento para obtenção desta condição de primeira ordem é análogo ao que desenvolvemos no apêndice 2.1.

<sup>28</sup> Para um desenvolvimento rigoroso do modelo neste contexto, veja o Apêndice Técnico de Etro (2004).

<sup>29</sup> Vale recordar que chamamos de efeito Arrow o fato de, em equilíbrio, a firma incumbente ter um incentivo a investir em pesquisa menor do que uma firma entrante. Como analisamos anteriormente, a

contrário do que ocorre nos modelos schumpeterianos tradicionais, neste o efeito Arrow desaparece quando existe livre entrada em P&D.

Suponha agora que existe livre entrada no mercado de pesquisa, de modo que a quantidade de firmas engajadas em inovação seja uma variável endógena do modelo. Diferentemente do que ocorria no contexto anterior, agora a firma incumbente deve incorporar ao seu problema de otimização não apenas a função de reação de cada entrante, mas também o efeito de sua decisão de investimento em P&D sobre o número de firmas entrantes que competirão com ela pela inovação.

Novamente, começamos a resolução do modelo pelo problema das entrantes, isto é, pelo segundo estágio da *patent race*. Devido à simetria do modelo, todas as entrantes investem o mesmo montante em P&D. Dado o investimento  $z$  da firma incumbente, note que o ganho esperado de pesquisa de cada entrante é estritamente decrescente na quantidade  $n$  de entrantes. Para perceber isto, observe a equação (2.11), que denota o ganho esperado de uma entrante, e faça  $n$  variar, tomando  $z$  como dado. Desta forma, haverá entrada até o ponto em que se esgotem todas as oportunidades existentes de entrada lucrativa. Em equilíbrio, a quantidade  $n$  de entrantes pode, portanto, ser determinada a partir da condição de lucro zero:

$$h(\hat{z})V - \hat{z} = F[r + nh(\hat{z}) + h(z)] \quad (2.16)$$

Substituindo a equação acima em (2.14), obtemos:

$$h'(\hat{z})(V - F) = 1, \quad (2.17)$$

que determina implicitamente o investimento em pesquisa de equilíbrio  $\hat{z}^*$  de cada entrante como função de  $V$  e  $F$ . Note que, em equilíbrio, a decisão de investimento das

---

passividade em P&D das incumbentes, nos modelos schumpeterianos, decorre basicamente de coexistirem o efeito Arrow e a hipótese de livre entrada em pesquisa.

entrantes não depende do investimento realizado (no primeiro estágio) pela incumbente. Todo o efeito deste se dá sobre a quantidade de firmas entrantes que se estabelecerão no mercado de P&D. De fato, rearranjando a equação (2.16), temos que:

$$n = \frac{V}{F} - \frac{\hat{z}^*}{h(\hat{z}^*)F} - \frac{r + h(z)}{h(\hat{z}^*)}, \quad (2.18)$$

o que deixa claro o efeito negativo do investimento da incumbente sobre a quantidade de entrantes que irão se aventurar em pesquisa.

A partir da quantidade de entrantes, dada pela equação (2.18), e do investimento em P&D de cada entrante, dado pela equação (2.17), é possível determinar o gasto em pesquisa  $z$  da incumbente, no primeiro estágio da *patent race*. A expressão:

$$h'(z) V = 1 \quad (2.19)$$

define implicitamente este valor. Comparando as equações (2.17) e (2.19), podemos notar que, em equilíbrio, o investimento em pesquisa da incumbente é maior do que o de cada entrante. Este resultado é oposto ao que encontramos quando supomos  $n$  fixo. De certa forma, isto significa que o efeito Arrow desaparece em um mercado de P&D caracterizado por competição de Stackelberg, custo fixo de participação, retornos decrescentes e livre entrada. Este resultado é bastante interessante e abre uma porta importante para que se analise o crescimento via inovação vertical em um contexto no qual as firmas da fronteira tecnológica desempenham um papel chave no processo continuado de pesquisa e inovação.

O modelo de Etro (2004), desenvolvido nos parágrafos anteriores, apresenta uma *patent race* que se diferencia daquela dos modelos schumpeterianos tradicionais principalmente por apresentar a atividade de pesquisa sendo compartilhada por incumbente e entrantes, sob competição de Stackelberg. É possível aplicar esta análise a

um modelo schumpeteriano de crescimento econômico. A partir do modelo de Barro e Sala-i-Martin (2004), Etro (2004), de maneira breve, e Etro (2008), de maneira mais aprofundada, mostram como este novo racional de *patent races* pode ser aplicado para analisar o crescimento através de inovação vertical e quais são os efeitos de algumas políticas econômicas neste novo contexto. O principal resultado a que se chega nessa aplicação é que a taxa de crescimento na BGP pode ser aumentada através de subsídios à pesquisa tanto da incumbente como das entrantes e através de barreiras à entrada.<sup>30</sup> Estes resultados estão claramente em desacordo com os dos modelos schumpeterianos tradicionais, que analisamos no capítulo um.

No que segue serão feitas algumas considerações finais sobre os resultados encontrados neste capítulo. Na primeira seção, mostrou-se que a *patent race* do modelo do capítulo um se desenvolve sob competição de Cournot em pesquisa. Em seguida, esta *patent race* foi modificada no sentido de proporcionar à incumbente uma vantagem de primeiro movimento sobre as entrantes. A principal conclusão a que se chegou foi que isso leva a incumbente a ser indiferente acerca do seu investimento em pesquisa. Saímos, portanto, do mundo do capítulo um, no qual a incumbente tinha como escolha ótima não realizar nenhum gasto em P&D. Porém, nesta configuração, o modelo se mostra indeterminado no que diz respeito ao volume de pesquisa tanto da incumbente como das entrantes. Na segunda seção, a hipótese de competição de Stackelberg foi mantida, e foi suposto que a incumbente desfruta de uma vantagem de custo de pesquisa sobre as entrantes. Sob esta configuração, o modelo implica que toda a atividade de

---

<sup>30</sup> Diferentemente do modelo do capítulo um, a existência de custos fixos de pesquisa no modelo de Etro (2004) permite que as barreiras à entrada sejam tratadas de maneira independente do subsídio/imposto sobre P&D. De fato, quando dizemos que neste modelo uma política que eleve as barreiras à entrada induz o crescimento, estamos nos referindo a uma política que de alguma maneira aumente o custo fixo no qual as firmas devem incorrer para participar da *patent race*.

pesquisa da economia é realizada pelas firmas incumbentes, com as entrantes desempenhando um papel nulo no avanço da fronteira tecnológica.

Nas duas primeiras seções, portanto, conseguimos reverter aquilo que foi apontado como grande deficiência dos modelos schumpeterianos, o fato de as firmas detentoras da tecnologia de ponta não realizarem P&D e, portanto, não contribuírem para a expansão da fronteira tecnológica. Todavia, é difícil concluir que conseguimos um grande avanço em relação ao modelo do capítulo um. Na primeira seção, a indeterminação da partilha de pesquisa entre incumbente e entrantes significa que a avaliação dos efeitos de políticas econômicas sobre a inovação e o crescimento fica significativamente prejudicada. Na segunda, chegamos a um modelo no qual não há entrada, de modo que todas as firmas incumbentes serão eternamente monopolistas em sua indústria.

Na seção três, analisamos o modelo de Etro (2004), cujo contexto da *patent race* é caracterizado por retornos decrescentes, custo fixo de participação e competição de Stackelberg. Quando existe livre entrada em pesquisa, este modelo gera resultados bastante interessantes em termos da dinâmica da pesquisa e da inovação. Em cada indústria, a atividade de P&D é desenvolvida tanto pela incumbente como pelas entrantes e, além disso, a primeira tem incentivos maiores a pesquisar do que as demais. Quando aplicamos este modelo de *patent race* a um modelo de crescimento schumpeteriano, as conclusões são surpreendentes no que diz respeito aos efeitos de políticas de inovação e crescimento.

A intuição por trás dos resultados que encontramos neste capítulo é bastante simples. Quando a incumbente não desfruta de vantagem de movimento sobre as entrantes e, portanto, toma a decisão de pesquisa das entrantes como dada, seu

investimento em P&D tem um efeito duplo sobre seu valor de mercado. Por um lado, este investimento aumenta o retorno esperado da pesquisa por aumentar a probabilidade de que a incumbente inove e adquira a patente da nova tecnologia. Por outro lado, ao investir em pesquisa, a incumbente aumenta a probabilidade de que sua patente atual seja sucateada, o que fatalmente ocorre quando uma nova tecnologia é desenvolvida.<sup>31</sup> É importante ter em mente que a incumbente deriva seu valor de mercado do fluxo de lucros que a patente atual lhe proporciona e que, através deste segundo efeito, sua atividade de pesquisa aumenta a probabilidade de que este fluxo seja interrompido. Naturalmente, a decisão de pesquisa da incumbente depende de qual dos dois efeitos acima é dominante. Nos modelos schumpeterianos tradicionais, onde supomos competição de Cournot no mercado de pesquisa, o segundo efeito predomina e, por isso, o incentivo a pesquisar de cada entrante é maior do que o da incumbente.

A situação é diferente quando, como nos modelos vistos neste capítulo, a incumbente desfruta de uma vantagem de primeiro movimento em pesquisa sobre as entrantes. Dada a escolha da incumbente no primeiro estágio da *patent race*, cada entrante, no segundo estágio, tratará de maximizar seu retorno em P&D a partir das oportunidades de pesquisa deixadas em aberto pela incumbente. Em equilíbrio, incumbente e entrantes, juntas, determinarão a probabilidade agregada de inovação, que em última instância, é dada pelas oportunidades existentes de entrada lucrativa. Desta forma, a incumbente, ao decidir seu investimento em pesquisa considerando a função de reação das entrantes, age como se tomasse como dada a probabilidade de perder sua patente atual.<sup>32</sup> Isto implica que o segundo efeito de que tratamos no parágrafo anterior

---

<sup>31</sup> Da equação (2.9), repare que, se a incumbente toma como dado o gasto em pesquisa das entrantes, a probabilidade agregada de que ocorra uma inovação é crescente em seu próprio gasto de pesquisa.

<sup>32</sup> Compare, por exemplo, as equações (2.4) e (2.5) para notar este fato.

desaparece, restando apenas o efeito positivo de seu gasto em pesquisa sobre a probabilidade de que ela inove e, com isso, aumentar seu valor de mercado.

## CAPÍTULO III: INOVAÇÃO INCREMENTAL E INOVAÇÃO RADICAL

### III.1. Idéia central

O artigo de Acemoglu e Cao (2010) traz um dos modelos mais recentes que tentam compatibilizar crescimento schumpeteriano com firma incumbente ativa em pesquisa. A estrutura formal do modelo é bastante similar à do modelo que apresentamos no capítulo um. A diferença principal consiste na suposição de que existem duas tecnologias de P&D, às quais correspondem dois diferentes tipos de inovação vertical: *radical* e *incremental*. Tanto incumbentes como entrantes têm acesso à tecnologia de pesquisa que dá origem a inovações radicais, que é basicamente a inovação da qual tratamos até aqui. Existe livre entrada neste sub-setor e, devido ao efeito Arrow, as incumbentes não se engajam neste tipo de pesquisa. De outra natureza é a inovação incremental, cujo aumento de qualidade produzido não é tão grande como o do primeiro tipo, e cuja tecnologia está acessível apenas para as firmas incumbentes. Acemoglu e Cao (2010) argumentam que esta estrutura de P&D, com incumbentes se concentrando em melhorias incrementais e *outsiders* objetivando inovações mais profundas, tem fundamento empírico. Citam cinco trabalhos empíricos que apontam nessa direção, dentre os quais se destaca o de Akcigit e Kerr (2010).

O modelo de Acemoglu e Cao (2010) produz resultados bastante interessantes em termos de crescimento econômico e efeitos da política econômica.<sup>33</sup> Neste capítulo, depois de apresentar o modelo (seção II), nosso principal objetivo será analisar quais são suas implicações acerca dos efeitos de políticas econômicas sobre a inovação e o crescimento, assim como comparar estas implicações com as derivadas dos modelos

---

<sup>33</sup> O modelo também se destaca por sua grande utilidade no estudo da (dinâmica da) distribuição do tamanho das firmas inovadoras. Neste trabalho, não exploraremos esta dimensão do modelo.

schumpeterianos usuais. Tal como em Etro (2008), este modelo sugere que a incorporação de incumbentes ativas em P&D ao cenário schumpeteriano enriquece a análise de políticas econômicas e mostra que seus efeitos sobre inovação e crescimento são mais complexos do que sugerem os modelos schumpeterianos tradicionais.

### III.2. O modelo de Acemoglu e Cao (2010)

A estrutura do modelo é basicamente igual à do modelo do capítulo um no que se refere às preferências dos consumidores e aos setores de bem final e de insumos. Modifica-se apenas o peso da qualidade na função de produção do bem final e o custo marginal de cada insumo. No entanto, a diferença principal está na estrutura do setor de pesquisa.

Apenas firmas incumbentes têm acesso à tecnologia de P&D que gera inovação incremental sobre os diversos insumos. Uma incumbente que use  $z(j, t)q(j, t)$  unidades do bem final em pesquisa, visando melhorar um insumo de qualidade corrente  $q(j, t)$ , obtém um fluxo de probabilidade de inovação de  $\phi[z(j, t)]$ , com  $\phi$  estritamente crescente, côncava e tal que  $\phi(0) = 0$  e  $\lim_{z \rightarrow 0} \phi'(z) = +\infty$ . Se bem sucedida, a incumbente tem acesso à tecnologia de produção de uma nova geração do insumo, com qualidade  $\lambda q(j, t)$ .

Por outro lado, existe livre entrada em pesquisa radical, isto é, qualquer firma tem acesso a esta tecnologia. Todavia, neste tipo de pesquisa vale o efeito Arrow e, portanto, apenas entrantes tentam obter inovações radicais. Cada unidade de bem final utilizada em P&D radical por uma entrante, quando a qualidade corrente do insumo é  $q(j, t)$ , gera um fluxo de probabilidade de sucesso de  $\frac{\eta[\hat{z}(j, t)]}{q(j, t)}$ , onde  $\hat{z}(j, t)$  é o gasto total

das entrantes em pesquisa radical sobre o insumo  $j$ , em  $t$ . Supõe-se que, em qualquer indústria, cada entrante é suficientemente pequena e toma  $\hat{z}(j, t)$  como dado. A função  $\eta$  é suposta continuamente diferenciável e tal que  $\eta'(\cdot) < 0$ <sup>34</sup>,  $\lim_{z \rightarrow \infty} \eta(z) = 0$  e  $\lim_{z \rightarrow 0} \eta(z) = +\infty$ . Por fim, assumimos que  $z\eta(z)$  é estritamente crescente, isto é, que a probabilidade total de inovação radical, em determinada indústria, responde sempre positivamente ao investimento total em pesquisa radical. Se bem sucedida, uma entrante eleva a qualidade do insumo para  $\kappa q(j, t)$ , com  $\kappa > \lambda$ .<sup>35</sup>

A função de produção do bem final é dada por:

$$Y(t) = \frac{1}{1 - \beta} \left[ \int_0^1 q(j, t)^\beta x(j, t|q)^{1-\beta} dj \right] L^\beta, \quad (3.1)$$

onde  $x(j, t|q)$  é a quantidade utilizada do insumo  $j$  no instante de tempo  $t$ .<sup>36</sup> Assim como no modelo apresentado no capítulo um, na equação (3.1) está implícito que apenas a geração de maior qualidade de cada insumo é utilizada na produção do bem final. Mais uma vez, o bem final será o numerário do modelo, tendo, portanto, seu preço normalizado para um, a todo instante  $t$ .

No setor produtor de insumos, supomos que (quando já inventado) qualquer insumo de qualidade  $q(j, t)$  pode ser produzido a um custo marginal constante igual a

---

<sup>34</sup> O perfil estritamente decrescente da função  $\eta(\cdot)$  reflete o fato de que, quanto maior for a quantidade de firmas concorrendo pela mesma inovação, menor será a probabilidade de que uma firma específica seja bem sucedida.

<sup>35</sup> De acordo com os autores, a evidência empírica existente suporta a idéia, presente no modelo, de que as inovações de firmas entrantes são mais “radicais” do que as das incumbentes, isto é, promovem uma melhoria de qualidade mais significativa.

<sup>36</sup> Comparando esta função de produção com a do capítulo um, nota-se que aqui a qualidade de cada insumo  $j$  está elevada ao expoente  $\beta < 1$ , ao passo que no outro modelo ela estava implicitamente elevada a um expoente unitário. Isso significa que, neste modelo, os produtores de bem final dão um peso menor à qualidade dos insumos do que davam os produtores no modelo base.

$\psi$ .<sup>37</sup> Por conveniência matemática, e sem perda de generalidade, vamos arbitrar  $\psi \equiv 1 - \beta$ . Por conseguinte, obtemos que:

$$X(t) = (1 - \beta) \int_0^1 x(j, t) dj \quad (3.2)$$

e

$$Z(t) = \int_0^1 [z(j, t) + \hat{z}(j, t)] q(j, t) dj, \quad (3.3)$$

onde  $X(t)$  e  $Z(t)$  representam, respectivamente, a quantidade total de bem final utilizada na produção de insumos e em P&D.<sup>38</sup>

Vamos derivar agora as condições de equilíbrio dinâmico do modelo. Por equilíbrio dinâmico entendemos uma *alocação dinâmica*<sup>39</sup> na qual, a todo instante, (1) a escolha de investimento em P&D de cada firma entrante maximiza seu valor presente líquido, (2) as escolhas de preço e investimento em pesquisa de cada firma incumbentes maximiza seu valor presente líquido, (3) os consumidores maximizam sua utilidade, (4) os produtores do bem final maximizam seu lucro e (5) os mercados de trabalho e de bem final estão em equilíbrio.

Os produtores do bem final operam sob concorrência perfeita e visam maximizar seu lucro, dado por:

---

<sup>37</sup> Em termos de função de produção, estamos dizendo que o bem final é o único fator de produção requerido para a fabricação de insumos e que cada unidade de insumo requer, para sua produção,  $\psi$  unidades do bem final.

<sup>38</sup> Note que  $X(t)$  e  $Z(t)$  são, também, o gasto total na produção de insumos e em pesquisa, respectivamente.

<sup>39</sup> Uma alocação dinâmica é definida por duas trajetórias temporais, quais sejam:  $[C(t), X(t), Z(t), r(t), w(t)]_{t=0}^{+\infty}$  e  $[z(j, t), \hat{z}(j, t)]_{j \in [0,1], t=0}^{+\infty}$ .

$$P^Y(t)Y(t) - \int_0^1 p^x(j, t|q)x(j, t)dj - w(t)L,$$

onde  $P^Y(t)$  é o preço do bem final e  $p^x(j, t|q)$  é o preço do insumo  $j$ , no instante  $t$ . As demandas por insumos, portanto, tomam a seguinte forma<sup>40</sup>:

$$x(j, t) = p^x(j, t|q)^{-\frac{1}{\beta}}q(j, t)L, \quad \forall j \in [0,1], \quad (3.4)$$

De posse dessa informação, os produtores de insumos, no regime de preço de monopólio<sup>41</sup>, precificam:

$$p^x(j, t|q) = 1, \quad (3.5)$$

para qualquer insumo  $j \in [0,1]$ .<sup>42</sup> Na equação (3.4), note que as funções de demanda por insumos são isoelásticas, o que implica que os monopolistas produtores de insumos precificam através de um *markup* constante sobre o custo marginal. Neste modelo em particular o *markup* é igual a  $\frac{1}{1-\beta}$ .

É importante salientar que o preço expressado na equação (3.5) é praticado tanto por firmas incumbentes recém estabelecidas no mercado – isto é, firmas entrantes bem sucedidas em inovação radical –, como por firmas incumbentes pré-estabelecidas – isto é, firmas incumbentes que expandiram a fronteira tecnológica via inovação incremental. Isto se deve à suposição de que as firmas entrantes absorvem imediatamente todo o conhecimento associado às inovações incrementais realizadas pela incumbente, de modo que a probabilidade de uma entrante ser bem sucedida em inovação radical não depende do número de inovações incrementais já realizadas pela incumbente.

---

<sup>40</sup> Veja demonstração no apêndice 3.1.

<sup>41</sup> Para que este seja de fato o regime vigente, devemos impor  $\kappa \geq \left(\frac{1}{1-\beta}\right)^{\frac{1-\beta}{\beta}}$ .

<sup>42</sup> Veja demonstração no apêndice 3.2.

Combinando as equações (3.4) e (3.5), obtemos a quantidade de cada insumo  $j$  utilizada na produção do bem final, a cada instante  $t$ :

$$x(j, t|q) = q(j, t)L. \quad (3.6)$$

A partir das equação acima, pode-se determinar o fluxo de lucros auferido por uma firma incumbente cujo insumo seja de qualidade  $q$ :

$$\pi(j, t|q) = \beta q(j, t)L. \quad (3.7)$$

Combinando as equações (3.1) e (3.6), obtemos uma nova expressão para a quantidade total produzida de bem final:

$$Y(t) = \frac{1}{1 - \beta} Q(t)L, \quad (3.8)$$

onde:

$$Q(t) \equiv \int_0^1 q(j, t) dj \quad (3.9)$$

é um índice das diferentes qualidades dos insumos  $j \in [0,1]$ . Mais exatamente, note que se trata da qualidade média dos insumos.<sup>43</sup> Podemos utilizar este índice para reescrever a quantidade total de bem final utilizada na produção de insumos, dada pela equação (3.2):

$$X(t) = (1 - \beta)Q(t)L. \quad (3.10)$$

Também, dado que o mercado de trabalho é competitivo e que este fator é utilizado somente na produção do bem final, o salário desta economia é igual ao valor do produto

---

<sup>43</sup>  $Q(t)$  será a única variável de estado da economia. Como, por hipótese,  $q(j, 0) > 0, \forall j \in [0,1]$ , temos que  $Q(0) > 0$  é uma condição inicial do problema de otimização dinâmica com o qual nos defrontamos neste modelo.

marginal do trabalho neste setor. Tendo em conta que o bem final é o numerário do modelo, o salário no instante  $t$  é então dado por:

$$w(t) = \frac{\partial Y(t)}{\partial L}$$

que, de (3.1), implica:

$$w(t) = \frac{1}{1-\beta} Q(t) \quad (3.11).^{44}$$

No setor de P&D, precisamos determinar o investimento em pesquisa de equilíbrio de incumbentes e entrantes. O valor de mercado da firma incumbente é dado pelo valor presente esperado do fluxo de lucros por ela auferido até o instante em que for deslocada desta posição por alguma entrante bem sucedida em pesquisa. Matematicamente, define-se então a função valor  $V(j, t|q)$  da incumbente do insumo  $j$ , em  $t$ , como:

$$V(j, t|q) = \mathbb{E}_t \left\{ \int_t^{T(j, t|q)} e^{-\int_t^{t+s} r(\bar{s}) d\bar{s}} [\pi(j, s|q) - z(j, s|q)q(j, s)] ds \right\}, \quad (3.12)$$

onde  $\mathbb{E}_t$  é o operador esperança e  $T(j, t) - t$  é a vida útil da firma incumbente<sup>45</sup>, a partir do instante  $t$ . Naturalmente, devido à aleatoriedade das inovações,  $T(j, t|q)$  é uma variável aleatória<sup>46</sup> e, como a ocorrência de inovações segue um processo de Poisson,  $T(j, t|q)$  tem distribuição exponencial dada por:

<sup>44</sup> Utilizando esta equação no cálculo do lucro das firmas produtoras do bem final, vê-se que seu lucro é nulo, como de fato deve ocorrer sob concorrência perfeita.

<sup>45</sup> Isto é, é o tamanho do intervalo de tempo que se inicia em  $t$  e se encerra no instante em que alguma firma entrante obtém sucesso em inovação e, desta forma, expulsa do mercado a firma que era incumbente desde o instante  $t$ .

<sup>46</sup> Note que  $q(j, s)$  também é variável aleatória, com lei de movimento dada por:

$$q(j, t + \Delta) = \begin{cases} \lambda q(j, t), & \text{com prob. } \phi[z(t)]\Delta + o(\Delta) \\ q(j, t), & \text{com prob. } 1 - \phi[z(t)]\Delta + o(\Delta), \\ \text{outros valores,} & \text{com prob. } o(\Delta) \end{cases}$$

$$F_T(s) = \text{Prob} [T(j, t) \geq t + s] = \mathbb{E}_t \left[ e^{-\int_0^s \hat{z}(j, t+\bar{s}) \eta[\hat{z}(j, t+\bar{s})] d\bar{s}} \right].$$

De acordo com Acemoglu e Cao (2010), sob escolha ótica de pesquisa  $z(j, t)$  pelas incumbentes, a função valor  $V(j, t|q)$  satisfaz a equação HJB padrão. Isto nos permite escrever:

$$\begin{aligned} & r(t)V(j, t|q) - \dot{V}(j, t|q) \\ &= \max_{z(j, t) \geq 0} \left\{ \begin{aligned} & \pi(j, t|q) - z(j, t)q(j, t) + \phi[z(j, t)] [V(j, t|\lambda q) - V(j, t|q)] \\ & - \hat{z}(j, t) \eta[\hat{z}(j, t)] V(j, t|q) \end{aligned} \right\}, \end{aligned} \quad (3.13)$$

que é uma condição de não-arbitragem.<sup>47</sup> O lado direito da equação (3.13) apresenta o lucro esperado da firma incumbente a cada instante, composto por quatro termos. O primeiro termo,  $\pi(j, t|q)$ , é o lucro auferido pela firma, dado pela equação (3.7).  $z(j, t)q(j, t)$ , no segundo termo, é seu gasto em P&D e, como tal, aparece com sinal negativo. O terceiro termo capta o aumento de valor de mercado que a incumbente teria se conseguisse uma inovação incremental sobre seu insumo. Esta inovação ocorre com probabilidade  $\phi[z(j, t)]$  e eleva o valor da incumbente de  $V(j, t|q)$  para  $V(j, t|\lambda q)$ . Por fim, o último termo da equação traduz o fato de que, com probabilidade  $\hat{z}(j, t) \eta[\hat{z}(j, t)]$ , alguma entrante é bem sucedida em inovação radical e reduz a zero o valor de mercado  $V(j, t|q)$  da atual incumbente.

Como já citamos, supõe-se que qualquer firma pode se engajar em pesquisa radical. A condição de livre entrada no setor de pesquisa radical é:

$$\eta[\hat{z}(j, t)]V[j, t|\kappa q(j, t)] \leq q(j, t), \text{ com igualdade se } \hat{z}(j, t) > 0. \quad (3.14)$$

---

com  $o(\Delta)$  denotando qualquer termo de segundo grau em  $\Delta$ , tal que  $\frac{o(\Delta)}{\Delta} \xrightarrow{\Delta \rightarrow 0} 0$ .

<sup>47</sup> Vale notar que à equação HJB subjaz um conjunto de hipóteses mais forte do que aquele usado para escrever a equação (3.12). A rigor, a equação (3.12) implica a equação HJB, mas o contrário não é verdadeiro. Para a solução do modelo, por conveniência matemática, vamos adotar as hipóteses inerentes à equação HJB.

A partir da equação acima, podemos notar que, para as firmas incumbentes, o retorno esperado da pesquisa radical é estritamente negativo e, desta forma, apenas entrantes se engajam neste tipo de pesquisa.

Mais uma vez, devido ao formato das preferências do consumidor, seu consumo ao longo da trajetória de equilíbrio deve satisfazer:

$$\frac{\dot{C}(t)}{C(t)} = \frac{1}{\theta} [r(t) - \rho].^{48} \quad (3.15)$$

Temos agora todas as condições de equilíbrio do modelo.

Estamos interessados em analisar uma trajetória de crescimento equilibrado (BGP), definida como uma trajetória de equilíbrio na qual o produto e o consumo crescem a taxas constantes  $g_Y$  e  $g_C$ , respectivamente. Neste modelo, vamos nos restringir ao estudo de uma BGP linear, definida como uma BGP na qual, ao longo de toda a trajetória, a função valor é proporcional à qualidade do insumo, em todas as indústrias<sup>49</sup>. Matematicamente, em uma BGP linear existe um  $v$  tal que:

$$V(j, t|q) = vq(j, t), \forall j, t. \quad (3.16)$$

Conforme será visto adiante neste capítulo, sempre que a função  $\phi(\cdot)$  for linear, a BGP também será.

Para garantir a unicidade da BGP que iremos estudar, devemos supor a seguinte condição:

---

<sup>48</sup> A condição de transversalidade para o problema do consumidor pode ser escrita como:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e^{-\int_0^t r(s) ds} \left[ \int_0^1 V(j, t|q) dj \right] = 0.$$

<sup>49</sup> Os autores afirmam suspeitar que toda BGP seja de fato linear, mas afirmam que, atualmente, não dispõem de prova rigorosa desta conjectura, exceto quando a função  $\phi(\cdot)$  é linear.

$$\theta \geq \frac{1}{1 + \min_{z \geq 0} \left\{ \frac{[\phi'(z)]^2}{-\phi''(z)\phi(z)} \right\}}.$$

Note que a condição acima é sempre satisfeita quando supomos linearidade da função  $\phi(\cdot)$ .<sup>50</sup> A equação (3.15) nos permite concluir que a taxa de juros é constante ao longo da BGP, representaremos este valor por  $r^*$ .

Da linearidade da BGP, expressa na equação (3.16), decorre  $\dot{V}(j, t|q) = 0$ . A partir disso e do fato que  $r(t) = r^*$ , podemos utilizar a equação (3.16) para reescrever a condição de não arbitragem (3.13) como:

$$r^*v = \beta L + \max_{z \geq 0} \{ \phi(z)(\lambda - 1)v - z \} - \hat{z}\eta(\hat{z})v. \quad (3.17)$$

Também, assumindo que a taxa de entrada  $\hat{z}\eta(\hat{z})$  é positiva, podemos reescrever a condição de livre entrada em pesquisa radical (3.14) como:

$$\eta(\hat{z})\kappa v = 1. \quad (3.18)$$

Na equação (3.17), vemos que  $z$  é função de  $v$  e, em (3.18), vemos que  $\hat{z}$  também o é. Portanto, daqui em diante, representaremos o investimento em pesquisa da incumbente e das entrantes, na BGP, por  $z(v)$  e  $\hat{z}(v)$ , respectivamente<sup>51</sup>.

A equação (3.8) implica:

$$\frac{\dot{Y}(t)}{Y(t)} = \frac{\dot{Q}(t)}{Q(t)}, \quad (3.19)$$

<sup>50</sup> De fato, com  $\phi(\cdot)$  linear, a condição se reduz a  $\theta \geq 0$ .

<sup>51</sup> Especificamente, temos:

$$z(v) = \arg \max_{z \geq 0} \{ \phi(z)(\lambda - 1)v - z \}$$

e

$$\hat{z}(v) = \eta^{-1}\left(\frac{1}{\kappa v}\right).$$

ao passo que, de (3.17) e (3.18), vem que  $z(v)$  e  $\hat{z}(v)$  são constantes no tempo. Portanto, decorrido um intervalo de tempo  $\Delta$ , o índice agregado de qualidade será dado por:

$$Q(t + \Delta) = \lambda\phi[z(v)]\Delta Q(t) + \kappa\hat{z}(v)\eta[\hat{z}(v)]\Delta Q(t) + \{1 - \phi[z(v)]\Delta - \hat{z}(v)\eta[\hat{z}(v)]\Delta\}Q(t) + o(\Delta).$$

Da equação acima, podemos calcular a taxa de crescimento do índice de qualidade na BGP. De fato:

$$\frac{\dot{Q}(t)}{Q(t)} = \frac{1}{Q(t)} \lim_{\Delta \rightarrow 0} \frac{Q(t + \Delta) - Q(t)}{\Delta}$$

e, utilizando a equação (3.18), podemos escrever a taxa de crescimento do produto na BGP como:

$$g_Y \equiv \frac{\dot{Y}(t)}{Y(t)} = \phi[z(v)](\lambda - 1) + \hat{z}(v)\eta[\hat{z}(v)](\kappa - 1). \quad (3.20)$$

Para determinar  $v$ , podemos proceder da seguinte forma. A partir das equações (3.15), (3.17) e (3.20), vem que:

$$\beta L = \rho v + (\theta - 1)\phi[z(v)](\lambda - 1)v + [\theta(\kappa - 1) + 1]\hat{z}(v)\eta[\hat{z}(v)]v.$$

Observe que o lado direito da equação acima varia (continuamente) de zero (quando  $v = 0$ ) a infinito (quando  $v \rightarrow +\infty$ ). Além disso, da condição que impomos acima sobre  $\theta$ , temos que ele é estritamente crescente em  $v$ . Portanto existe um único valor  $v^* > 0$  que satisfaz a equação acima.

A partir de  $v^*$ , podemos calcular o investimento em pesquisa da incumbente e das entrantes. São eles:

$$z^* = z(v^*) \quad (3.21)$$

e

$$\hat{z}^* = \hat{z}(v^*). \quad (3.22)$$

A trajetória de equilíbrio da economia fica, portanto, bem definida a partir do sistema composto pelas equações<sup>52</sup>:

$$g_Y^* = \phi(z^*)(\lambda - 1) + \hat{z}^*\eta(\hat{z}^*)(\kappa - 1) \quad (3.23)$$

e

$$r^* = \rho + \theta g_Y^*. \quad (3.24)$$

Portanto, partindo de qualquer condição inicial, a economia converge instantaneamente para uma BGP na qual o produto (bem final) cresce à uma taxa constante  $g_Y^*$ , dada por (3.23). Esta equação é bastante interessante, pois pode ser interpretada como uma fórmula de decomposição da taxa de crescimento da economia. O primeiro componente,  $\phi(z^*)(\lambda - 1)$ , mostra a contribuição da inovação (incremental) realizada por firmas incumbentes, ao passo que o segundo dá a contribuição da inovação (radical) das firmas entrantes à taxa de crescimento de equilíbrio.

### III.3. Efeitos de políticas econômicas<sup>53</sup>

Nesta seção, trataremos do efeito de alguns instrumentos de política econômica sobre o crescimento. No que diz respeito aos setores produtores de bem final e de

---

<sup>52</sup> A rigor, para garantir que a BGP definida por este sistema seja válida, precisamos impor uma restrição adicional sobre as variáveis, visando assegurar que a condição de transversalidade seja válida. Uma opção é supor  $\theta \geq 1$ . Uma opção menos restritiva é impor:

$$\rho > \frac{\phi(z^*)(\lambda - 1) + \hat{z}^*\eta(\hat{z}^*)(\kappa - 1)}{1 - \theta}.$$

<sup>53</sup> A análise apresentada nesta seção é uma aplicação particular de uma análise mais geral, desenvolvida no apêndice de Acemoglu e Cao (2010).

insumos intermediários, continuaremos supondo a mesma configuração da seção anterior. Já o setor de pesquisa será modificado através da imposição de impostos sobre a atividade de P&D. Representaremos por  $\tau_i$  e  $\tau_e$  as taxas cobradas pelo governo sobre cada unidade de bem final utilizada em pesquisa pelas firmas incumbentes e entrantes, respectivamente. Além disso, suporemos nesta seção linearidade da função  $\phi(\cdot)$ , de modo que  $\phi(z) = \phi z$ , com  $\phi > 0$ .

Uma firma incumbente utiliza  $z(j, t)q(j, t)$  unidades de bem final em pesquisa incremental, seu gasto em pesquisa agora é dado por  $(1 + \tau_i)z(j, t)q(j, t)$  e a inovação é bem sucedida com probabilidade  $\phi z(j, t)$ . As incumbentes, por seu turno, gastam conjuntamente  $(1 + \tau_e)\hat{z}(j, t)q(j, t)$  em pesquisa radical e obtém sucesso com probabilidade  $\hat{z}\eta(\hat{z})$ , onde sobre a função  $\eta(\cdot)$  são impostas as mesmas propriedades da seção anterior.

Novamente, nos restringiremos ao caso de uma BGP linear, na qual o valor de uma firma incumbente é dado por  $V(j, t|q) = vq(j, t)$ . Isso nos permite escrever a condição de livre entrada em pesquisa radical como:

$$\eta[\hat{z}(j, t)] \kappa v \leq (1 + \tau_e), \text{ com igualdade se } \hat{z} > 0. \quad (3.25)$$

Novamente, suporemos que a taxa de crescimento da economia é positiva, o que implica que a condição (3.25) é sempre satisfeita com igualdade.

A condição de não arbitragem pode ser escrita como<sup>54</sup>:

$$r^*v = \beta L - \hat{z}\eta(\hat{z})v + \max_{z \geq 0} \{\phi z(\lambda - 1)v - (1 + \tau_i)z\}. \quad (3.26)$$

A partir da equação acima, vemos que deve ocorrer:

---

<sup>54</sup> Por economia de notação, estamos nesta seção omitindo os argumentos  $j$  e  $t$  sempre que isto não comprometer o desenvolvimento da análise.

$$V(j, t|q) = \frac{(1 + \tau_i)q(j, t)}{\phi(\lambda - 1)}, \quad (3.27)$$

pois, caso contrário, o investimento em pesquisa da incumbente seria zero ou infinito. A partir de (3.27), a equação (3.26) implica:

$$V(j, t|q) = \frac{\beta L q(j, t)}{r^* + \hat{z}\eta(\hat{z})}. \quad (3.28)$$

Combinando as equações (3.27) e (3.28), obtemos:

$$r^* = \frac{\beta\phi(\lambda - 1)L}{1 + \tau_i} - \hat{z}\eta(\hat{z}). \quad (3.29)$$

Ao longo da trajetória de equilíbrio, o consumo deve satisfazer a condição (3.15). De (3.15) e (3.29) obtemos a seguinte expressão para a taxa de crescimento do produto na BGP:

$$g_Y^* = \frac{1}{\theta} \left[ \frac{\beta\phi(\lambda - 1)L}{1 + \tau_i} - \hat{z}\eta(\hat{z}) - \rho \right]. \quad (3.30)$$

A partir da expressão acima, podemos calcular a resposta da taxa de crescimento para variações no vetor de política  $(\tau_i, \tau_e)$ . O efeito da taxa  $\tau_i$  cobrado das firmas incumbentes é imediato. A equação (3.30) implica  $\frac{\partial g_Y^*}{\partial \tau_i} < 0$ , de modo que um imposto sobre a pesquisa das incumbentes desacelera o crescimento.

Para avaliar o efeito do imposto sobre as entrantes, podemos proceder como segue. Da condição de livre entrada em pesquisa radical (3.25), sabemos que:

$$\hat{z} = \eta^{-1} \left( \frac{1 + \tau_e}{\kappa\nu} \right). \quad (3.31)$$

Como a função  $\eta(\cdot)$  é estritamente decrescente, sua inversa  $\eta^{-1}(\cdot)$  também o é. Sabemos também que  $z\eta(z)$  é estritamente crescente em  $z$ . Os dois fatos anteriores

juntos implicam  $\frac{\partial \hat{z}\eta(\hat{z})}{\partial \tau_e} < 0$  e, portanto,  $\frac{\partial g_Y^*}{\partial \tau_e} > 0$ , ou seja, um imposto sobre a pesquisa das firmas entrantes tem efeito positivo sobre a taxa de crescimento da economia.

Em resumo, mostramos nesta seção que, sob linearidade da função  $\phi(\cdot)$ , a taxa de crescimento equilibrado é estritamente decrescente em um imposto sobre a pesquisa das incumbentes e estritamente crescente em imposto sobre P&D das entrantes.<sup>55</sup>

Assim como no modelo de Etro (2004 e 2008), que analisamos no capítulo dois, no modelo de Acemoglu e Cao (2010) a inovação agregada e o crescimento de longo prazo resultam da interação entre incumbentes e entrantes no setor de pesquisa. Portanto, este modelo não sofre da deficiência principal dos modelos schumpeterianos, discutida no capítulo um, que é o fato de as firmas da fronteira tecnológica não participarem do processo de inovação. Tal como no modelo base, visto no capítulo um, a entrada tem efeito positivo sobre a taxa de crescimento da economia. Todavia, existe aqui um efeito adicional, não captado naquele modelo, de redução da lucratividade da incumbente e, assim, redução de seu investimento em pesquisa. Desta forma, mais entrada gera maior crescimento devido a entrantes, mas menor crescimento devido a incumbentes, e o segundo efeito pode contrabalançar o primeiro.

Por não captar alguns aspectos importantes da interação estratégica entre incumbente e entrantes, os modelos schumpeterianos tradicionais se mostram pouco adequados para a avaliação do efeito de algumas políticas econômicas. Desta forma, a conclusão mais interessante a que o modelo de Acemoglu e Cao (2010) conduz, como os próprios autores destacam, não é que barreiras à entrada induzem o crescimento, mas

---

<sup>55</sup> Como destacado pelos autores, este último resultado pode também ser interpretado com mostrando o efeito positivo de barreiras à entrada, ou de uma política de patentes mais restritiva, sobre o crescimento.

a indicação de que os modelos schumpeterianos tradicionais não são uma fonte confiável para a prescrição de políticas de P&D, pois não dão conta de lidar com a interação entre incumbente e entrantes na *patent race*.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

O principal propósito deste trabalho foi avaliar a capacidade dos modelos schumpeterianos, consagrados pelos trabalhos de Segerstrom *et al.* (1990), Aghion e Howitt (1992) e Grossman e Helpman (1991), de oferecer recomendações de políticas de inovação e crescimento econômico.

O capítulo um apresentou um modelo base, desenvolvido em Acemoglu (2009), com o qual se pretendeu resumir os principais resultados dos modelos schumpeterianos tradicionais, no que diz respeito ao efeito de algumas políticas econômicas. Foram analisados basicamente o efeito, sobre a taxa de crescimento de *steady state*, de um imposto ou subsídio sobre a pesquisa, barreiras à entrada, política concorrencial e política de patentes. Por fim, destacou-se a existência de evidências empíricas contrárias à implicação do modelo base de que as firmas que estão na fronteira tecnológica não investem em P&D e não inovam, de modo que estas atividades são desempenhadas exclusivamente por firmas entrantes, que se encontram afastadas da fronteira da tecnologia. A idéia de que as firmas incumbentes apenas aguardam passivamente o momento em que novas firmas inovarão e, com isso, tomarão seu lugar no mercado, além de pouco plausível, está em desacordo com a evidência empírica existente.

No capítulo dois, foram analisadas as contribuições de Barro e Sala-i-Martin (2004) e Eto (2004 e 2008) à literatura de crescimento schumpeteriano. Por meio de algumas modificações na estrutura das *patent races*, estes modelos visam eliminar algumas deficiências inerentes aos modelos tradicionais, principalmente aquela relativa ao efeito Arrow que, sob livre entrada, implica firmas incumbentes passivas em P&D. Barro e Sala-i-Martin (2004) supõem que a incumbente desfruta de vantagem de custo e

de primeiro movimento sobre as entrantes. Etro (2004) também trabalha com uma *patent race* que ocorre sob competição de Stackelberg e, além disso, supõe que existem custos fixos de participação e retornos decrescentes à escala no setor de pesquisa. Este modelo é utilizado por Etro (2008) para analisar a dinâmica do crescimento econômico schumpeteriano. Os resultados desta aplicação, no que diz respeito aos efeitos de políticas econômicas, não estão alinhados com aqueles do modelo base.

No capítulo três, foi analisada a recente contribuição de Acemoglu e Cao (2010), cuja principal novidade é a distinção entre duas categorias de inovação, radical e incremental. Este modelo permite que se observe um canal de transmissão da política de inovação que não está presente nos modelos schumpeterianos típicos e, novamente, os resultados do modelo base são postos à prova.

A principal conclusão a que este trabalho nos conduz é que, em seu atual estágio de desenvolvimento, a literatura de crescimento schumpeteriano não parece capaz de dar suporte a recomendações consistentes de políticas de inovação e crescimento. Faltam a ela aprimoramentos teóricos importantes, principalmente no que tange a interação estratégica entre incumbente e entrantes na *patent race* e o efeito desta interação sobre a transmissão das políticas de inovação para as decisões de P&D das firmas envolvidas.

Por fim, é importante destacar que diversas questões relevantes não foram tratadas nesta dissertação, cujo escopo se limitou ao estudo de uma economia fechada. Em modelos de crescimento de economias abertas, a possibilidade de haver transferência internacional de tecnologia torna mais rica a mecânica de interação estratégica entre as firmas do setor de pesquisa. Por exemplo, as incumbentes poderiam optar por deslocar a produção, via IDE ou licenciamento, para um país no qual esta

pudesse ser realizada a custos menores. Em um cenário onde esta pode ser uma estratégia de redução de custo, a interação concorrencial entre incumbentes e entrantes certamente se tornaria mais complexa, o que possivelmente alteraria o mecanismo de transmissão de políticas de inovação.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Acemoglu, D. (2009). *Introduction to Modern Economic Growth*. Princeton: Princeton University Press.
- Acemoglu e Cao, D. (2010). Innovation by Incumbents and Entrants. *MIT Economics Department Working Paper*. Massachusetts Institute of Technology.
- Aghion e Howitt (1992). A Model of Growth Through Creative Destruction. *Econometrica* 60.
- Aghion e Howitt (2009). *The Economics of Growth*. Cambridge: MIT Press.
- Akcigit, U. e Kerr (2010). Growth Through Heterogeneous Innovations. University of Pennsylvania Working Paper.
- Arrow (1962). The Economic Implications of Learning by Doing. *Review of Economic Studies* 29.
- Barro e Sala-i-Martin (2004). *Economic Growth*. Cambridge: MIT Press.
- Bartelsman e Doms (2000). Understanding Productivity: lessons from longitudinal microdata. *Journal of Economic Literature* 121.
- Cabellero e Jaffe (1993). How High are the Giants' Shoulders? An empirical assessment of knowledge spillovers and creative destruction in a model of economic growth. *NBER Macroeconomic Annual*.

- Chiang (1999). *Elements of Dynamic Optimization*. Waveland Press.
- Davidson e Segerstrom (1998). R&D Subsidies and Economic Growth. *RAND Journal of Economics* 29.
- Dixit e Stiglitz (1977). Monopolistic Competition and Optimum Product Diversity. *American Economic Review* 67-3.
- Etro, F. (2004). Innovation by Leaders. *The Economic Journal* 114.
- Etro, F. (2008). Growth Leaders. *Journal of Macroeconomics* 30.
- Feller (1964). *An Introduction to Probability Theory and its Applications*. New York: Wiley
- Foster e Krizam (2000). Aggregate Productivity Growth: lessons from microeconomic evidence. *NBER Working Paper* 6803.
- Grossman e Helpman (1991). Quality Ladders in the Theory of Growth. *Review of Economic Studies* 58.
- Grossman e Helpman (1992). *Innovation and Growth in the Global Economy*. Cambridge: MIT Press.
- Romer, D. (2005). *Advanced Macroeconomics*. McGraw-Hill.
- Romer, P. (1986). Increasing Returns and Long-Run Growth. *Journal of Political Economy* 94.

Romer, P. (1990). Endogenous Technological Change. *Journal of Political Economy* 98.

Schumpeter (1942). *Capitalism, Socialism and Democracy*. Harper e Brothers.

Seegerstrom, Anant e Dinopoulos (1990). A Schumpeterian Model of the Product Life Cycle. *American Economic Review* 80.

Seegerstrom (1991). Innovation, Imitation and Economic Growth. *Journal of Political Economy* 99.

Solow (1956). A Contribution to the Theory of Economic Growth. *The Quarterly Journal of Economics* 70-1.

Tirole (1988). *The Theory of Industrial Organization*. MIT Press.

## APÊNDICES

### APÊNDICE 1.1: Prova da equação (1.6).

Para tornar a notação mais leve, serão omitidos os argumentos  $j$  e  $t$  das variáveis utilizadas nesta demonstração. Os diferentes insumos são demandados pelas firmas produtoras do bem final e podemos dividir a decisão destas firmas em dois estágios. No primeiro estágio, as firmas decidem, para cada insumo, qual geração irão utilizar (e, portanto, demandar) na produção do bem final. Dada esta decisão, o segundo estágio consiste em decidir quanto demandar de cada insumo.

Sabemos que, no segundo estágio, dada a geração escolhida, sua qualidade e seu preço, a firma maximiza o lucro quando sua demanda satisfaz:

$$x(q, p^x) = \left(\frac{q}{p^x}\right)^{\frac{1}{\beta}} L.$$

Seja  $q$  a qualidade da geração de fronteira de determinado insumo. Vamos representar por  $p_L^x$  o preço de monopólio cobrado pela firma capaz de produzir esta geração. Dada a função de demanda acima, sabemos que:

$$p_L^x(q) = q.$$

A qualidade da penúltima geração deste insumo é  $\frac{q}{\lambda}$ . Vamos representar por  $p_S^x$  o preço mínimo que a firma produtora desta geração é capaz de cobrar sem incorrer em prejuízo. Este preço é igual ao custo marginal de produção desta geração, ou seja:

$$p_S^x(q) = (1 - \beta) \frac{q}{\lambda}.$$

As firmas produtoras do bem final optarão pela geração topo de linha quando o lucro associado a esta escolha for superior ao associado à escolha da geração defasada, isto é, quando:

$$\begin{aligned} \frac{L^\beta}{1-\beta} \int_0^1 qx(q, p_L^x)^{1-\beta} dj - \int_0^1 p_L^x x(q, p_L^x) dj - wL \\ > \frac{L^\beta}{1-\beta} \int_0^1 \frac{q}{\lambda} x\left(\frac{q}{\lambda}, p_S^x\right)^{1-\beta} dj - \int_0^1 p_S^x x\left(\frac{q}{\lambda}, p_S^x\right) dj - wL. \end{aligned}$$

O desenvolvimento da expressão acima conduz diretamente à condição (1.6):

$$\lambda \geq \left(\frac{1}{1-\beta}\right)^{\frac{1-\beta}{\beta}}.$$

■

#### APÊNDICE 2.1: Prova da equação (2.14).

Cada firma entrante  $i$  escolhe seu gasto em pesquisa  $\hat{z}_i$  visando maximizar sua função objetivo, dada por:

$$\Pi = \frac{h(\hat{z})V - \hat{z}}{r + h(z) + \sum_{j=1}^n h(\hat{z}_j)} - F.$$

Nesta escolha, cada entrante toma como dado tanto o investimento em pesquisa  $z$  da incumbente como o investimento  $\hat{z}_j$ ,  $j \neq i$ , de cada uma das demais entrantes.

Derivando parcialmente  $\Pi$  em relação a  $\hat{z}_i$ , obtêm-se, pela regra do quociente:

$$\frac{\partial}{\partial \hat{z}_i} \Pi = \frac{[h'(\hat{z}_i)V - 1][r + h(z) + \sum_{j=1}^n h(\hat{z}_j)] - [h(\hat{z}_i)V - \hat{z}_i]h'(\hat{z}_i)}{[r + h(z) + \sum_{j=1}^n h(\hat{z}_j)]^2}.$$

Observe que, no cálculo acima, o fato de a entrante  $i$  tomar o investimento das demais entrantes  $j \neq i$  como dado implicou:

$$\frac{\partial}{\partial \hat{z}_i} \sum_{j=1}^n h(\hat{z}_j) = \frac{\partial}{\partial \hat{z}_i} h(\hat{z}_1) + \dots + \frac{\partial}{\partial \hat{z}_i} h(\hat{z}_i) + \dots + \frac{\partial}{\partial \hat{z}_i} h(\hat{z}_n) = h'(\hat{z}_i).$$

Fazendo:

$$\frac{\partial}{\partial \hat{z}_i} \Pi = 0,$$

obtemos a condição de primeira ordem do problema de otimização da entrante  $i$ , dada por:

$$[h'(\hat{z}_i)V - 1] \left[ r + h(z) + \sum_{j=1}^n h(\hat{z}_j) \right] = h'(\hat{z}_i)[h(\hat{z}_i)V - \hat{z}_i] \quad (2.14)$$

■

### APÊNDICE 3.1: Prova da equação (3.4).

O bem final é o numerário do modelo, logo temos:

$$P^Y(t) = 1, \forall t.$$

A quantidade produzida de bem final  $Y(t)$  deve atender à função de produção dada pela equação (3.1). Portanto, o problema de ótimo da firma é:

$$\max_{j \in [0,1]} \frac{1}{1-\beta} \int_0^1 q(j,t)^\beta x(j,t)^{1-\beta} dj L^\beta - \int_0^1 p^x(j,t) x(j,t) dj - wL.$$

As variáveis de controle da firma são os infinitos  $x(j, t)$ 's correspondentes aos infinitos insumos  $j$ 's que ela pode utilizar na produção do bem final. Portanto, teremos infinitas condições de primeira ordem para a solução deste problema:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial x(j, t)} = 0, \forall j \in [0, 1],$$

onde  $\Pi$  denota a função objetivo.

Omitindo o argumento  $t$ , temos que a quantidade utilizada de cada insumo  $j$  específico deve atender à CPO<sup>56</sup>:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial x(j)} = \frac{1}{(1 - \beta)} q(j)^\beta (1 - \beta) \frac{1}{x(j)^\beta} L^\beta - p^x(j) = 0.$$

Resolvendo cada CPO para o preço  $p^x(j)$  do insumo, obtemos as (infinitas) funções de demanda por insumos, uma para cada  $j$  específico:

$$x(j, t) = p^x(j, t|q)^{-\frac{1}{\beta}} q(j, t) L, \quad \forall j \in [0, 1], \quad (3.4)$$

■

### APÊNDICE 3.2: Prova da equação (3.5).

A firma incumbente  $j$  escolhe o preço  $p^x(j, t)$  de seu insumo visando maximizar seu lucro, dado por:

$$p^x(j, t)x(j, t) - (1 - \beta)x(j, t),$$

---

<sup>56</sup> Na derivação da CPO tratamos a integral como se fosse um somatório e, portanto, o conjunto não enumerável de insumos como se fosse um conjunto enumerável. Ainda que não seja matematicamente rigoroso, este procedimento é correto em problemas de otimização deste tipo, que são bastante frequentes em modelos de crescimento. Veja, por exemplo, Romer (2005).

onde a quantidade demandada  $x(j, t)$  é função do preço  $p^x(j, t)$  escolhido pela firma, tal como expresso na equação (3.4). Introduzindo a função de demanda (3.4) na expressão do lucro da firma incumbente, e realizando algumas manipulações algébricas, pode-se escrever o problema de otimização da incumbente  $j$  como:

$$\max_{p^x(j,t)} q(j, t)L \left[ p^x(j, t)^{\frac{\beta-1}{\beta}} - (1 - \beta)p^x(j, t)^{-\frac{1}{\beta}} \right].$$

Portanto, a condição para maximização do lucro é:

$$\frac{\beta - 1}{\beta} p^x(j, t)^{-\frac{1}{\beta}} + \frac{1 - \beta}{\beta} p^x(j, t)^{-\frac{1+\beta}{\beta}} = 0,$$

que implica:

$$p^x(j, t) = 1 \tag{3.5}$$

■