

**TAXA DE LUCRO, PREÇOS DE PRODUÇÃO E VALORES-TRABALHO:  
UMA ANÁLISE CRÍTICA**

GUSTAVO DAOU LUCAS

Novembro, 2011

Instituto de Economia

Universidade Federal do Rio de Janeiro

**TAXA DE LUCRO, PREÇOS DE PRODUÇÃO E VALORES-TRABALHO:  
UMA ANÁLISE CRÍTICA**

Gustavo Daou Lucas

Dissertação submetida ao corpo docente do programa de pós-graduação em Economia da Indústria e da Tecnologia do Instituto de Economia da Universidade Federal do Rio de Janeiro como parte dos requisitos necessários à obtenção do grau de mestre em ciências (M.Sc.).

Aprovada por:

---

Professor Franklin Leon Peres Serrano

(Orientador)

---

Professor Fabio Neves Perácio de Freitas (IE-UFRJ)

---

Professor Robert Nicol (FGV-SP)

Rio de Janeiro,  
Novembro de 2011

## **Agradecimentos**

A Franklin Serrano pelos ensinamentos, amizade, orientação e ajuda em delimitar o escopo da dissertação. Ao meu pai pela incrível biblioteca de quem herdei, a qual foi fundamental para descobrir a existência de uma abordagem rigorosa para a economia. A minha mãe e à minha irmã pelo apoio afetivo. A Celina Oliveira da Silva por tudo. A Ricardo Borrmann pela influência intelectual, sem a qual eu jamais teria feito esta dissertação. A Ricardo Summa, Gabriel Aidar e Numa Mazat pela grande amizade que se formou durante o período e por terem feito do ambiente acadêmico um lugar estimulante e rico em debates. A Fabio Freitas pelos ensinamentos e discussões. A Robert Nicol pelos comentários atenciosos e pela participação na banca de defesa, mesmo diante uma inacreditável desorganização logística. A Ariel Dvoskin pelas discussões e pelo fornecimento de material bibliográfico sempre que precisei. A Christian Gehrke pelas discussões. A Caroline Teixeira, Daniela Carbinato e Raphael Martins pela ajuda fundamental na obtenção de material bibliográfico.

**à memória de Pierangelo Garegnani [1930-2011]**

## ÍNDICE

<b>Introdução.....</b>	<b>8</b>
<b>Capítulo 1– Uma breve história do “problema da transformação” .....</b>	<b>10</b>
1.1 Introdução.....	10
1.2 Ricardo.....	10
1.3 Marx.....	13
1.4 Observações sobre a taxa de lucro em Ricardo e Marx.....	19
1.5 A tradição simultaneísta.....	20
1.5.1 Dmitriev.....	20
1.5.2 Bortkiewicz.....	25
1.5.3 Shibata e Seton.....	27
1.6 Sraffa.....	29
1.6.1 Redução a trabalho datado como uma série Infinita.....	33
1.6.2 O método sequencial e a mercadoria-padrão.....	33
1.7 Os dois postulados de invariância, o sistema padrão e o modelo de Von Neumann.....	36
1.8 Conclusão.....	39
<b>Capítulo 2 – Representação do excedente em mercadorias e em valor-trabalho no caso de produção conjunta .....</b>	<b>43</b>
2.1 O “teorema fundamental marxista”.....	44
2.2 Valores-Trabalho como multiplicadores de emprego.....	45
2.3 Produção conjunta e multiplicadores de emprego negativos.....	46
2.4 Lucros positivos e taxa de mais-valia negativa.....	50

2.5 Tentativas de solucionar o “paradoxo” da mais-valia negativa.....	54
2.5.1 Morishima e Catephores.....	55
2.5.2 Akyüz.....	59
2.5.3 Outras tentativas de solucionar o “paradoxo” .....	61
2.6 Conclusões.....	62
<b>Capítulo 3 – Abordagens “monetárias” para o “problema da transformação”.....</b>	<b>64</b>
3.1 A Nova Interpretação (ou “Nova Solução”) .....	65
3.1.1 Capital Constante e “dupla contagem” .....	69
3.1.2 O papel da teoria do valor-trabalho na Nova Interpretação.....	71
3.2 A “reconceitualização radical”.....	72
3.3 O “sistema temporal único” .....	74
3.3.1 O modelo do “sistema temporal único”.....	76
3.3.2 A teoria do valor-trabalho no “sistema temporal único”.....	77
3.4 A interpretação “macro-monetária” .....	79
3.5 Conclusão sobre as interpretações “monetárias” de Marx.....	82
<b>Capítulo 4 – Conclusão.....</b>	<b>84</b>
<b>Bibliografia.....</b>	<b>87</b>

## **RESUMO**

O presente estudo discute em três partes alguns temas ligados à teoria do valor de Marx e à literatura posterior relacionada a esta. No primeiro capítulo discute-se a evolução histórica da teoria clássica do valor de Ricardo e Marx até Sraffa, passando por uma série de contribuições menos conhecidas de economistas fora do circuito anglo-saxão que separam os dois primeiros autores do último – em outros termos, é feita uma história do que ficou conhecido como “problema da transformação”. No segundo capítulo é feita uma análise breve da relação entre valores-trabalho e taxa de lucro em produção conjunta pura (i.e., sem capital fixo e terra), com foco nos debates em torno do “teorema fundamental marxista”. No terceiro capítulo são analisadas as “novas soluções” para o “problema da transformação”.

## **ABSTRACT**

The present work discusses in three parts some issues on Marx's theory of value and the literature about the later. The first chapter discusses the historical evolution of the classical theory of value from Ricardo and Marx until Sraffa, passing through some lesser known authors that separate the former from the latter – in other words, a history of the “transformation problem” is made. In the second chapter a brief analysis of the relationship between labour-values and the rate of profit in pure joint production (i.e., no fixed capital and land) is made, focusing on debates around the "fundamental marxian theorem". The third chapter analyzes the "new solutions" to the "transformation problem".

## INTRODUÇÃO

Este trabalho discute em três partes relativamente separadas alguns temas relacionados à teoria clássica dos preços relativos (preços de produção) e da distribuição. O ponto comum às três partes é a problemática da relação entre taxa de lucro, preços de produção e a medição do excedente em trabalho incorporado (valores-trabalho).

No primeiro capítulo é feita uma breve história da problemática clássica de como determinar os preços relativos e a taxa de lucro partindo das condições técnicas de produção e do salário real. O ponto de partida são as contribuições de Ricardo [1817] e Marx [1867-1894], em seguida são discutidas as contribuições de uma série de autores menos conhecidos na história do pensamento econômico como os russos Dmitriev [1898] e Bortkiewicz [1907] e o japonês Shibata [1933] até chegar à contribuição de Sraffa [1960]. A contribuição de Sraffa [1953 e 1960] é geralmente reconhecida como uma recuperação da abordagem clássica para a teoria dos preços relativos e da distribuição, todavia, como será visto, esta atribuição só é verdadeira para a tradição anglo-saxônica, uma vez que esta ignora completamente os avanços analíticos dos autores mencionados, que separam Sraffa de Ricardo e Marx. Justamente por essa razão, é muito difundida a infundada tese de que no final do século XIX e início do século XX o marginalismo encontrava-se em um estágio analítico mais avançado do que a tradição clássica e a isso que se devia sua maior aceitação e difusão.

Com a contribuição de Sraffa [1960], a teoria clássica recebe novas extensões como, por exemplo, para o caso de produção conjunta. O tratamento clássico proposto por Sraffa para produção conjunta muda alguns resultados de produção simples, entre eles a relação entre medição do excedente em preço e em valor-trabalho – resultado conhecido como

“teorema fundamental marxista”. Este tema é discutido no segundo capítulo, através de uma resenha da literatura.

No terceiro capítulo são discutidas as novas contribuições à teoria do valor de Marx. Estas contribuições começam no final da década de 1970 e início dos anos 1980 e, de uma maneira geral, podem ser vistas como uma reação à tradição dos autores discutidos nos capítulos anteriores. Os debates dos capítulos 1 e 2 possuem como ponto consensual a ideia de que Marx, assim como Ricardo, fez uso da teoria do valor com o intuito de determinar os preços relativos e a taxa de lucro em uma economia capitalista; todavia, as contribuições apresentadas no capítulo 3 rejeitam – em maior ou menor grau - esta interpretação atribuindo outros usos para a teoria do valor de Marx. As novas interpretações são avaliadas tanto sob o ponto de vista analítico geral (isto é, independente de serem reconstruções racionais da contribuição original) quanto sob o ponto de vista interpretativo (isto é, se possuem base textual em Marx).

## **CAPÍTULO 1:**

### **UMA BREVE HISTÓRIA DO “PROBLEMA DA TRANSFORMAÇÃO”**

#### **1.1 Introdução**

O presente capítulo propõe-se a discutir criticamente a evolução da teoria clássica do valor e da distribuição partindo da contribuição de Ricardo e Marx até chegar à sua formulação mais geral com a contribuição de Sraffa, passando pela contribuição de autores ignorados na história anglo-saxônica da teoria econômica como Dmitriev, Bortkiewicz e Shibata. No que concerne às hipóteses assumidas, a discussão será feita exclusivamente no âmbito de produção simples.

#### **1.2 Ricardo**

A hipótese que estabelece que os preços relativos são dados pelo total de trabalho direta e indiretamente necessário a produção das mercadorias - conhecida como “teoria do valor-trabalho”- foi adotada por Ricardo em sua principal obra, *Princípios de Economia Política e Tributação*, com o intuito de medir os agregados necessários para o cálculo da taxa de lucro sem ter que recorrer a uma teoria dos preços relativos [Sraffa, 1953].

Ricardo inicialmente formulou a hipótese da taxa de lucro surgir como excedente físico para o caso em que capital adiantado e produto bruto fossem constituídos por uma grandeza homogênea, o trigo no seu modelo simplificado publicado no *Ensaio sobre a influência do baixo preço do trigo sobre os lucros do capital*. Nesse caso não é preciso mencionar preços relativos: a taxa de lucro é quociente entre a quantidade excedente de trigo e o trigo adiantado como capital. Supondo que o trigo é o único bem que entra na produção direta ou indiretamente de todos os bens da economia, a taxa de lucro será

determinada por este setor e as condições técnicas de produção dos outros setores determinarão apenas os respectivos preços relativos. Ou seja, na teoria apresentada no *Ensaio* preços relativos e distribuição são determinados de maneira separada, sem incorrer no problema lógico de determinar a taxa de lucro – razão entre valor da produção líquida e valor do capital adiantado – a partir de preços, que por sua vez dependem da taxa de lucro.

Porém, como qualquer setor usa insumos produzidos por outros setores, o modelo do *Ensaio* é muito restritivo e inevitavelmente uma teoria de preços relativos é necessária para medir de forma não circular os agregados como produção bruta e consumo necessário - do contrário não haveria como somar elementos heterogêneos que compõem estes agregados. Com o intuito de superar esta limitação presente em sua primeira formulação, Ricardo postula que as mercadorias são trocadas de acordo com o total de trabalho necessário (direta e indiretamente) para produzi-las.

Isto é, Ricardo adota um postulado simplificador, como reconhece nas diversas exceções a esta proposição apresentadas primeiro capítulo dos *Princípios*, mas que é útil para determinar de maneira não circular a taxa de lucro do sistema [Sraffa, 1953]. Claramente há uma inadequação da hipótese de que as mercadorias são trocadas de acordo com o total de trabalho direto e indireto nelas contido quando, por exemplo, a proporção em que trabalho direto e indireto são empregados é diferente entre as mercadorias, quando os processos possuem diferentes períodos de produção, ou quando são empregadas diferentes proporções entre capital circulante e capital fixo [Ricardo, 1817]. Nestes casos a distribuição inevitavelmente afeta o preço relativo, como Ricardo mostra em um exemplo numérico na seção IV do capítulo “Sobre o Valor” dos “Princípios” [Vianello, 1987].

Neste exemplo, Ricardo discute o caso em que duas mercadorias possuem a mesma quantidade de trabalho incorporado, mas que se diferenciam em períodos de produção: a

primeira mercadoria é produzida usando 20 trabalhadores (sem auxílio de insumos produzidos) no primeiro ano (trabalho indireto) e mais 20 trabalhadores no segundo ano para concluir o produto (trabalho direto) usando os insumos produzidos no primeiro ano; a segunda mercadoria é produzida empregando 40 homens em um ano apenas (trabalho direto apenas, sem auxílio de insumos produzidos). Desta forma o preço relativo será dado por:

$$(1.1) \quad \frac{p_1}{p_2} = \frac{(1+r)[wl_1^I(1+r) + wl_1^D]}{(1+r)wl_2^D} = \frac{l_1^I(1+r) + l_1^D}{l_2^D}$$

Onde  $l_i^I$  é o trabalho indireto na mercadoria  $i$ ,  $l_i^D$  o trabalho direto,  $w$  é o salário nominal e  $r$  a taxa de lucro uniforme, sendo os coeficientes de trabalho medidos em alguma unidade de tempo de trabalho (horas, dias, meses, ano etc.). Neste caso, o trabalho incorporado (soma do trabalho direto e indireto) em cada mercadoria é o mesmo  $l_1 = l_1^D + l_1^I = l_2^D = l_2$ . Todavia, como pode ser visto na segunda igualdade acima, o preço relativo dependerá da taxa de lucro.

A hipótese de que o trabalho incorporado é igual em ambos os bens não é necessária: serve apenas para mostrar que mesmo nesse caso não vale a teoria do valor-trabalho. Além disso, os outros casos mais complexos que configuram exceções ao “princípio de que a quantidade de trabalho empregada na produção de mercadorias regula seu valor relativo”, também são discutidos por Ricardo no mesmo capítulo.

Apesar destas exceções, porém, a teoria do valor-trabalho seguiria como a melhor aproximação geral [Ricardo, 1817]. Postula-se que os preços são proporcionais ao total de trabalho direto e indireto contido nas mercadorias, e desta maneira é possível agregar os elementos que compõem o produto líquido e o capital da economia para obter a taxa de

lucro sem incorrer no mencionado raciocínio circular de calcular a taxa de lucro a partir preços e vice-versa.

Supondo a validade da teoria do valor-trabalho e reduzindo todo o capital adiantado da economia a salários<sup>1</sup>, a taxa de lucro ricardiana será dada pela razão entre trabalho incorporado no excedente e trabalho incorporado no consumo dos trabalhadores<sup>2</sup> [Garegnani, 1984]:

$$(1.2) \quad r = \frac{L - L_n}{L_n}$$

Onde  $L$  é o total de trabalho total empregado no período e  $L_n$  é o total de trabalho incorporado no consumo dos trabalhadores. A equação estabelece de maneira clara e não circular – pois não depende de preços – a proposição ricardiana de que existe uma relação inversa entre salário real e taxa de lucro supondo como variáveis exógenas a cesta de bens que compõe o salário real e a tecnologia de produção.

### 1.3 Marx

Com a publicação do volume I de *O Capital*, muitas críticas foram feitas à hipótese adotada por Marx ao longo do livro de que as mercadorias são trocadas de acordo com os seus valores-trabalho (“valores” simplesmente em Marx), isto é, o tempo total de trabalho incorporado direta e indiretamente nas mercadorias, utilizando as técnicas “socialmente necessárias”.

---

<sup>1</sup> A razão pela qual Ricardo reduzia todo o capital da economia a salários será vista mais a frente.

<sup>2</sup> Como pode ser visto na seguinte passagem do capítulo “On Profits”: “(...) in all countries, and all time, profits depend on the quantity of labour requisite to provide necessaries for the labourers (...)” [Ricardo, 1817]

Da mesma maneira que Ricardo, Marx reconhecia a necessidade de uma teoria de preços relativos para lidar com o caso relevante onde o excedente físico é uma grandeza heterogênea (isto é, composta por elementos não somáveis)<sup>3</sup>.

Diferentemente de Ricardo, porém, Marx não supunha que a hipótese de que preços são proporcionais às quantidades de trabalho incorporado (valor-trabalho) seria a melhor aproximação geral: preços e valores-trabalho são em geral diferentes, porém seus desvios se anulariam no agregado. Por esta razão, no volume I, onde lida com agregados, Marx não diferencia preços e valores-trabalho, de forma que para os agregados da economia valeria a teoria do valor-trabalho; esta questão só é discutida em mais detalhes no volume III, onde explica porque os preços de produção das mercadorias são diferentes dos seus valores-trabalho. No capítulo IX desta obra, Marx apresenta o conhecido algoritmo da “transformação” com o intuito de solucionar o problema clássico de calcular os preços relativos e a taxa de lucro tomando como variáveis exógenas o salário real e a tecnologia de produção.

O algoritmo consiste em calcular a taxa de lucro “antes” dos preços (e assim evitar o raciocínio circular preços-lucro) a partir dos valores-trabalho para inseri-la como uma margem sobre os custos de produção. O valor-trabalho de uma mercadoria é decomposto por Marx em três partes. O “capital constante” é o total de trabalho incorporado nos meios de produção de um setor, o “capital variável” é o total de trabalho incorporado na folha

---

<sup>3</sup> Como demonstra a seguinte passagem em que discute a contribuição dos fisiocratas: “*The sum total of the means of subsistence which the labourer consumes from one year to another, or the mass of material substance which he consumes, is smaller than the sum total of the means of subsistence which he produces. In manufacture the workman is not generally seen directly producing either his means of subsistence or the surplus in excess of his means of subsistence. The process is mediated through purchase and sale, through the various acts of circulation, and the analysis of value in general is necessary for it to be understood. In agriculture it shows itself directly in the surplus of use-values produced over use-values consumed by the labourer, and can therefore be grasped without an analysis of value in general, without a clear understanding of the nature of value.*” [Marx, 1968].

salarial do setor e a mais-valia consiste no trabalho-incorporado na folha salarial que não é paga ao trabalhador, pois é expropriada pelo capitalista. Olhando por outro ângulo, o valor-trabalho de uma mercadoria consiste no trabalho incorporado em seus insumos (“trabalho morto”) e no trabalho incorporado diretamente na produção (“trabalho vivo”). O “trabalho vivo” é o valor adicionado na produção, do qual uma parte é apropriada pelo trabalhador e outra pelo capitalista; o “trabalho morto” é apenas parte do produto bruto.

Matematicamente, pode-se representar o trabalho incorporado nas mercadorias da seguinte maneira: seja  $\mathbf{A}$  a matriz de coeficientes técnicos de produção (onde a coluna  $j$  possui como componentes as quantidades de mercadorias usadas como insumo necessárias a produção de  $j$  unidade da mercadoria  $i$ ),  $\mathbf{l}$  é vetor-linha de coeficientes de trabalho diretamente necessários ( $oj$ -ésimo elemento representa o trabalho diretamente necessário à produção de 1 unidade da mercadoria  $j$ ) e  $\mathbf{\Lambda}$  é o vetor-linha de total de trabalho direta e indiretamente necessário a produção da mercadoria (o  $j$ -ésimo elemento representa o trabalho diretamente e indiretamente necessário à produção de 1 unidade da mercadoria  $j$ ). O total de trabalho incorporado (“valor-trabalho”) em cada mercadoria é dado pela expressão:

$$(1.3) \quad \mathbf{\Lambda} = \mathbf{\Lambda A} + \mathbf{l}$$

Onde o primeiro elemento do lado direito representa o vetor de trabalho indireto (“trabalho morto” ou “capital constante”) e o segundo elemento o vetor de trabalho direto (“capital variável” e “mais-valia”, ou “trabalho vivo”). O vetor de valor-trabalho também pode ser representado como:

$$(1.4) \quad \mathbf{\Lambda} = \mathbf{l}(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} = \mathbf{l} + \mathbf{lA} + \mathbf{lA}^2 + \mathbf{lA}^3 + \dots$$

Onde, novamente, o primeiro termo à direita da segunda igualdade é o trabalho direto. Os outros termos representam o quanto seria necessário de trabalho para produzir os insumos nas diferentes fases do processo produtivo se vigorasse a tecnologia adotada (“técnica socialmente necessária”), isto é, o trabalho indireto.

Para calcular a taxa de mais-valia, Marx define o conceito de “valor da força de trabalho”, que assim como o de qualquer outra mercadoria, é dado pelo tempo de trabalho contido nos bens necessários à reprodução do trabalhador<sup>4</sup>. Esta cesta de bens é dada por padrões históricos e sociológicos e é considerada dada em uma determinada época<sup>5</sup>, não necessariamente estando relacionada a um mínimo fisiologicamente necessário a reprodução da força de trabalho. O valor da força de trabalho  $v$  será dado por:

$$(1.5) \quad v = \Lambda \mathbf{b}$$

Onde  $\mathbf{b}$  é a cesta salarial. A taxa de mais valia será dada, então, por:

$$(1.6) \quad e = \frac{1-v}{v}$$

Uma vez determinada a escala de produção dos setores dada pelo vetor-coluna  $x$ , os agregados marxianos são dados por:

$$(1.7) \quad \Lambda \mathbf{x} = \Lambda \mathbf{A} \mathbf{x} + \Lambda \mathbf{b} \mathbf{l} \mathbf{x} (1+e) = C + V + S$$

---

<sup>4</sup> Como pode ser visto em passagens como: “*The value of labour-power is determined, as in the case of every other commodity, by the labour-time necessary for the production, and consequently also the reproduction, of this special article*” (p118). Ou também: “*(...) the value of labour-power is the value of the means of subsistence necessary for the maintenance of the labourer.*” (p.119).

<sup>5</sup> “*(...) the number and extent of his so-called necessary wants, as also the modes of satisfying them, are themselves the product of historical development, and depend therefore to a great extent on the degree of civilisation of a country, more particularly on the conditions under which, and consequently on the habits and degree of comfort in which, the class of free labourers has been formed. In contradistinction therefore to the case of other commodities, there enters into the determination of the value of labour-power a historical and moral element. Nevertheless, in a given country, at a given period, the average quantity of the means of subsistence necessary for the labourer is practically known* (p119)”

Onde  $C$  é o total investido como capital constante,  $V$  o total de trabalho incorporado na folha salarial da economia e  $S$  é o total de excedente apropriado pelos capitalistas (mais-valia) – isto é, os agregados marxianos.

Como observado por Marx, a idéia de que as mercadorias são trocadas de acordo com seus valores-trabalho não faz sentido, pois não seria compatível com a idéia de que a mobilidade de capital em busca do maior retorno possível gera uma tendência à uniformidade da taxa de lucro. Caso fossem trocadas de acordo com seus “valores” as mercadorias que possuem maior proporção de trabalho direto renderiam taxas de retorno muito maiores que aquelas que possuem maior proporção de trabalho indireto. Para resolver este impasse, Marx propõe o algoritmo da transformação dos valores-trabalho em preços de produção<sup>6</sup>.

O algoritmo consiste em calcular a taxa de lucro, supondo que as mercadorias são trocadas de acordo com seus valores-trabalho, e depois inseri-la sobre os custos (capital constante e capital variável) de cada setor. Isto é, a taxa de lucro é dada sem menção a preços pela expressão:

$$(1.8) \quad \bar{r} = \frac{\Lambda(\mathbf{I} - \mathbf{A} - \mathbf{bl})\mathbf{x}}{\Lambda(\mathbf{A} + \mathbf{bl})\mathbf{x}} = \frac{S}{C + V}$$

Uma vez calculada, os preços serão dados pelo vetor-linha:

$$(1.9) \quad \mathbf{p} = (1 + \bar{r})(\Lambda\mathbf{A} + \Lambda\mathbf{bl})$$

Decorre do método de Marx que a soma dos preços é igual à soma dos valores-trabalho pois:

---

<sup>6</sup>Conceito definido por Marx em passagens como: “*The price of production includes the average profit. We call it price of production. It is really what Adam Smith calls natural price, Ricardo calls price of production, or cost of production, and the physiocrats call prix nécessaire, because in the long run it is a prerequisite of supply, of the reproduction of commodities in every individual sphere.*” [Marx, 1894].

$$(1.10) \quad \mathbf{px} = (1 + \bar{r})(\Lambda \mathbf{Ax} + \Lambda \mathbf{blx}) = C + V + r(C + V)$$

Isolando a mais-valia na equação (1.9) e substituindo em (1.11) obtém-se que a igualdade preços e valores-trabalho no agregado:

$$(1.11) \quad \mathbf{px} = \Lambda \mathbf{x}$$

Além disso, a massa de lucro nada mais seria do que a massa de mais-valia redistribuída, pois:

$$(1.12) \quad \Pi = r(C + V) = S$$

Este é o algoritmo da “transformação” apresentado no volume III por Marx: a partir dos valores-trabalho calcula-se a taxa de lucro e obtém-se os preços de produção. As mercadorias são trocadas de acordo com os preços, que, por construção, nada mais são do que valores-trabalho redistribuídos. Além disso, os lucros nada mais são que a mais valia redistribuída. Estas proposições, representadas pelas duas últimas equações, ficaram conhecidas como as duas igualdades marxianas – ou também os dois postulados de invariância, uma vez que o método de Marx *supõe* essas igualdades<sup>7</sup>.

Ou seja, embora não valha a teoria do valor-trabalho para cada mercadoria, no agregado ela continua sendo válida. Além disso, o procedimento é sequencial: valores-trabalho possuem a prioridade lógica, com eles calcula-se a taxa de lucro e, por último, os preços. Para Marx, os desvios dos preços em relação aos “valores” no agregado anulam-se,

---

<sup>7</sup> Marx usava o ouro como numerário, tratando este como mercadoria produzida dentro do sistema, logo, possuindo um valor-trabalho e um preço, sob o qual incide a taxa de lucro uniforme. Desta maneira, os dois postulados de invariância de Marx só valerão se o ouro for à mercadoria com composição orgânica média, isto é, cujo preço é igual ao valor-trabalho. Logo, está implícito no argumento de Marx que o preço do ouro é igual ao seu valor-trabalho.

de maneira que embora o método não fosse considerado perfeito pelo autor também não aparentava oferecer maiores problemas<sup>8</sup>.

#### 1.4 Observações sobre a taxa de lucro em Ricardo e Marx

Um avanço importante de Marx em relação a Ricardo é o que se refere à representação da produção como um processo circular em que mercadorias são produzidas por meio de mercadorias, não havendo nenhum processo produtivo sem meios de produção produzidos. Como apontado por De Vivo (1982) e Vianello (1998), à luz da evolução da teoria clássica, isso foi um grande avanço, pois permitiu acabar com a idéia presente em Ricardo de que a taxa de lucro dependia apenas da relação trabalho excedente e trabalho incorporado nos bens salário.

Marx criticava Ricardo por este supor que todo o capital adiantado poderia ser reduzido a salários, supondo implicitamente a existência de processos produtivos “originários” que só usam trabalho sem insumos produzidos, de forma que Ricardo confundia a taxa de lucro com a taxa de mais-valia.

Neste caso, a taxa de lucro poderia ser infinita se a folha salarial (capital variável) fosse zero, como pode ser visto na equação (1.2). Este resultado não ocorre na taxa de lucro

---

<sup>8</sup> Como mostra a famosa passagem do volume III, onde Marx discute a possibilidade dos desvios entre preços e valores-trabalho serem significativos: “*We had originally assumed that the cost-price (sinônimo de preço de produção) of a commodity equalled the value of the commodities consumed in its production. But for the buyer the price of production of a specific commodity is its cost-price, and may thus pass as cost-price into the prices of other commodities. Since the price of production may differ from the value of a commodity, it follows that the cost-price of a commodity containing this price of production of another commodity may also stand above or below that portion of its total value derived from the value of the means of production consumed by it. It is necessary to remember this modified significance of the cost-price, and to bear in mind that there is always the possibility of an error if the cost-price of a commodity in any particular sphere is identified with the value of the means of production consumed by it. Our present analysis does not necessitate a closer examination of this point*”.

de Marx devido ao capital constante o que pode ser visto reescrevendo a taxa de lucro de Marx para compará-la com a de Ricardo:

$$(1.13) \quad r = \frac{L - L_n}{C + L_n}$$

Assim, com o conceito de capital constante, Marx re-introduz<sup>9</sup> na teoria econômica corretamente o aspecto circular da produção, levando em conta adequadamente a interdependência dos processos industriais [Leontief, 1948] e, implicitamente, cria o conceito de taxa máxima de lucro [Sraffa, 1960]<sup>10</sup>, como será visto mais adiante.

Todavia, a taxa de lucro ricardiana, apesar de implicitamente supor uma representação irrealista dos processos produtivos – isto é, que existe uma “avenida unidirecional” [Sraffa, 1960] que vai dos processos originários aos bens finais – possui como vantagem em relação à equação de Marx o fato de só incluir a relação entre produto líquido e capital adiantado (no caso de Ricardo o capital pode ser todo reduzido a salários) dos setores que produzem os bens-salário da economia, enquanto que em Marx as condições técnicas de todos os setores da economia influenciam a taxa de lucro do sistema.

## 1.5 A tradição simultaneísta

### 1.5.1 Dmitriev

O economista russo W. K. Dmitriev [1898] formaliza matematicamente o sistema ricardiano e confirma o ceticismo do mesmo em relação à hipótese de que as mercadorias

---

<sup>9</sup> Como Marx reconhece, esta concepção do sistema capitalista já estava presente no *tableau économique* de F. Quesnay porém desaparece nas obras de Smith e Ricardo. Para uma análise da contribuição de Quesnay ver Mazat e Serrano [2011].

<sup>10</sup> Estas propriedades ficarão mais claras na sessão seguinte, sobre o economista russo Dmitriev, uma vez que este faz uma representação matemática fiel das proposições de Ricardo. Todavia, o exemplo numérico de Ricardo já deixa claro isso: o bem 2 é produzido sem auxílio de insumos e o segundo bem utiliza insumos que foram produzidos no período anterior também sem auxílio de insumos. Ou seja, é possível voltar na cadeia produtiva até um setor que não usa capital de forma que os insumos produzidos podem ser completamente reduzidos a salários.

são trocadas de acordo com o total de trabalho incorporado: a sua validade é restrita a casos muito particulares. O primeiro deles seria o caso em que todos os setores utilizam apenas trabalho – sem o uso de meios de produção produzidos – de forma que os preços seriam proporcionais ao trabalho direto (pois não há trabalho indireto por definição). O segundo caso em que valeria a hipótese simplificadora de Ricardo seria quando a proporção entre trabalho direto e indireto fosse a mesma em todos os setores.

Dmitriev [1898] é o primeiro autor a reduzir matematicamente os preços a uma série de trabalho datado [Kurz e Salvadori, 2000]. Seu sistema de preços é da forma:

$$(1.14) \quad \mathbf{p} = (1+r)w[\mathbf{l}_0 + (1+r)\mathbf{l}_1 + (1+r)^2\mathbf{l}_2 + \dots + (1+r)^k\mathbf{l}_k]$$

Isto é, o preço de uma mercadoria pode se expresso como a soma dos salários pagos a uma série de quantidades de trabalho datado supondo as condições de produção do presente, onde  $\mathbf{l}_i$  representa o trabalho datado do período  $i$  e o termo  $(1+r)^i$  o tempo em que o salário foi pago até a venda da mercadoria. Seguindo Gehrke [1998], a redução de Dmitriev usando o esquema analítico do presente trabalho seria da forma<sup>11</sup>:

$$(1.15) \quad \mathbf{p} = (1+r)w[\mathbf{l} + (1+r)\mathbf{lA}^1 + (1+r)^2\mathbf{lA}^2 + \dots + (1+r)^k\mathbf{lA}^k]$$

Onde os termos  $\mathbf{lA}^i$  representam os componentes de trabalho indireto (trabalho datado do período  $i$ ).

Supondo o salário dado pela cesta de mercadorias  $\mathbf{b}$ :

$$(1.16) \quad w = \mathbf{pb}$$

---

<sup>11</sup> É importante chamar atenção que Dmitriev *não* utiliza a matriz  $\mathbf{A}$  mas sim a o sistema de preços em trabalho datado (1.14). O uso da representação com coeficientes de mercadorias serve apenas comparar as hipóteses sobre a tecnologia feitas por Dmitriev com a dos outros autores aqui analisados usando o mesmo esquema analítico.

O sistema (1.15) possui  $n$  equações de preços e  $n+2$  incógnitas ( $n$  preços,  $w$  e  $r$ ). Com a equação (1.16) e fixando um numerário o sistema fica determinado. Usando o salário como numerário, fica provada a relação inversa entre salários e lucros [Dmitriev, 1974, p.57]:

$$\frac{\mathbf{P}}{w} = (1+r)[\mathbf{1} + (1+r)\mathbf{1A}^1 + (1+r)^2\mathbf{1A}^2 + \dots + (1+r)^k \mathbf{1A}^k]$$

A expressão acima mostra que todos os preços em trabalho comandado aumentarão com a taxa de lucro, logo, o salário real cairá qualquer que seja o numerário utilizado.

Com isso, Dmitriev contribuiu de maneira significativa para a tradição clássica, sendo o primeiro economista a empregar o uso de equações simultâneas nesta tradição, demonstrando em condições gerais (isto é, além daquelas em que vale a teoria do valor-trabalho) que a taxa de lucro depende apenas do salário real e das condições técnicas de produção das indústrias que produzem os bens salário. Dmitriev demonstra que o sistema de preços é determinado, respondendo à crítica de Walras [1874, Lição XXXVI] aos economistas clássicos, segundo o qual, os clássicos tentavam “definir preços a partir de preços”, em um raciocínio circular. Dmitriev conclui que as variáveis exógenas usadas por Ricardo (salário real e tecnologia) são suficientes para calcular a taxa de lucro e os preços relativos mostrando que a crítica de Walras não possui fundamento<sup>12</sup> [Gehrke, 1998].

Todavia, a construção de Dmitriev herda de Ricardo o problema de reduzir todo o capital da economia a salários. Isso pode ser visto em sua equação de redução finita a trabalho datado, terminando no período  $k$ , onde a produção ocorreria sem meios de produção produzidos – isto é, seria possível reduzir “voltar” na cadeia produtiva até um

---

<sup>12</sup> Conforme afirma Dmitriev [1974, p.61]: “To level Ricardo’s theory the hackneyed reproach that it ‘defines prices in terms of prices’ is to manifest a complete lack of understanding of the writings of this very great theoretical economist”.

processo originário em que não usa insumos produzidos, como em Ricardo<sup>13</sup> [Gerhke, 1998, Crespo e Cardoso 2008, Mori, 2010]. Desta maneira, assim como em Ricardo, é possível reduzir todo o capital da economia a salários e, portanto, não há um limite superior para a taxa de lucro caso a folha salarial seja nula.

Esta propriedade fica mais clara quando se compara a estrutura implícita da tecnologia usada por Dmitriev com a usada por Marx, por exemplo. A matriz  $\mathbf{A}$  possuiria uma forma muito específica no caso de Dmitriev e Ricardo, devido à hipótese de que cada processo usa como insumo apenas os bens produzidos por trabalho em períodos anteriores, até chegar a um processo que só usa trabalho, sem insumos produzidos<sup>14</sup>. Seguindo Hagemann e Kurz [1976], a forma matricial desta concepção dos processos produtivos seria, no caso geral, do tipo:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ 0 & 0 & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a_{(n-1)n} \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}$$

Onde a primeira coluna só possui elementos nulos, pois representa o processo “originário” que só utiliza trabalho. A segunda coluna possui apenas o primeiro elemento não-nulo pois apenas o bem 1, produzido sem capital, pode ser usado como insumo para o segundo processo e assim por diante. A diagonal principal é nula, pois o próprio bem não pode servir de insumo do processo que o produz dentro da concepção do processo produtivo

---

<sup>13</sup> Formalmente, se a matriz  $\mathbf{A}$  é triangular superior (como em Ricardo e Dmitriev) de dimensão  $n \times n$ , então:  $\mathbf{A}^n = \mathbf{0}$ .

<sup>14</sup> Como apontado por Mori [2010], há uma passagem explícita em que Dmitriev deixa clara esta concepção [Kurz e Salvadori, 1995, Gerhke, 2008]: “*Ascending ever higher and higher to ‘production goods of higher orders’ (...), let us finally arrive at a capital good (or capital goods) produced solely by current labour*” [Dmitriev, 1904, p. 53-54]

como uma “avenida unidirecional” dos fatores primários (trabalho) até os bens que utilizam, progressivamente, mais insumos produzidos. Isto é:

$$\begin{cases} a_{ij} \geq 0, \forall j > i \\ a_{ij} = 0, \forall j \leq i \end{cases}$$

Supondo que alguns destes bens produzidos compõem a cesta salarial  $\mathbf{b}$ , a matriz aumentada, isto é, de requerimentos de mercadorias tanto do ponto de vista tecnológico como salarial é:

$$(1.17) \quad \mathbf{A}^+ = \mathbf{A} + \mathbf{b}\mathbf{l}$$

Que assumirá uma forma diferente da tecnológica, pois os elementos da diagonal principal e abaixo poderão ser positivos. Isto é, a matriz aumentada não segue a forma implícita na concepção de Ricardo e Dmitriev, pois o salário real é dado e antecipado, o que faz com que haja alguma circularidade no sentido de Sraffa [1960] no processo produtivo: através dos salários. Desta forma a taxa de lucro será finita e dada pelo auto-valor dominante da equação:

$$(1.18) \quad \mathbf{p}(\alpha\mathbf{I} - \mathbf{A}^+) = \mathbf{0}$$

Logo:

$$(1.19) \quad r^* = \frac{1}{\alpha^*} - 1$$

Todavia, as implicações da “avenida unidirecional” [Sraffa, 1960] ficam claras se supusermos que a cesta salarial é nula. O determinante da matriz  $\alpha\mathbf{I} - \mathbf{A}$  precisa ser nulo para que haja solução com significado econômico, logo

$$(1.20) \quad \det(\alpha \mathbf{I} - \mathbf{A}) = \det \begin{bmatrix} \alpha & -a_{12} & -a_{13} & \dots & -a_{1n} \\ 0 & \alpha & -a_{23} & \dots & -a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -a_{(n-1)n} \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \alpha \end{bmatrix} = 0$$

Devido aos elementos nulos abaixo da diagonal principal, o determinante será dado pela equação homogênea de grau  $n$ :

$$(1.21) \quad \alpha^n = 0$$

O auto-valor será nulo neste caso – o que implica pela equação anterior que a taxa de lucro é infinita quando o salário real é zero (determinada pelo auto-valor de  $\mathbf{A}$ ).

Caso não exista nenhum processo puramente “homem-natureza”, pelo menos alguns elementos da diagonal principal e abaixo desta seriam positivos o que faria com que o auto-valor não fosse zero e, logo, a taxa de lucro possuísse um limite.

Ou seja, diferentemente de Marx e de autores posteriores como von Neumann e Sraffa, entre outros, a representação das técnicas de produção como uma avenida unidirecional de Ricardo e Dmitriev faz com que a taxa de lucro não possua um limite superior – “mesmo que os trabalhadores pudessem viver de ar”, parafraseando Marx, em passagem citada por Sraffa [1960]. No caso geral, porém, em que o salário real é um vetor semi-positivo, a solução do sistema de preços gerará resultados semelhantes (taxa de lucro finita) aos dos autores que incorporam de fato a natureza circular do processo produtivo.

### 1.5.2 Bortkiewicz

Influenciado pelo trabalho de Dmitriev, o economista alemão L.V. Bortkiewicz [1907] faz críticas ao algoritmo da “transformação” de Marx: de acordo com este, os insumos não são comprados aos seus preços, mas sim aos seus valores-trabalho - o que não faz sentido, pois

as mercadorias não possuem dois preços, um de compra (valor-trabalho) e outro de venda (preço de produção), como fica implícito no algoritmo marxiano.

Bortkiewicz usa o esquema analítico de Marx (isto é, representa os processos usando capital constante e capital variável) em uma versão agregada para três setores (bem de capital, bem de consumo e bem de luxo). Bortkiewicz também faz uso da hipótese de “reprodução simples” (i.e., estado estacionário). Sua solução consiste no seguinte sistema de três equações:

$$(1.22) \quad \begin{aligned} \rho_1 \lambda_1 &= (1+r)(\rho_1 c_1 + \rho_2 v_1) \\ \rho_2 \lambda_2 &= (1+r)(\rho_1 c_2 + \rho_2 v_2) \\ \rho_3 \lambda_3 &= (1+r)(\rho_1 c_3 + \rho_2 v_3) \end{aligned}$$

Onde  $c_i$  e  $v_i$  representam respectivamente o capital constante e variável do setor  $i$  e  $\rho_i$  representa razão preço-valor do agregado de valor-trabalho, isto é:

$$(1.23) \quad \rho_i = \frac{p_i}{\lambda_i}$$

Bortkiewicz supõe reprodução simples, logo:

$$(1.24) \quad \begin{aligned} \lambda_1 &= c_1 + c_2 + c_3 = I_B \\ \lambda_2 &= v_1 + v_2 + v_3 = C_W \\ \lambda_3 &= s_1 + s_2 + s_3 = C_K \end{aligned}$$

Isto é, o total produzido no setor de bem de capital é realizado como investimento bruto  $I_B$  (não há investimento líquido em estado estacionário), o total da produção do setor 2 é realizado como consumo dos trabalhadores ( $C_W$ ) e o total da produção do setor 3 é realizado como bem de consumo de luxo ( $C_K$ ). Usando como numerário um dos bens, isto é igualando a unidade uma das razões preço-valor (ou, em outros termos, fixando um preço igual ao valor-trabalho), o sistema fica determinado: a partir do capital variável, do capital

constante e do valor-trabalho dos bens, os preços relativos e a taxa de lucro são determinados simultaneamente. Além disso, como pode ser visto o sistema acima possui apenas duas equações linearmente independentes e, portanto, a terceira equação pode ser eliminada para determinar a taxa de lucro. Bortkiewicz [1907] conclui que:

- 1) Para a determinação da taxa de lucro, só importam as condições de produção dos setores que produzem o bem de capital (capital constante) e bem de consumo dos trabalhadores. Isto é, só importam as condições de produção dos setores que produzem os bens-salário. Uma mudança nas condições de produção dos bens de luxo só muda o preço relativo dos mesmos. Além disso, em relação à Dmitriev [1974] e ao próprio Bortkiewicz [1906-1907], o sistema incorpora corretamente o aspecto circular da produção, pois não há nenhum setor que não emprega capital [Kurz e Salavodori, 2000].
- 2) A taxa de lucro não pode ser calculada “antes” dos preços como em Marx (“sucessivismo”, nos termos de Bortkiewicz), mas sim simultaneamente.
- 3) Não valem simultaneamente os dois postulados de invariância de Marx. Um deles pode ser usado como numerário, porém não valerá o outro. Ou seja, no caso geral não ocorre “transformação” strictu-sensu [Abraham-Frois e Berrebi, 1979]: preços não são valores-trabalho redistribuídos e a massa de lucro não é a mais-valia redistribuída, simultaneamente.

### **1.5.3 Shibata e Seton**

A solução de Bortkiewicz representou um grande avanço para a abordagem clássica em geral [Garegnani, 1959], e possui como avanço em relação à contribuição de Dmitriev o

tratamento adequado da circularidade dos processos produtivos [Kurz e Salvadori, 2000]<sup>15</sup> porém apresenta alguns problemas que só foram solucionados posteriormente.

O primeiro deles diz respeito à hipótese de reprodução simples. Como foi mostrado por Shibata [1933]<sup>16</sup> não é necessária nenhuma hipótese sobre a composição da demanda agregada - isto é, não são necessárias as equações que definem o padrão de acumulação – para que haja uma solução para o problema clássico de calcular os preços e a taxa de lucro tomando como dadas a tecnologia e o salário real.

Shibata [1933] abandona inclusive as razões preço-valor e a representação das técnicas em trabalho incorporado utilizando um sistema de equações simultâneas que usa preços e coeficientes de mercadorias (esquema insumo-produto)<sup>17</sup>, antecipando alguns resultados resultados de Sraffa [1960].

Uma segunda limitação da solução de Bortkiewicz diz respeito à desnecessária agregação em três setores. Seton [1957] é o primeiro a remover esta hipótese de agregação e estender para  $n$  setores a solução de Bortkiewicz<sup>18</sup>.

Como será visto a seguir, o problema da solução de Seton [1957], porém, é que a generalização para  $n$  setores através da representação das técnicas em valores-trabalho torna a notação do sistema de equações excessivamente carregada. Isto é, para definir as equações setoriais usando variáveis como capital constante e variável é necessário

---

<sup>15</sup> Em Bortkiewicz [1906-07] o autor compartilha das mesmas hipóteses de Dmitriev. Todavia, em Bortkiewicz [1907], os três departamentos utilizam insumos produzidos, isto é, a produção é tratada como um processo circular [Kurz e Salvadori, 2000].

<sup>16</sup> Shibata (1933) não possui como foco mostrar que o problema dos preços relativos e taxa de lucro independe da composição da demanda agregada, todavia, em um dos exemplos que apresenta supõe explicitamente que a economia não se encontra em estado estacionário [Shibata, 1933, p.62].

<sup>17</sup> Como conclui Shibata (1933): “*Thus, we shall be able to conclude that the determination of the ratios of exchange of various commodities and the various phenomena based on it can be adequately explained theoretically without the knowledge of value (i.e., valor-trabalho) (...)*”

<sup>18</sup> Shibata (1939), implicitamente, também parece antecipar a idéia de que não é necessária nenhuma agregação em três departamentos verticalmente integrados para solucionar o sistema, pois trabalha com um sistema de cinco setores para obter a solução simultânea.

mencionar as proporções em que cada mercadoria entra como insumo na produção dos bens e ocorre um excesso de informação no sistema. Seton reconhece, porém, que apenas com os coeficientes de mercadorias o sistema já se tornaria determinado, fazendo com que não haja a necessidade de conhecer os valores-trabalho das mercadorias individuais.

## **1.6 Sraffa**

Com a contribuição de Sraffa [1960], o interesse por Ricardo e Marx ganha uma sobrevida nos meios acadêmicos. Diferentemente de autores como Dmitriev, Bortkiewicz e Shibata, cujas obras passaram completamente despercebidas nos meios acadêmicos mais influentes (países da Europa ocidental e anglo-saxões), a obra de Sraffa ganha atenção dos principais periódicos de economia gerando um amplo debate. Por um lado o livro serve de base para a crítica da teoria marginalista; por outro, oferece solução geral a uma série de problemas da tradição clássica. No que concerne diretamente à discussão em relação à problemática da transformação de Marx, o livro *Produção de Mercadorias por Meio de Mercadorias* possui quatro contribuições centrais:

- 1) Apenas com os coeficientes de trabalho direto e indireto e o salário real é possível determinar os preços relativos - generalizando o sistema de Dmitriev, mas sem supor que há um fim para a redução a trabalho datado.
- 2) Não é necessário conhecer os valores-trabalho para calcular preços e taxa de lucro, bastam os coeficientes técnicos de mercadorias, os de trabalho direto e o salário real – resultado já antecipado por Shibata (1933).

- 3) É possível calcular a taxa de lucro antes de determinar os preços – generalizando a idéia de Ricardo e Marx<sup>19</sup> - no caso em que o salário real é dado e antecipado, através do sistema-padrão.
- 4) Os salários reais podem variar e disputar o excedente, com a taxa de lucro podendo ser a variável distributiva exógena, ao invés do salário real como em Marx e Ricardo<sup>20</sup>.

Seguindo os clássicos, Sraffa [1960] no capítulo 2 supõe salários antecipados e fixados em uma cesta de mercadorias  $\mathbf{b}$  como na equação (1.17). O sistema sraffiano será dado por:

$$(1.25) \quad \mathbf{p} = (1+r)(\mathbf{pA} + \mathbf{wl})$$

Definindo a matriz “sócio-tecnológica” como na equação (1.18), o sistema de preços pode ser reescrito como:

$$(1.26) \quad \mathbf{p} = \mathbf{pA}^+ (1+r)$$

Assim como em Dmitriev [1898], fixando um numerário, o sistema fica determinado e o teorema de Perron-Froebenius<sup>21</sup> garante que só haverá um vetor de preços positivos associado à taxa de lucro uniforme positiva [Newman, 1961]:

$$(1.27) \quad \alpha^* \mathbf{p}^* = \mathbf{p}^* \mathbf{A}^+$$

Onde  $\alpha^*$  é o maior auto-valor da matriz aumentada. A taxa de lucro  $r^*$  será dada pela equação<sup>22</sup>:

---

<sup>19</sup> Esse resultado parece também ter sido descoberto anteriormente pelo economista e matemático russo Georg von Charasoff, todavia, como o trabalho original não fora traduzido para o inglês, a contribuição deste autor não será discutida. Para uma análise da solução deste autor ver Crespo e Cardoso [2008].

<sup>20</sup> Esta possibilidade não será discutida no presente trabalho. Todavia, merece ser lembrada, pois marca uma diferença importante entre Sraffa e os outros autores clássicos que o precederam.

<sup>21</sup> Para os teoremas de Perron-Froebenius ver Abraham-Frois e Berrebi [1976], Pasinetti [1977] ou Petri [2010]. Newman [1961] é o primeiro autor a formalizar a contribuição de Sraffa no formato apresentado aqui.

$$(1.28) \quad \alpha^*(\mathbf{A}^+) = \frac{1}{1+r^*}$$

Assim, para o caso geral de  $n$  mercadorias – supondo que cada processo gera apenas um produto final e não há capital fixo – fica provada a existência de uma solução única com significado econômico (i.e. taxa de lucro e preços positivos) para o problema de obter preços e taxa de lucro simultaneamente a partir da tecnologia e do salário real dados – e sem conhecer o trabalho incorporado em cada mercadoria.

No caso em que a taxa de lucro fosse nula, o sistema seria dado por:

$$(1.29) \quad \mathbf{p} = \mathbf{pA} + w\mathbf{l}$$

Usando o salário como numerário (“trabalho comandado”), o vetor de preços será:

$$(1.30) \quad \mathbf{p}^* = \mathbf{l}(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} = \mathbf{\Lambda}$$

Que nada mais é do que o vetor de valor-trabalho. Ou seja, apenas no caso em que toda a produção vai para os salários, os preços em trabalho comandado serão iguais ao total de trabalho direto e indireto, isto é, vale a teoria do valor-trabalho.

No caso em que os salários são zero, a taxa de lucro será máxima e finita:

$$(1.31) \quad \mathbf{p} = \mathbf{pA}(1+R)$$

Onde  $R$  representa a taxa de lucro máxima, que será finita, pois em um sistema em que não é possível hierarquizar a cadeia produtiva a partir de um processo originário que não usa capital nunca é possível reduzir todo o capital adiantado somente a salários<sup>23</sup>.

Uma vez ilustrada brevemente a contribuição de Sraffa, fica mais simples a comparação com a solução de Seton [1957]. Seguindo o caminho de Bortkiewicz, Seton

---

<sup>22</sup> Neste trabalho para a taxa de lucro associada ao auto-valor de  $\mathbf{A}^+$  será usado o símbolo  $r^*$ ; a taxa de lucro máxima – no caso em que os salários são zero, determinada pelo auto-valor de  $\mathbf{A}$  - será representada por  $R$ .

<sup>23</sup> Onde  $\alpha^*(\mathbf{A})$  nunca é zero de forma que a taxa de lucro será dada por  $R = \frac{1}{\alpha^*(\mathbf{A})} - 1$ .

partiu da representação dos processos usando os coeficientes de trabalho incorporado. O sistema de Seton pode ser representado como [Steedman, 1977, p.62]:

$$(1.32) \quad \mathbf{p} \hat{\mathbf{A}}^{-1} = \left( \mathbf{p} \hat{\mathbf{A}}^{-1} \right) \hat{\mathbf{A}} \mathbf{A}^+ \hat{\mathbf{A}}^{-1} (1+r)$$

Onde  $\hat{\mathbf{A}}$  é a matriz diagonal de valores-trabalho e a matriz  $\hat{\mathbf{A}} \mathbf{A}^+ \hat{\mathbf{A}}^{-1}$  é formada por colunas cujos componentes representam o capital constante e variável de maneira desagregada por setor. Além disso:

$$(1.33) \quad \boldsymbol{\rho} = \mathbf{p} \hat{\mathbf{A}}^{-1}$$

Onde  $\boldsymbol{\rho}$  é o vetor-linha com a razão preço-valor de cada mercadoria. Isto é:

$$(1.34) \quad \boldsymbol{\rho} = \boldsymbol{\rho} \left( \hat{\mathbf{A}} \mathbf{A}^+ \hat{\mathbf{A}}^{-1} \right) (1+r)$$

Assim, Seton [1957] generaliza para  $n$  setores a solução original de Bortkiewicz. Como pode ser visto nas equações acima, o sistema de Seton [1957] é excessivamente “carregado” em informação em relação ao sistema sraffiano. Isso não gera nenhum ganho de informação, pois a solução do sistema de Sraffa é a mesma que a do sistema acima:

$$(1.35) \quad \lambda^*(\mathbf{A}^+) = \lambda^*(\hat{\mathbf{A}} \mathbf{A}^+ \hat{\mathbf{A}}^{-1}) = \frac{1}{1+r^*}$$

Seton menciona esta propriedade em uma nota de rodapé, mas como seu interesse era obter uma solução para o “problema da transformação” em si – isto é, partindo da representação das técnicas em trabalho incorporado - o excesso de informação possui a sua funcionalidade.

### 1.6.1 Redução a trabalho datado como uma série infinita

Um segundo resultado importante de Sraffa [1960] é a demonstração de que os preços podem ser reduzidos a quantidades de trabalho datado. Diferentemente de Ricardo e Dmitriev, e em comum com Marx, não há nenhum estágio da cadeia produtiva em que não se usa algum meio de produção produzido, portanto, a redução a trabalho datado é infinita. Supondo salários antecipados, a redução será da forma:

$$(1.36) \quad \mathbf{p} = (1+r)w[\mathbf{I} + (1+r)\mathbf{IA} + (1+r)^2\mathbf{IA}^2 + \dots + (1+r)^k\mathbf{IA}^k + \dots]$$

Para um dado salário real e fixando um numerário, o sistema fica determinado como em Dmitriev. Todos os processos usam insumos produzidos, isto é, a matriz que representa a tecnologia do sistema não é triangular superior como em Dmitriev, pois mercadorias são produzidas por meio de mercadorias (isto é, todos os elementos podem ser positivos), o que faz com que a produção seja um processo integralmente circular<sup>24</sup>, sendo impossível chegar a um estágio da cadeia produtiva que não usa insumos produzidos.

### 1.6.2 O método seqüencial e a mercadoria-padrão

A partir das magnitudes de trabalho incorporado em cada mercadoria (valores-trabalho) Marx obtém a taxa de lucro sob a forma de uma equação de excedente no sentido de Garegnani (1984), isto é, que expressa explicitamente a relação inversa salários e lucros. Em termos físicos, a taxa de lucro é a razão entre o excedente (produto bruto menos o consumo intermediário, incluindo os salários) e o consumo intermediário (capital adiantado). A medida usada por Marx para somar os elementos heterogêneos que compõem o excedente e o capital adiantado da economia é o valor-trabalho, de forma que a taxa de

---

<sup>24</sup> Formalmente, se a matriz  $\mathbf{A}$  não é triangular superior então no limite  $\mathbf{A}^n \neq \mathbf{0}$ , porém, se  $r < R$ , a série infinita será convergente – o que garante a possibilidade de reduzir preços a quantidades de trabalho.

lucro é a razão entre o trabalho incorporado no excedente (mais-valia) dividida pelo total de trabalho incorporado nos meios de produção (capital constante) e na massa de salário real (capital variável).

As críticas posteriores, a partir de Bortkiewicz, deram bastante ênfase ao aspecto “sucessivista” do método marxiano: não é possível calcular a taxa de lucro “antes” dos preços relativos. Uma variável influencia a outra de forma que o procedimento simultâneo deve ser empregado para não haver raciocínio circular: a partir dos coeficientes técnicos (sejam eles de mercadorias ou de trabalho incorporado) e do salário real obtém-se simultaneamente taxa de lucro e preços.

Todavia, ainda que a proposição simultaneísta seja sempre válida, o uso do sistema-padrão permite de fato a determinação da taxa de lucro independente de preços no caso em que o salário real é dado e antecipado, [Sraffa, 1960, Garegnani, 1977, Petri, 2010, Serrano, 2011]. O produto bruto padrão é definido pela seguinte propriedade de sistemas lineares:

$$(1.37) \quad \alpha^* \mathbf{x}^* = \mathbf{A}^+ \mathbf{x}^*$$

Matematicamente  $\mathbf{x}^*$  corresponde ao auto-vetor direito de  $\mathbf{A}^+$ . Colocando o produto líquido padrão em evidência, segue-se que:

$$(1.38) \quad \mathbf{y}^* = (\mathbf{I} - \mathbf{A}^+) \mathbf{x}^* = r^* \mathbf{A}^+ \mathbf{x}^*$$

Assim, fica clara a característica da mercadoria-padrão: assim como no modelo apresentado no “Ensaio” por Ricardo, o produto é uma grandeza homogênea em relação aos insumos. Ao invés de um bem (isto é, um escalar) que é insumo e produto, no sistema padrão é uma cesta de mercadorias (isto é, um vetor) que possui essa propriedade.

Assim como no caso do setor que produz trigo por meio de trigo, para qualquer sistema de preços relativos, o vetor de produção líquida  $\mathbf{y}^*$  é um múltiplo  $r^*$  do vetor de

capital adiantado  $\mathbf{A}^+\mathbf{x}^*$ . A taxa de lucro máxima – pois os salários estão dados ao nível de subsistência – será dada pela raiz de Perron-Frobenius da matriz  $\mathbf{A}^+$  - a mesma do sistema de preços.

Portanto, assim como em Ricardo e Marx, a taxa de lucro pode, de fato, ser calculada sequencialmente - isto é, antes de determinar os preços relativos - a partir do salário real e das condições técnicas de produção. Basta que se conheça a proporção em que as quantidades de mercadorias entram no produto bruto padrão – os “multiplicadores” de Sraffa (1960). Embora o procedimento envolva de alguma maneira o uso de equações simultâneas para obter as quantidades relativas, não foi preciso calcular os preços ao “mesmo tempo” que a taxa de lucro. Para calcular os preços relativos é preciso apenas inserir a já conhecida taxa de lucro  $r^*$  nas equações de preços para qualquer numerário.

Desta maneira, a taxa de lucro de Marx estaria errada não porque torna o sistema de preços sobre-determinado, mas sim porque usa a composição orgânica do agregado da economia:

$$(1.39) \quad \frac{C}{V} = \frac{\Lambda \mathbf{A} \mathbf{x}}{\Lambda \mathbf{b} \mathbf{x}}$$

Enquanto que o correto seria a “composição orgânica padrão”:

$$(1.40) \quad \frac{C^*}{V^*} = \frac{\Lambda \mathbf{A} \mathbf{x}^*}{\Lambda \mathbf{b} \mathbf{x}^*}$$

Como mostrado por Medio [1972] e Abraham-Frois e Berrebi [1979], com esta composição orgânica “correta”, a equação marxiana para a taxa de lucro é válida, pois pré-multiplicando a equação do produto líquido padrão pelo vetor de trabalho incorporado e isolando  $r^*$ , obtém-se:

$$(1.41) \quad r^* = \frac{\Lambda(\mathbf{I} - \mathbf{A}^+) \mathbf{x}^*}{\Lambda \mathbf{A} \mathbf{x}^* + \Lambda \mathbf{b} \mathbf{l} \mathbf{x}^*} = \frac{e}{\frac{C^*}{V^*} + 1}$$

Isto é, usando a “composição orgânica padrão” (logo, removendo os bens de luxo, pois estes não fazem parte do sistema-padrão), a taxa de lucro marxiana estaria correta. Esta solução não é um caso particular para o caso em que a economia esteja no sistema-padrão: qualquer sistema possui uma mercadoria-padrão e, logo, a taxa de lucro  $r^*$  sempre pode ser obtida. Evidentemente não há necessidade de falar em valores-trabalho para obter  $r^*$ , uma vez que esta seria dada pela razão entre o produto líquido padrão e o capital adiantado padrão, porém, a concepção clássica de separar distribuição de preços relativos permanece válida.

### **1.7 Os dois postulados de invariância, o sistema padrão e o modelo de von Neumann**

O procedimento de Marx é um exemplo do método clássico de calcular a taxa de lucro como o excedente produzido em relação ao consumo necessário [Garegnani, 1984], onde a medida do excedente, trabalho incorporado, independe da taxa de lucro e por isso valem as duas invariâncias.

Todavia, no caso geral, os dois postulados de invariância não possuem nenhuma razão teórica para valerem. Uma vez adotado o procedimento simultaneísta, ou mesmo o seqüencial através do sistema-padrão, e fixando um numerário qualquer não valerão as duas invariâncias

Com a solução de Bortkiewicz, a literatura posterior passou a dar bastante ênfase na necessidade de i) calcular os preços relativos e taxa de lucro simultaneamente e ii) obter as

duas invariâncias de Marx. Conseguir obter os 2 objetivos mencionados passou a ser considerado como solução do “problema da transformação” [Morishima e Catephores, 197?].

Como foi visto acima, a transformação como “solução” (como proposto por Marx) é insatisfatória, mas, se vista como parte da problemática clássica, o problema foi solucionado por Dmitriev em 1898, usando variáveis marxianas por Bortkiewicz [1907]<sup>25</sup>, e posteriormente generalizado para o caso geral (isto é, que inclua produção conjunta e capital fixo) por Sraffa<sup>26</sup>. Em relação ao “problema da transformação” perseguido pela tradição marxista posteriormente, porém, as soluções são completamente restritas a casos particulares de forma que não seria um exagero dizer que é um problema que não possui solução – ou simplesmente, um falso problema.

Um dos casos óbvios em que valeria a “transformação strictu-senso” seria o irrelevante sistema de produção em que todas as mercadorias são produzidas usando a mesma composição orgânica de capital. Nesse caso valeria a teoria do valor-trabalho.

O outro caso em que ocorreria transformação seria aquele em que o sistema efetivo opera às mesmas proporções da mercadoria-padrão [Abraham-Frois e Berrebi, 1979]. A taxa de lucro  $r^*$  poderia ser calculada como na sessão anterior ou diretamente pelo autovalor dominante. A diferença é que a escala efetiva de produção será dada pelo sistema padrão, pois o excedente é todo reinvestido (e os trabalhadores não poupam) no próprio

---

<sup>26</sup> A rigor, von Neumann (1936) foi o primeiro autor a obter preços relativos e taxa de lucro para produção conjunta e capital fixo usando a noção de processo circular e partindo de um salário real exógeno. Todavia, como não toma o conjunto de técnicas de produção em uso como dado – isto é, a escolha das técnicas que serão utilizadas é um dos objetos do modelo – e as quantidades produzidas são endogenamente determinadas no modelo, optou-se no presente trabalho por separar sua contribuição da dos outros autores aqui apresentados. Isso não quer dizer que o trabalho de 1936 seja considerado marginalista - ver Kurz e Salvadori [1995] para uma clarificação das características não-marginalistas

setor - isto é, vale a Lei de Say por hipótese – de forma que o sistema de quantidades será dado por:

$$(1.42) \quad \mathbf{x}^* = (1 + g)\mathbf{A}\mathbf{x}^*$$

Onde  $g$  é a taxa de crescimento uniforme das quantidades produzidas por setor, igual à  $r^*$ . Fixando um numerário marxiano, por exemplo, “soma dos preços igual à soma dos valores”, obtém-se o outro (“massa de lucro igual à massa de mais-valia”) e vice-versa. Isto é, vale a “transformação strictu-sensu” [Abraham-Frois e Berrebi, 1979].

O caso descrito pelo modelo de von Neumann [1936] é exatamente esse: supondo um salário real exógeno e retornos constantes de escala, todos os setores crescem à taxa  $r^*$ , pelo lado das quantidades, e os preços são aqueles associados a esta mesma taxa – um caso muito particular para ser considerado uma solução para o “problema da transformação”.

Sob o aspecto da representação da tecnologia e da distribuição o modelo é muito semelhante ao de Sraffa com salário real exógeno antecipado e a matriz tecnológica podendo ter todos os elementos positivos<sup>27</sup>. A diferença principal diz respeito ao que o modelo se propõe a explicar endogenamente: não apenas preços relativos e taxa de lucro, como também que processos serão utilizados, as quantidades produzidas e a taxa de crescimento do sistema. Para isso, von Neumann [1936] assume explicitamente retornos

---

<sup>27</sup> O aspecto circular fica claro na passagem “*Goods are produced not only from ‘natural factors of production’ but in the first place from each other. These processes of production may be circular, i.e. good G1 is produced with the aid of good G2, and G2 with the aid of G1*” (p.1). A hipótese de salário real exógeno aparece no trecho “*Consumption of goods takes place only through the processes of production which include necessities of life consumed by workers and employees*” (p.2). Logo após isso, von Neumann afirma que “*It is obvious to what kind of theoretical models the above assumptions correspond*”. À luz da presente argumentação parece claro que o modelo se insere na tradição clássica, como argumentado por Kurz e Salvadori [1995]. Todavia, a interpretação mais difundida associa o modelo à tradição marginalista [McKenzie, 1987]. A origem desta confusão parece ser a tradução inglesa do título do artigo: uma tradução literal do alemão seria algo como “On an economic system of equations and a generalization of Brouwer’s fixed point theorem”, todavia o título do artigo publicado em inglês foi “A model of general economic equilibrium”, o que contribuiu bastante para associar o modelo a tradição neoclássica [Kurz & Salvadori, 1995].

constantes de escala, diferentemente de Sraffa, que supõe quantidades dadas, não fazendo, portanto, nenhuma hipótese sobre retornos.

No caso de produção simples, o modelo de von Neumann consiste em determinar qual matriz aumentada  $\mathbf{A}^+ = \mathbf{A} + \mathbf{b}\mathbf{l}$  de um conjunto composto por várias tecnologias para um dado salário real  $\mathbf{b}$  que possui menor auto-valor dominante – isto é, que gera a maior taxa de lucro e de crescimento para a economia<sup>28</sup>. Uma vez realizada a escolha de técnicas a economia opera nas proporções do sistema-padrão, valendo as equações (1.28) e (1.42).

## 1.8 Conclusão

Ao contrário do argumento de que a teoria clássica do valor teria sido abandonada por ser adequada apenas ao caso em que valeria a teoria do valor-trabalho (onde todas as mercadorias possuem a mesma proporção trabalho direto e indireto ou mesma “composição orgânica”) ou da crítica de Walras de que os clássicos “tentavam obter preços a partir de preços”, o presente trabalho mostrou que o método clássico de supor uma variável distributiva e a tecnologia como dados para obter preços relativos e a outra variável distributiva é válido em condições bem mais gerais.

Da contribuição de Ricardo a proposição mais relevante parece ser a que diz respeito à taxa de lucro: esta só depende das condições técnicas de produção dos bens salários e possui uma relação inversa com o salário real – resultado obtido à custa da hipótese de que os preços relativos são proporcionais aos valores-trabalho. Em Marx ocorre um avanço analítico em relação a esse aspecto: mercadorias não são trocadas de acordo com o trabalho incorporado, mas sim aos seus preços de produção. Além disso, através do

---

<sup>28</sup> A taxa de crescimento do “raio de Von Neumann” não corresponde ao que foi chamado de taxa máxima até aqui, associada ao caso em que o salário real é nulo, pois como foi visto na passagem citada Von Neumann considera o consumo dos trabalhadores.

conceito de “capital constante”, Marx elimina a possibilidade de existirem setores que não usam insumos produzidos presente em Ricardo dando maior realismo a representação dos processos produtivos [Leontief, 1948] – o que torna difícil de aceitar a tese de que Marx seria um “pós-ricardiano menor” como defende Samuelson [1957]. Como retrocesso em relação a Ricardo na análise marxiana fica a proposição de que as condições técnicas dos setores de luxo também afetam a taxa de lucro da economia. Comum ao procedimento de ambos os autores é a necessidade de que a teoria do valor-trabalho seja válida – isto é, que todos os setores possuam a mesma relação entre trabalho direto e indireto - para que as teorias sejam integralmente válidas.

Dmitriev [1898] introduz o uso de equações simultâneas na tradição clássica respondendo à crítica de Walras de maneira bem sucedida. Com isso demonstra que a teoria clássica é válida em condições gerais (além do caso em que vale a teoria do valor-trabalho). Todavia, sob o ponto de vista da representação dos processos produtivos o autor retrocede em relação a Marx, pois, assim como Ricardo, representa os processos supondo a existência de setores originários que não utilizam insumos produzidos. Bortkiewicz [1907] por usar o esquema analítico marxiano (onde as técnicas são representadas de acordo com “capital constante” e “capital variável” ao invés de períodos de produção, como em Ricardo e Dmitriev), estende a solução simultânea para o caso em que a produção é integralmente circular - todavia, utilizando uma desnecessária agregação em três setores.

Shibata [1933] parece ser o primeiro autor a abandonar a representação das técnicas em trabalho incorporado, antecipando as conclusões de Sraffa [1960] de que bastam as proporções em que as mercadorias são necessárias para produzir mercadorias e as mercadorias que compõem o salário real para obter os preços relativos e a taxa de lucro; além de mostrar implicitamente que não há necessidade de hipóteses sobre a composição da

demanda agregada (isto é, tanto faz se a economia está em estado estacionário ou em expansão) e de agregação setorial.

Seton [1957] é o primeiro a generalizar explicitamente para  $n$  setores o método simultâneo representando as técnicas em trabalho incorporado, com o intuito de resolver o “problema da transformação” – mostrando que o problema dos preços relativos em sua forma correta requer o máximo de desagregação. O autor também conclui que bastam os coeficientes de mercadoria para determinar preços e distribuição.

No que concerne exclusivamente à hipótese de produção simples, Sraffa [1960] generaliza o método simultâneo tanto para a representação *input-output* (mercadorias) quanto para a representação em trabalho incorporado (redução a trabalho datado) - como Dmitriev [1898] mas como uma série de trabalho datado infinita devido à circularidade dos processos - e propõe como solução alternativa à teoria da distribuição o fechamento do sistema usando a taxa de lucro como variável exógena. Além das contribuições analíticas diretas, Sraffa [1953, 1960] também foi fundamental para a clarificação das diferenças analíticas entre o método clássico e o marginalismo, de maneira que, embora isso não fosse uma novidade completa para os autores mencionados, na grande maioria dos países ocidentais – devido à ampla dominância da corrente marginalista – estas diferenças foram obscurecidas pela ideia de que a teoria clássica seria uma versão primitiva do marginalismo, conforme defendido por Marshall [1890, apêndice I].

À luz da contribuição de Sraffa, o modelo de Von Neumann também deve ser considerado parte da tradição clássica, pois a representação dos processos produtivos é plenamente circular como em Marx e Sraffa e o salário real é exógeno<sup>29</sup> - embora seja diferente de outros autores desta abordagem em relação à hipótese de não tomar como dada

---

<sup>29</sup> Por isso, não há pleno-emprego da força de trabalho no modelo.

a tecnologia e as quantidades produzidas. Von Neumann supõe explicitamente retornos constantes de escala e que vale a Lei de Say em sua forma extrema – todo o excedente é reinvestido – de forma que todos os setores crescem uniformemente à taxa de lucro da economia. Além disso, para um mesmo conjunto de tecnologias alternativas, se ocorre um aumento de algum dos componentes da cesta salarial **b**, a taxa de lucro e a taxa de crescimento do novo conjunto de técnicas escolhidas cairão – isto é, vale a proposição ricardiana de que existe uma relação inversa entre salários e lucros e, devido à Lei de Say, existe uma relação inversa entre consumo e crescimento.

## **CAPÍTULO 2: REPRESENTAÇÃO DO EXCEDENTE EM MERCADORIAS E EM VALOR-TRABALHO NO CASO DE PRODUÇÃO CONJUNTA**

Até o momento, toda a discussão foi feita sob a hipótese de que cada mercadoria é produzida individualmente, i.e., não há subprodutos nem bens de capital que duram mais de um período. Cada processo produtivo gera apenas um produto e os seus insumos são integralmente consumidos na produção. Desta maneira, falar de setores ou de processos produtivos não faria diferença, pois cada processo produz apenas um bem, que está associado exclusivamente a um setor<sup>30</sup>.

A teoria do valor de Ricardo e Marx implicitamente baseia-se nesta hipótese [Schefold, 1989]<sup>31</sup>, do contrário não ficaria claro como atribuir uma quantidade total de trabalho incorporado na produção de uma mercadoria: se há produção conjunta a mesma mercadoria é produzida por vários processos e o mesmo processo produz várias mercadorias. Por esta razão, na presença de produção conjunta alguns paradoxos aparecem no que concerne à representação do excedente em valor-trabalho.

O presente capítulo propõe-se a discutir de maneira preliminar a noção de valor-trabalho em produção conjunta pura (i.e., sem capital fixo, terra ou recursos naturais) a partir do exemplo numérico de Steedman [1975] e clarificar o significado econômico do “paradoxo” levantado pelo mesmo. Além disso, algumas contribuições posteriores ao tema – especialmente as de Morishima e Catephores [1973] e Akyüz [1983] – também serão analisadas. O capítulo começa discutindo alguns conceitos de produção simples para o caso

---

<sup>30</sup> Também estava implícito que a escolha das técnicas já fora realizada.

<sup>31</sup> Se forem considerados os casos de capital fixo e terra, não é correto dizer que os clássicos não tratavam de produção conjunta [Kurz, 1986]. Todavia, o presente capítulo restringe-se apenas ao caso em que há “produção conjunta pura”, isto é, cada processo gera em termos líquidos mais de um produto, mas não há capital fixo e terra, caso em que a contribuição de Sraffa [1960] parece ter sido precursora na tradição clássica usando o método de supor como dado o conjunto de técnicas dominantes e as quantidades produzidas.

de produção conjunta e o chamado “teorema fundamental marxista”, uma vez que o debate posterior busca questionar ou afirmar este resultado. A hipótese de retornos constantes de escala é utilizada ao longo de todo o capítulo.

## 2.1 O “teorema fundamental marxista”

Devido à impossibilidade lógica de resolver o “problema da transformação” – no sentido apresentado no capítulo anterior, de obter as duas invariâncias de Marx [Abraham-Frois e Berrebi, 1979], autores como Morishima [1973] buscaram uma maneira alternativa de relacionar o conceito de mais-valia de Marx – isto é, o excedente em trabalho incorporado - com a existência de uma taxa de lucro positiva no que ficou conhecido como o “teorema fundamental marxista” (TFM). O “teorema” consiste na proposição:

$$r > 0 \Leftrightarrow e > 0$$

Isto é, a taxa de lucro será positiva se, e somente se, a taxa de mais-valia for positiva.

A demonstração do TFM que se segue baseia-se em Abraham-Frois e Berrebi [1976]. O vetor de produção bruta em trabalho incorporado é dado por:

$$(2.1) \quad \Lambda = \Lambda(\mathbf{A}^+ + e\mathbf{b}\mathbf{l}) = \Lambda\mathbf{M}$$

Além disso:

$$(2.2) \quad \alpha^* \mathbf{p}^* = \mathbf{p}^* \mathbf{A}^+$$

Logo, como  $\mathbf{M}$  é uma matriz não-negativa indecomponível (só possui os setores básicos) e  $\Lambda$  é seu auto-vetor positivo associado ao auto-valor igual a 1, sabe-se pelo teorema de Perron-Froebenius que ele é o único positivo e 1 é o auto-valor máximo. Do sistema de preços sabe-se que:

$$r > 0 \Leftrightarrow \alpha^*(\mathbf{A}^+) = \frac{1}{1+r} < 1$$

Comparando os auto-valores do sistema de preços e do de valores-trabalho tem-se que:

$$(2.3) \quad \alpha^*(\mathbf{A}^+) < \alpha^*(\mathbf{M}) = 1$$

Logo, a taxa de lucro será positiva se, e somente se, a mais-valia for positiva. Se  $e$  fosse zero, valeria:

$$(2.4) \quad \alpha^*(\mathbf{A}^+) = \alpha^*(\mathbf{M}) = 1$$

O que implicaria que:

$$(2.5) \quad \alpha^*(\mathbf{A}^+) = \frac{1}{1+r^*} = 1$$

E a taxa de lucro seria zero. Portanto, a condição necessária e suficiente para que a taxa de lucro seja positiva é que haja mais-valia [Abraham-Frois e Berrebi, 1976]<sup>32</sup>.

## 2.2 Valores-trabalho como multiplicadores de emprego

Um aspecto importante do vetor de trabalho incorporado é que ele também reflete o total de emprego direto (coeficiente de trabalho direto do processo  $i$ ) e indireto necessário à produção de uma unidade da mercadoria  $i$  [Sraffa, 1960, apêndice A]. Seja  $\mathbf{e}_i$  o produto líquido composto por apenas uma unidade da mercadoria  $i$  (vetor coluna cuja  $i$ -ésima coordenada é igual a 1 e as demais coordenadas são nulas), o produto bruto necessário  $\mathbf{x}_i$  para gerar este produto líquido será dado por:

$$(2.6) \quad \mathbf{x}_i = (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{e}_i$$

---

<sup>32</sup> É importante observar que qualquer economia viável precisa ser capaz de produzir excedente positivo de pelo menos um bem básico, de forma que do ponto de vista estritamente tecnológico, os trabalhadores são tão importantes quanto o aço, ferro, trigo e outros bens básicos que tiverem excedente positivo, de forma que poderia-se falar de qualquer “teoria do valor do bem básico  $x$ ” [Bowles e Gintis, 1981]<sup>32</sup>.

O emprego total necessário à produção de  $e_i$  será dado por:

$$(2.7) \quad \mathbf{l}x_i = \mathbf{l}(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{e}_i = \Lambda\mathbf{e}_i = \lambda_i$$

Onde  $\lambda_i$  é o valor-trabalho da mercadoria  $i$ . Logo, sob a hipótese de retornos constantes de escala, os valores-trabalho também são os multiplicadores de emprego: para aumentar em 1 unidade a produção líquida da mercadoria  $i$  é preciso  $\lambda_i$  de emprego. Em outros termos, o emprego total precisa aumentar em  $\lambda_i$  unidades para produzir-se uma unidade a mais do bem  $i$ .

Sob a hipótese de que cada processo só gera um produto e de que a economia é capaz de produzir excedente, a matriz inversa  $(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}$  é semi-positiva (i.e., os elementos são positivos ou nulos), o que garante um vetor de valor-trabalho positivo. Todavia, este resultado nem sempre se mantém na presença de produção conjunta.

### 2.3 Produção conjunta e multiplicadores de emprego negativos

Supondo que os processos geram mais de um produto a matriz de produtos não é mais do tipo diagonal como foi suposto no primeiro capítulo. A forma geral que os processos podem assumir é do tipo:

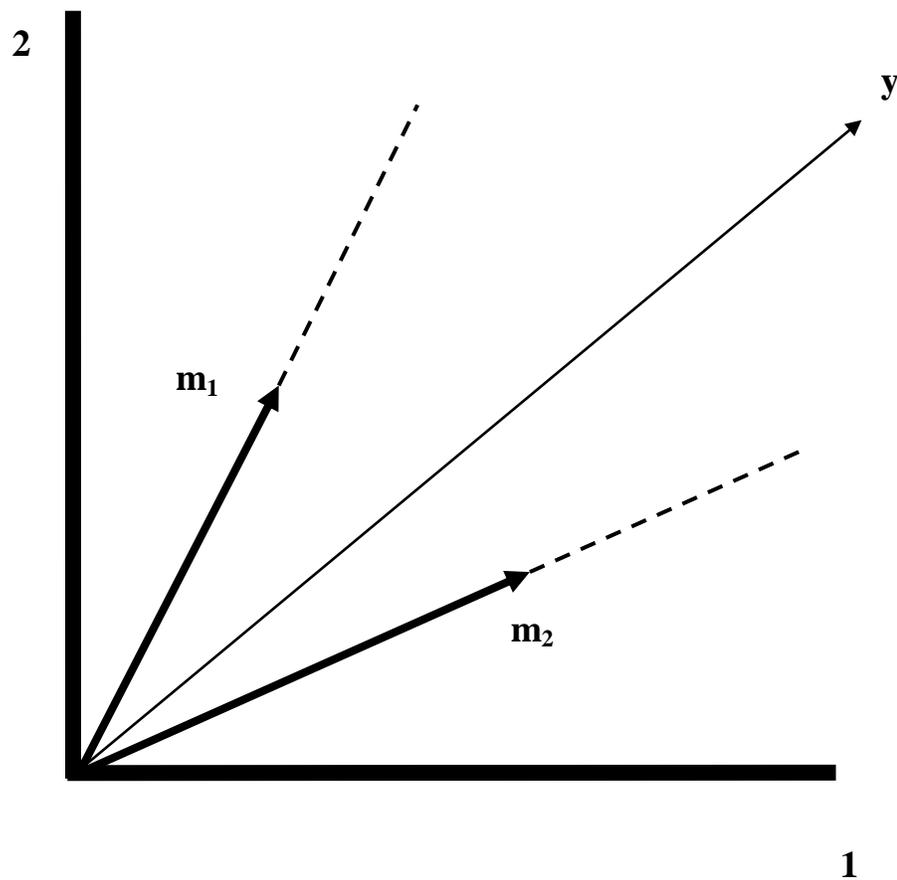
$$a_{1j} \oplus a_{2j} \oplus \dots \oplus a_{nj} \oplus l_j \rightarrow b_{1j} \oplus b_{2j} \oplus \dots \oplus b_{nj}$$

Onde o  $b_{ij}$  representa o produto  $i$  gerado no processo  $j$ , que pode (hipoteticamente) gerar até  $n$  produtos. Os coeficientes de trabalho direto são iguais à unidade devido à normalização mais utilizada na literatura. As  $n$  colunas da matriz  $\mathbf{B}$  representam os produtos dos respectivos  $n$  processos.

Uma primeira questão que precisa ser frisada é que a noção de trabalho incorporado por mercadoria no caso em que cada processo gera vários produtos e não apenas um único perde bastante força. Uma mercadoria  $i$  pode ser produzida separadamente se para produzir uma unidade líquida da mesma não são necessárias escalas de produção negativas [Schefold, 1978], isto é, se o vetor  $\mathbf{x}_i$  da equação (2.6) não contiver elementos negativos. Em produção simples, uma mercadoria sempre pode ser produzida de forma separada das outras, de maneira que cada processo está associado exclusivamente a uma mercadoria. No caso em que o mesmo processo produz várias mercadorias e a mesma mercadoria é produzida por diferentes processos, todavia, nem sempre é possível produzir mercadorias separadamente. Por exemplo, se existem dois processos produtivos que geram produtos líquidos positivos dos dois bens não há como produzir exatamente apenas um dos bens. Graficamente, esta situação pode ser representada como se segue<sup>33</sup>:

---

<sup>33</sup> Os diagramas utilizados são baseados em Mainwaring [1984] e Abraham-Frois e Berrebi [1997].



Onde o eixo das abscissas representa as unidades líquidas do bem 1 e o das ordenadas as unidades líquidas do bem 2; os produtos líquidos de cada processo – operados à escala de uma unidade de trabalho empregada - são representados pelos vetores  $\mathbf{m}_1$  e  $\mathbf{m}_2$ . As setas pontilhadas representam a hipótese de retornos constantes de escala, de forma que qualquer demanda final  $\mathbf{d}$  pode ser exatamente atendida por uma combinação positiva das escalas de produção; demandas finais que ficam fora deste “cone” não podem ser atendidas exatamente por uma combinação dos dois processos em uso. Como pode ser visto no gráfico, a produção líquida dos dois processos é positiva para ambos os bens, de forma que

não é possível produzir de maneira separada apenas uma unidade de cada bem sem operar os processos com escalas negativas – o que não possui significado econômico.

O significado dos preços normalizados pelo salário para taxa de lucro zero em produção conjunta fica mais claro se for visualizado através dos multiplicadores de emprego apresentados acima. O vetor de valor-trabalho em produção conjunta consiste no vetor de multiplicadores de emprego:

$$(2.8) \quad \Lambda = \mathbf{I}(\mathbf{B} - \mathbf{A})^{-1}$$

Diferentemente do caso de produção simples, porém, a matriz  $(\mathbf{B} - \mathbf{A})^{-1}$  não será semi-positiva em todos os casos – em produção simples bastava que a tecnologia fosse capaz de produzir excedente que  $(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}$  seria semi-positiva. Se  $(\mathbf{B} - \mathbf{A})^{-1}$  contiver elementos negativos, o vetor de multiplicadores de emprego *poderá* conter elementos negativos – o que enfraquece a ideia de “trabalho incorporado” em produção conjunta, pois não faz sentido pensar em quantidades negativas de trabalho incorporado.

O “valor-trabalho negativo” individual, i.e. de uma mercadoria, significa que para aumentar em uma unidade a produção líquida desta mercadoria será necessário reduzir o emprego total da economia devido à recombinação das escalas de produção que os processos são empregados [Sraffa, 1960].

Isto é, em produção conjunta, como nem sempre é possível produzir separadamente apenas um determinado bem, para produzir uma unidade a mais de uma mercadoria inevitavelmente a quantidade produzida de outra mercadoria produzida conjuntamente terá que aumentar. Dependendo do caso, para atender uma determinada demanda final sem que haja excesso de produção de qualquer mercadoria é necessário que alguns processos sejam contraídos e outros expandidos, de forma que a variação total sobre o emprego pode ser

negativa. Por esta razão, o conceito de valor-trabalho em produção conjunta só faz sentido no caso geral se for pensado como multiplicador de emprego [Sraffa, 1960], supondo retornos constantes de escala.

## 2.4 Lucros positivos e taxa de mais-valia negativa

O exemplo numérico apresentado por Steedman [1975] explora exatamente esta possibilidade. Neste exemplo não apenas o valor-trabalho individual de uma mercadoria é negativo como o da cesta de bens que vai para os capitalistas, i.e. mais-valia, é negativa, embora a taxa de lucro da economia seja positiva, uma vez que a mesma é capaz de produzir excedente e este não vai integralmente para os salários. O exemplo consiste em:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 10 \end{bmatrix}; \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 6 & 3 \\ 5 & 12 \end{bmatrix}; \mathbf{l} = [1 \quad 1]; \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0,5 \\ 0,83 \end{bmatrix}$$

A economia em questão atende à demanda final  $\mathbf{y} = (y_1, y_2) = (8, 7)$ , da qual (5,2) vai para os capitalistas e (3,5) para os trabalhadores, com taxa de lucro e preços relativos positivos<sup>34</sup>. Os valores-trabalho individuais serão:

$$\Lambda = \mathbf{l}(\mathbf{B} - \mathbf{A})^{-1} = [1 \quad 1] \cdot \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = [-1 \quad 2]$$

Os agregados marxianos serão<sup>35</sup>:

---

<sup>34</sup> Valores-trabalho negativos não representam nenhuma ineficiência do sistema à taxa de lucro associada ao salário real em questão, porém no caso em que a taxa de lucro é zero os preços - iguais aos valores-trabalho - seriam negativos e a escolha das técnicas seria revista, pois o segundo processo é mais produtivo que o primeiro [Scheffold, 1978]. O presente capítulo propõe-se apenas a discutir e clarificar a questão dos valores-trabalho negativos, de forma que a análise dos preços relativos não será feita. Para uma discussão da relação entre preços relativos e diferentes níveis da taxa de lucro em produção conjunta ver Abraham-Frois e Berrebi [1997]. Supondo salários antecipados e usando bem 2 como numerário a taxa de lucro e o preço relativo do bem 1 serão respectivamente 14,38% e 0,161.

<sup>35</sup> O capital constante é pouco relevante no presente contexto, pois o debate se dá em torno do TFM, que relaciona taxa de exploração com taxa de lucro.

$$(2.9) \quad \begin{aligned} S &= \Lambda \mathbf{y}_S = \mathbf{l} \mathbf{x}_S = \mathbf{l} (\mathbf{B} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{y}_S = -1 \\ V &= \Lambda \mathbf{y}_V = \mathbf{l} \mathbf{x}_V = \mathbf{l} (\mathbf{B} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{y}_V = 7 \end{aligned}$$

Isto é, embora a demanda final seja atendida com uma combinação dos dois métodos usando como escala de produção  $\mathbf{x} = (\mathbf{B} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{y} = (x_1, x_2) = (5, 1)$ , que emprega um total de 6 unidades de trabalho, para produzir separadamente as cestas que vão para os capitalistas e as cestas que vão para os trabalhadores é necessário empregar escalas negativas de produção – o que não faz sentido econômico.

Essas escalas de produção negativas decorrem do fato que se apenas um das duas cestas fossem as demandas finais não haveria uma combinação dos dois processos em uso capaz de produzir exatamente (i.e., sem superprodução) apenas  $\mathbf{y}_S = (5, 2)$  ou apenas  $\mathbf{y}_V = (3, 5)$ . Por isso aparecem escalas negativas,  $\mathbf{x}_S = (\mathbf{B} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{y}_S = (-4, 3)$  e  $\mathbf{x}_V = (\mathbf{B} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{y}_V = (9, -2)$ , respectivamente.

Todavia, a soma das duas cestas gera uma demanda final que é atendida exatamente por uma combinação factível dos dois métodos do sistema quadrado em questão. Se as demandas de cada classe fossem, por exemplo, (4,4) e (4,3), capitalistas e trabalhadores respectivamente, não ocorreria o “paradoxo” apontado por Steedman [1975], pois os dois processos em uso são capazes de produzir ambas as cestas, além de, obviamente, atenderem a mesma demanda total de (8,7).

Portanto, são condições necessárias para que ocorra um agregado marxiano negativo em um sistema de duas mercadorias:

- i) Um processo seja estritamente mais produtivo que o outro (condição necessária para que haja valor trabalho negativo de uma das mercadorias).

- ii) A cesta que compõe o agregado (não importa se é a que vai para os capitalistas ou para os trabalhadores, pois o relevante é a taxa de mais-valia) não pertença ao cone formado pelo sistema quadrado – desse fato decorrem as escalas de produção negativas.

Todavia, essas condições não são suficientes para que a taxa de mais-valia seja negativa. A cesta que vai para os trabalhadores, por exemplo, está fora do cone, mas isso não implica um emprego negativo para produzi-la (no caso o emprego seria de 7 unidades, o “capital variável” da economia).

Para que ocorra uma quantidade negativa de emprego, seria preciso que as cestas possuíssem uma composição muito diferente entre si. Se fossem (4,4) e (4,3), por exemplo, as composições são relativamente parecidas (isto é, os vetores são próximos) e ambas situam-se dentro do cone, podendo ser produzidas separadamente sem problemas.

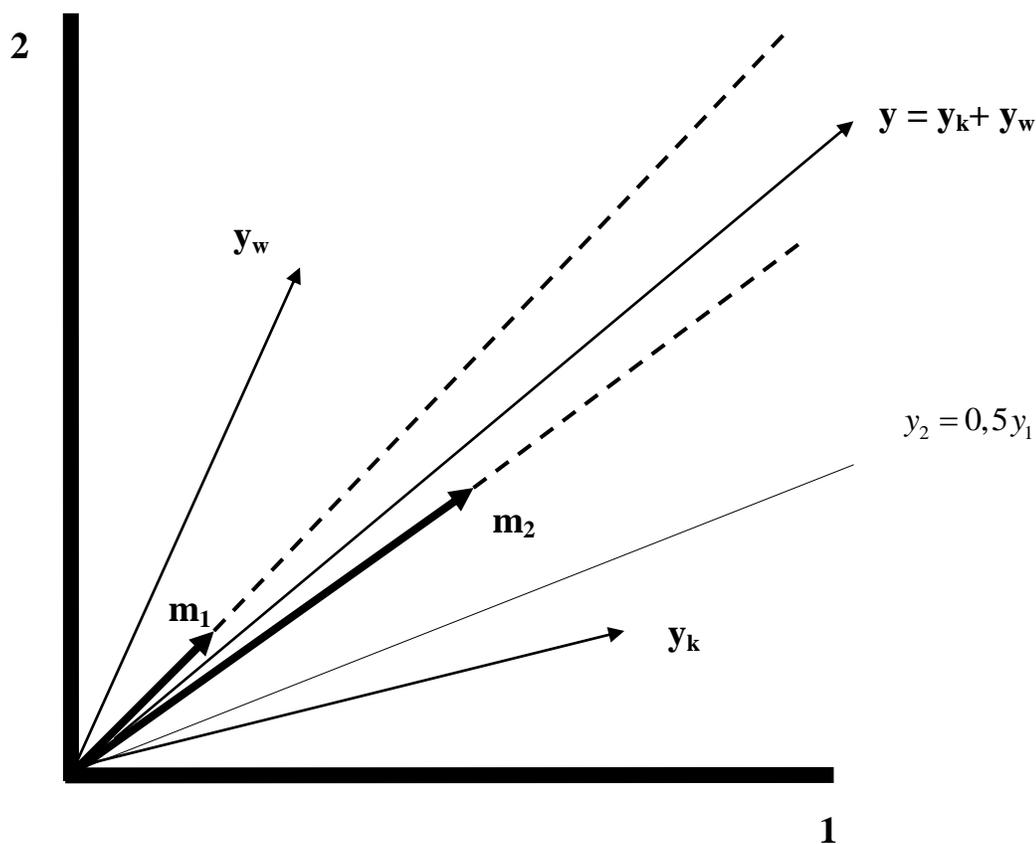
Se a cesta de mercadorias que vai para os capitalistas fosse (5,3) e a dos trabalhadores (3,4) não apareceria nenhum “paradoxo”: a mais-valia seria igual a 1 e o capital variável igual a 5. Todavia, economicamente, as demandas finais se situariam fora do cone e escalas negativas de produção seriam necessárias para produzir separadamente as cestas, ainda que o emprego necessário para produzir cada cesta não fosse negativo e, por isso, não ocorreria taxa de exploração negativa. O agregado negativo só acontecerá se as demandas finais forem muito diferentes<sup>36</sup>, como é o caso do exemplo numérico<sup>37</sup>.

---

<sup>36</sup> O quão diferentes precisam ser as demandas de cada classe para gerar emprego negativo depende dos coeficientes técnicos em questão, neste exemplo numérico qualquer demanda final (de qualquer classe) do tipo  $2y_2 < y_1$  é suficiente para gerar emprego necessário negativo e, logo, taxa de exploração negativa.

<sup>37</sup> No exemplo de Steedman [1975], a cesta que vai para os capitalistas é a que requer um total de emprego negativo. Todavia, se fosse a dos trabalhadores – bastaria mudar a classe que recebe – o capital variável é que seria negativo. O TFM continuaria sendo refutado uma vez que a taxa de exploração continuaria sendo negativa.

Graficamente<sup>38</sup>, o exemplo pode ser visto como se segue: o vetor  $y$  é a demanda final da economia, igual à demanda dos capitalistas  $y_s$  e dos trabalhadores  $y_v$ . Os vetores  $M_1$  e  $M_2$  formam o cone capaz de atender demandas finais apenas usando uma combinação dos dois processos e as setas pontilhadas grossas representam a hipótese de retornos constantes de escala necessária para fazer a estática comparativa.



<sup>38</sup> O gráfico é propositalmente apresentado sem os valores numéricos do exemplo de Steedman [1975] pois representa as propriedades de qualquer caso em que dois processos produzem em termos líquidos duas mercadorias sendo um deles estritamente mais produtivo que o outro.

Isto é, qualquer demanda final fora do cone – formado pelos vetores  $M_1$  e  $M_2$  – dados pelas colunas da matriz  $(\mathbf{B} - \mathbf{A})$  requer escalas de produção negativas. Dentro deste grupo de demandas que não são atendidas separadamente pelos métodos em uso, algumas em particular – cuja composição é muito diferente – geram como resultado que o emprego total necessário para produzi-las é negativo, no caso apresentado a cesta que vai para os capitalistas. Porém, economicamente, estas cestas são todas iguais: representam o fato de que não podem ser produzidas separadamente usando os dois processos apenas.

Portanto, não há nenhum paradoxo no exemplo em questão: em produção conjunta, para um número de processos igual ao de mercadorias, não há como produzir separadamente algumas cestas de mercadorias. Todavia, conjuntamente as cestas podem ser produzidas – se o total demandado ficar dentro do cone – de forma que o emprego total será sempre positivo, ainda que, como mostrado por Steedman (1975), nem sempre seja possível definir o emprego necessário para produzir *separadamente* o excedente e o consumo dos trabalhadores. Valores-trabalho negativos individuais e, conseqüentemente, agregados marxianos negativos *podem* (mas não necessariamente precisam) ocorrer sempre que  $(\mathbf{B} - \mathbf{A})^{-1}$  não for semi-positiva. Supondo que  $(\mathbf{B} - \mathbf{A})^{-1} > \mathbf{0}$ , a possibilidade de valores-trabalho negativos individuais (logo para os agregados) é eliminada [Schefold, 1978].

## 2.5 Tentativas de solucionar o “paradoxo” da mais-valia negativa

Alguns autores tentaram resolver o suposto paradoxo mencionado com o intuito de recuperar o “teorema fundamental marxista”, isto é, taxa de mais-valia positiva é condição necessária e suficiente para lucros positivos.

### 2.5.1 Morishima e Catephores

Morishima e Catephores [1978] propõem redefinir o conceito de valor-trabalho para o caso de produção conjunta. Segundo os autores, não há análise de produção conjunta em Marx de forma que a definição de valor-trabalho usada por Steedman (1975) seria equivocada, pois não faria sentido supor que uma mercadoria requer quantidades negativas de trabalho. Ao invés de usar a definição usual, preços quando a taxa de lucro é zero, os autores sugerem que o “valor-trabalho verdadeiro” (nos termos dos autores) de uma cesta de mercadorias é dado pelo problema de minimizar o emprego total necessário para produzir esta cesta.

Assim, para o obter “capital variável verdadeiro” é preciso resolver o problema de minimizar o emprego total necessário para produzir o consumo dos trabalhadores:

$$(2.10) \min \mathbf{1x}$$

$$\text{s.a. } (\mathbf{B} - \mathbf{A})\mathbf{x} \geq \mathbf{y}_v, \mathbf{x} \geq \mathbf{0}$$

As variáveis endógenas do problema são a escala de produção  $\mathbf{x}$  e os processos a serem operados. O uso das desigualdades mostra claramente a diferença do método empregado em relação ao utilizado no presente trabalho: na análise de Morishima e Catephores [1978], as técnicas utilizadas para atender a demanda final serão escolhidas de forma a minimizar o emprego total do sistema – e não para maximizar a taxa de lucro.

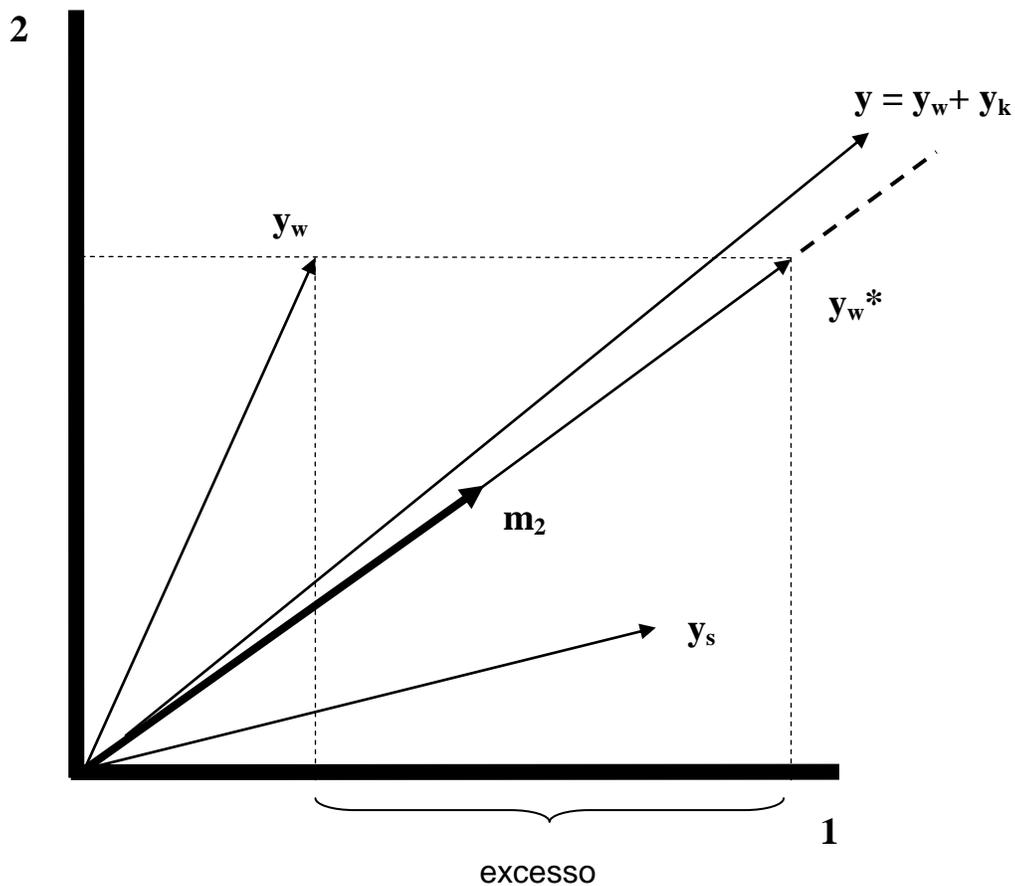
O “capital variável verdadeiro” será dado por:

$$V^* = \mathbf{a}_L \mathbf{x}^*$$

Onde  $\mathbf{x}^*$  é o vetor de escalas de produção que resolve o problema de minimização. Desta maneira, a “mais-valia verdadeira” seria dada por:

$$(2.11) \quad S^* = L - V^* = \mathbf{l}(\mathbf{x} - \mathbf{x}^*)$$

No exemplo numérico apresentado apenas o processo de maior produtividade seria operado, na escala de 2,5 unidades de trabalho. Todavia, como apenas com este processo não é possível produzir exatamente apenas a demanda dos trabalhadores, ocorre excesso de produção da mercadoria 1 em 4,5 unidades. A “mais-valia verdadeira” será a diferença entre o emprego efetivo e o emprego mínimo necessário a produzir a cesta:  $6 - 2,5 = 3,5$ .



O método dos “valores verdadeiros” não apresenta nenhuma inconsistência interna e como exercício teórico busca responder a pergunta “que parte do emprego total é necessária para produzir o excedente?”. Todavia, em relação à problemática original em que os valores-trabalho foram empregados por Marx, o método claramente representa uma ruptura considerável.

Um primeiro aspecto que chama atenção é a idéia de calcular a taxa de exploração com base em processos que não são utilizados em uma economia capitalista – uma vez que o critério de escolha dos processos em uso (“socialmente necessários”) é dado pela maximização da taxa de lucro, e não pela minimização do trabalho. Como apontado por Akyuz [1983], a mais-valia usada para demonstrar o TFM é aquela associada à diferença entre emprego total e o emprego necessário para produzir o consumo dos trabalhadores – e não entre emprego total e emprego em uma sociedade que possui como objetivo minimizar o trabalho. Isto é, o TFM se aplica a exploração em condições capitalistas de produção, enquanto os “valores verdadeiros” se aplicam a exploração decorrente de existirem relações capitalistas. Ao contrário do que alegam Morishima e Catephores [1979], os valores-trabalho utilizados por Marx estão relacionados às técnicas dominantes em uso e nada têm a ver com minimização do emprego total. Os autores utilizam passagens de “A miséria da filosofia” de maneira pouco persuasiva alegando que os “valores verdadeiros” possuem evidência textual<sup>39</sup>.

Os autores também criticam Steedman [1975] por usar o “enfoque de equações” – número de processos igual ao número de mercadorias – uma vez que este método não

---

<sup>39</sup> Como observado por Steedman [1976], é preciso levar em conta o fato de *A Miséria da Filosofia* ter sido escrito vinte anos antes de *O Capital*. Além disso, essa definição alternativa de “valor” vai diretamente contra o conceito de “técnica socialmente necessária”, usado coerentemente ao longo de *O Capital* e de *Teorias da Mais-Valia*.

estaria presente em Marx. Esta crítica parece fazer pouco sentido por duas razões: mesmo que houvesse um conjunto de processos alternativos e o objetivo de Marx fosse obter não apenas os preços e a taxa de lucro, mas também quais processos seriam usados, como em von Neumann [1936], as técnicas associadas aos “valores-verdadeiros” nada têm a ver com as escolhidas de acordo com o critério de von Neumann. Além disso, os autores não apresentam nenhuma passagem textual favorável a esta interpretação “Marx after von Neumann”.

Por último, o argumento dos autores a respeito da inexistência de uma teoria do valor para produção conjunta em Marx - que serve de base para desqualificar os valores-trabalho de Steedman como não sendo representativos de Marx - à luz do argumento de Schefold [1989] pode ser considerado válido em algum grau<sup>40</sup>. Todavia, embora os valores-trabalho de Steedman [1975] sejam multiplicadores de emprego, em relação aos “valores verdadeiros”, os multiplicadores possuem uma propriedade que os torna mais fiéis à argumentação de Marx: são aditivos. Isto é, o valor-trabalho (ou, multiplicador de emprego) da mercadoria  $i$  é igual à soma dos valores-trabalho das mercadorias que servem de insumo para produzir 1 unidade de  $i$ . Ou, o valor-trabalho de uma cesta de bens é igual à soma dos valores-trabalho das mercadorias que compõem esta cesta. Os “valores verdadeiros”, porém, não apresentam esta característica: o “valor verdadeiro” de apenas 1 unidade da mercadoria 1 no exemplo apresentado seria igual a um<sup>41</sup>, todavia, se a cesta

---

<sup>40</sup> Marx menciona a existência de produção conjunta (“excrementos industriais”) no vol.III, mas não aplica a teoria do valor a essa possibilidade. Segundo Marx, os sub-produtos tendem a ser reaproveitados gradualmente de forma que num período posterior tornar-se-ão insumos.

<sup>41</sup> Pois bastaria operar qualquer um dos processos a escala unitária.

fosse de 3 unidades da mercadoria 1 e 0 unidades da mercadoria 2, o “valor verdadeiro” seria também de 1 unidade<sup>42</sup> - ao invés de três unidades, caso valesse a aditividade.

### 2.5.2 Akyüz

Akyüz [1983], como já mencionado, critica os “valores verdadeiros” e propõe como solução um método de calcular o emprego necessário para obter uma taxa de mais-valia positiva que se baseia apenas nos processos em uso. O método proposto consiste em calcular o emprego necessário para produzir o consumo dos trabalhadores utilizando as mesmas proporções em que os processos são empregados – isto é, utilizando um múltiplo do vetor  $\mathbf{x} = (\mathbf{B} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{y}$ , no exemplo apresentado do vetor (5,1). Isto é:

$$(2.12) \begin{aligned} & \min \delta \\ & s.a. (\mathbf{B} - \mathbf{A})\delta\mathbf{x} \geq \mathbf{y}_v \\ & \delta \in (0,1) \end{aligned}$$

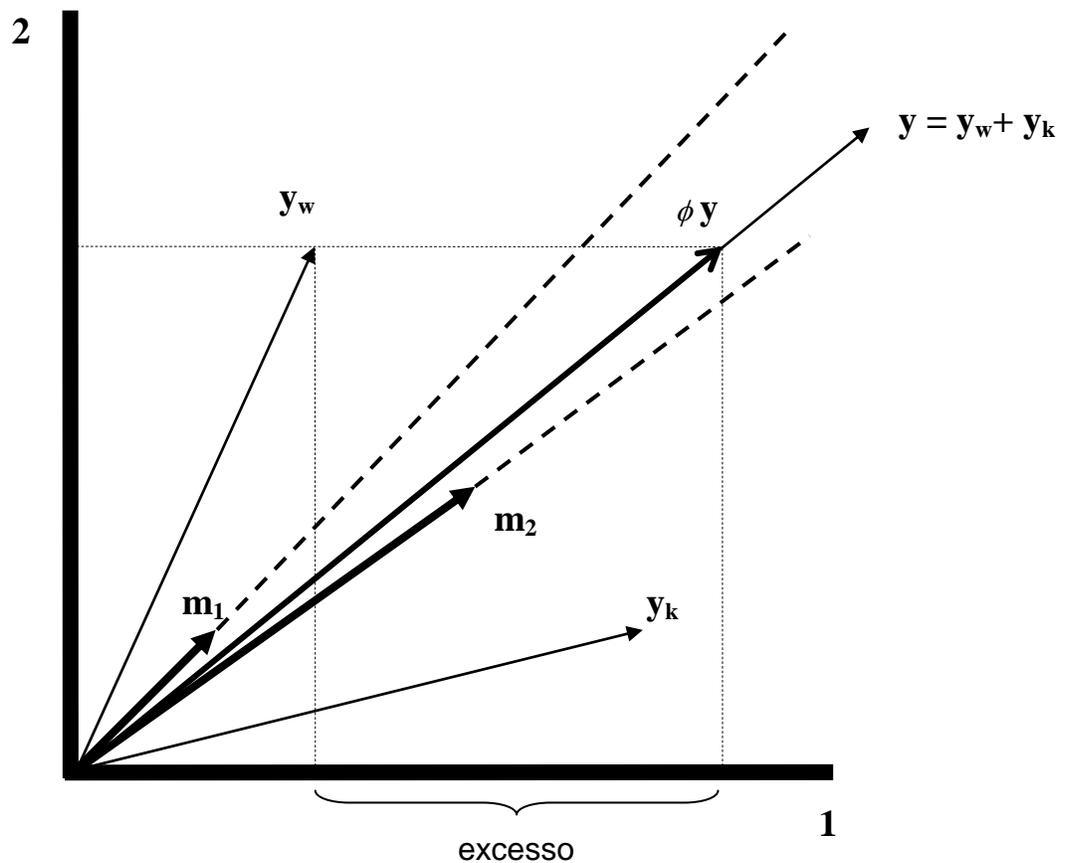
Onde  $\geq$  significa que o vetor é maior (em pelo menos uma coordenada) ou igual (em todas as coordenadas) ao outro. Assim, a mais-valia seria dada por:

$$(2.13) \quad S = (1 - \delta)\mathbf{1}\mathbf{x} = (1 - \delta)L$$

Graficamente, o argumento pode ser visto abaixo. Como já foi observado, o procedimento tem como vantagem em relação ao de Morishima e Catephores o fato de basear-se nos processos em uso. No caso, utilizando a mesma proporção em que os processos são empregados, ocorre excesso de produção do bem 1, como pode ser visto no gráfico abaixo.

---

<sup>42</sup> Bastaria operar o segundo processo a escala 1 e o primeiro processo a escala zero, o que daria um emprego total de 1 unidade.



Neste caso, o produto líquido que serviria de base para o cálculo do consumo necessário seria de  $5/7$  do produto líquido efetivo. Isto é:

$$\delta \mathbf{y} = \left( \frac{5}{7} \right) \mathbf{y} = \begin{bmatrix} 5,714 \\ 5 \end{bmatrix}$$

Havendo excesso de produção do primeiro bem. A mais-valia será a diferença entre o emprego efetivo (6 unidades de trabalho) e emprego necessário mantidas as mesmas proporções (4,285 unidades de trabalho).

### 2.5.3 Outras tentativas de solucionar o “paradoxo”

De alguma maneira os procedimentos apresentados propõem-se a determinar o nível de emprego necessário para produzir o consumo dos trabalhadores e a diferença entre este e o emprego total seria a mais-valia, de forma a possibilitar relacionar a existência da mesma com lucros e demonstrar o TFM. Krause [1980] e Flaschel [1983], todavia, seguem um caminho diferente dos autores anteriores. O objetivo dos mesmos consiste em evitar a existência de valores-trabalho individuais negativos – ao invés de simplesmente tentar estabelecer uma definição de valor-trabalho que seja positivo para o consumo dos trabalhadores, de forma que a taxa de exploração seja positiva. O caminho utilizado por ambos consiste – de maneiras diferentes – em redefinir os determinantes do vetor de valor-trabalho.

Krause [1980] propõem reponderar os elementos do vetor de trabalho direto de forma a gerar um vetor de valor-trabalho semi-positivo, usando como argumento que o exemplo apresentado por Steedman [1975] é um caso em que a produtividade do trabalho é diferente nos dois processos e, portanto, isso seria um caso de trabalho heterogêneo. Diferentemente do que defende Kurz [1979], o argumento parece pouco persuasivo uma vez que a existência de processos com diferentes produtividades do trabalho no exemplo em questão não é uma questão de heterogeneidade do tipo de trabalho, mas sim tecnológica.

Flaschel [1983] distancia-se ainda mais da questão, pois introduz uma ponderação baseada na parcela de cada processo nas vendas dos setores – a alteração ocorre sobre as matrizes **A** e **B**, mantendo inalterado o vetor de trabalho direto. Em primeiro lugar, como já observado, não existe uma definição consensual de setor em produção conjunta. Em segundo lugar, e mais importante, como o próprio autor reconhece, preços relativos são

introduzidos na definição de valor-trabalho, de forma que se pode dizer que o “sales value method” [Flaschel, 1983] rompe com os termos do debate de forma ainda mais radical que Krause [1980]. Isto é, o uso dos valores-trabalho por Ricardo e Marx estava relacionado ao fato de serem uma medida do excedente que é invariável à distribuição entre salários e lucros; enquanto que Flaschel [1983] propõe redefinir o conceito de valor-trabalho de forma que estes passam a depender de preços relativos – e, logo, da distribuição - apenas com o intuito de obter magnitudes não-negativas sem nenhuma justificativa econômica.

Logo, diferentemente do que conclui Semmler [1984], as contribuições de Krause [1980] e Flaschel [1983] não parecem oferecer soluções satisfatórias para recuperar o teorema fundamental marxista em produção conjunta, visto que simplesmente eliminam a possibilidade de valores-trabalho individuais negativos, apresentada originalmente por Sraffa [1960] e explorada com mais detalhes por Steedman [1975], colocando no lugar definições consideravelmente arbitrárias para o termo.

## **2.6 Conclusões**

O presente trabalho não se propõe a discutir a importância intrínseca do TFM. No que concerne o exemplo de Steedman [1975] fica claro que taxa de mais-valia positiva não é uma condição necessária para que a taxa de lucro e os preços relativos sejam positivos, para isso basta que o sistema seja capaz de gerar de um excedente físico, que será distribuído pelo sistema de preços segundo o princípio da taxa de lucro uniforme – sem nenhuma relação com os valores-trabalho.

Todavia, em relação à questão de como calcular o emprego necessário para produzir apenas o consumo dos trabalhadores (“capital variável”), o problema parece possuir uma solução razoável com a contribuição de Akyüz [1983], visto que o método apresentado

utiliza as técnicas dominantes para obter o emprego necessário – ao contrário de Morishima e Catephores [1979], em que as técnicas que servem de base para o cálculo são aquelas escolhidas para minimizar o emprego necessário, o que é completamente diferente de uma economia capitalista.

É importante frisar que sobre a questão preços relativos e taxa de lucro, as soluções mencionadas não oferecem nenhuma contribuição nova visto que o sistema de preços e a taxa de lucro independem – assim como em produção simples – das medidas em trabalho incorporado, *podendo* inclusive ocorrer preços e lucros positivos com emprego excedente (“mais-valia”) negativo como o exemplo de Steedman [1975] mostrou. Isto é, o método de Akyüz [1983] serve apenas para recuperar o TFM de maneira mais satisfatória que as outras contribuições.

Em suma, os agregados de valor-trabalho definidos de maneira tradicional em produção conjunta nem sempre possuem significado econômico relevante, pois para calculá-los usando os métodos em uso é preciso separar cestas que efetivamente só podem ser produzidas conjuntamente. Fora dos casos em que  $(\mathbf{B} - \mathbf{A})^{-1} \geq \mathbf{0}$ , a taxa de mais-valia *pode* ser negativa e não valerá o TFM. Todavia, usando o método proposto por Akyüz [1983] é possível calcular o emprego excedente a partir dos processos em uso – ainda que usando uma definição diferente da utilizada por Marx e pela literatura relacionada ao TFM – e recuperar o TFM usando uma redefinição do conceito de trabalho necessário menos *ad hoc* (não depende de processos que não são usados ou que seriam escolhidos por critérios não-capitalistas).

### **CAPÍTULO 3: ABORDAGENS “MONETÁRIAS” PARA O “PROBLEMA DA TRANSFORMAÇÃO”**

Após a divulgação das conclusões originais de Bortkiewicz por Sweezy [1942] e da literatura posterior relacionada à obra de Sraffa (1960) formou-se algo próximo a um consenso a respeito da impossibilidade lógica de obter simultaneamente as duas invariâncias de Marx. Alguns economistas – Morishima e Catephores [1978], entre outros - seguiram o caminho do “teorema fundamental marxista” e outros simplesmente abandonaram a representação do excedente em trabalho incorporado.

A “nova interpretação”, de Duménil [1983], Foley [1982 e 2000], Lipietz [1982], Mohun [1994] e Campbell [1997]; a “reconceitualização radical” de Wolff, Callari e Roberts [1982]; o “sistema temporal único”, de Freeman [1996] e Kliman e McGlone [1999]; e a “interpretação macro-monetária” de Moseley [2000] possuem como elemento comum o questionamento deste consenso partindo de re-interpretações do papel e da definição de valor-trabalho em Marx. Segundo estes autores as variáveis exógenas últimas utilizadas por Marx no volume III como magnitudes em dinheiro, ao invés de medidas de trabalho incorporado, determinadas pela estrutura da economia – isto é, matriz tecnológica e os coeficientes de trabalho direto.

De uma maneira geral, todas essas abordagens questionam a ideia de que o papel da teoria do valor em Marx é essencialmente o mesmo que em Ricardo – isto é, determinar a taxa de lucro e os preços relativos a partir das condições técnicas de produção e do salário real. Ou, em outros termos, que a problemática de Marx é completamente distinta da de Ricardo, de forma que todos os autores discutidos nos capítulos 1 e 2 deste trabalho estariam tratando apenas dos problemas relacionados à obra de Ricardo e não da de Marx.

### 3.2 A “Nova Interpretação” (ou “Nova Solução”) para a teoria do valor de Marx

A partir dos trabalhos originais de Duménil [1980] e Foley [1982], uma série de autores como Lipietz [1982], Mohun [1994] e Campbell [1997], passou a redefinir as categorias analíticas de Marx usando como arcabouço teórico o sistema de preços sraffiano.

Todavia, como observado por alguns dos próprios autores, a Nova Interpretação pode ser caracterizada de uma maneira mais ampla como simplesmente uma proposta de contabilidade macroeconômica a partir de redefinições das categorias de Marx como valor da força de trabalho e mais-valia. Esta “contabilidade da exploração” seria independente da teoria dos preços relativos usada segundo Mohun [1994] e Foley [2000]<sup>43</sup>, pois basicamente depende de duas equações:

$$(3.1) \quad m = \frac{1}{L} \mathbf{p} \mathbf{y}$$

Onde  $m$  é a produtividade do trabalho, que os autores chamam de “expressão monetária do tempo de trabalho” (EMTT, de agora em diante) e o seu inverso é o “valor do dinheiro”, cuja dimensão é tempo de trabalho por dólares (por exemplo). De acordo com Foley [1982], a EMTT representaria a idéia o total de valor adicionado – valor em dinheiro do produto líquido – “representa” o tempo de trabalho despendido na produção líquida num período – isto é, o “trabalho-vivo”.

---

<sup>43</sup> Foley [2000] afirma que: “(...) *the new interpretation proposes to define the relevant categories of the labour theory of value so that what we regard as the key marxian insight, the quantitative equivalence between capitalist gross profit and unpaid labor, holds*” (p.22). Em seguida afirma que: “*The New interpretation has some significant methodological advantages. It is completely general, in that it is consistent with any theory of price formation (...)*” (p.23). Mais a frente no mesmo artigo, Foley compara as novas definições propostas ao papel que o postulado  $f=m.a$  teve na física. Mohun [1994], na mesma direção, afirma que: “(...) *what distinguishes it (i.e., a nova interpretação) from recent literature is its proposal that the labour theory of value is a logical and powerful way of understanding capitalism, both theoretically and empirically, whether or not prices are equilibrium prices*” (p.392).

A segunda equação fundamental para a contabilidade da exploração da Nova Interpretação é a redefinição do conceito de valor da força de trabalho:

$$(3.1) \quad v' = \frac{w}{m}$$

Onde  $w$  é o salário monetário e  $v'$  é o “valor da força de trabalho” (entre aspas porque é diferente da definição usada ao longo da dissertação)<sup>44</sup>. Substituindo a EMTT na equação acima obtém-se:

$$(3.2) \quad v' = \frac{wL}{\mathbf{py}} = \omega$$

Onde  $\omega$  é a parcela salarial no produto líquido. Isto é, usando como numerário a produtividade do trabalho e definindo como uma grandeza monetária o valor da força de trabalho, esta se torna sinônimo da parcela salarial.

Consequentemente, a “mais-valia” ( $S'$ ) seria dada por:

$$(3.3) \quad S' = L(1 - v')$$

Como, por definição, a massa de lucros é dada por:

$$(3.4) \quad \mathbf{\Pi} = \mathbf{py} - wL$$

A “mais-valia” agregada é a massa de lucros normalizada pela EMTT:

$$(3.5) \quad \frac{\mathbf{\Pi}}{m} = \frac{\mathbf{py} - wL}{m} = L - v'L = L - V' = S'$$

Onde  $V'$  é o “capital variável”. Os termos de Marx foram empregados entre aspas porque em nenhum momento foram utilizadas as magnitudes de trabalho incorporado, o que constitui, à luz da interpretação de Marx aqui seguida, uma redefinição dos conceitos originais.

---

<sup>44</sup> O símbolo utilizado é  $v'$  ao invés de simplesmente  $v$  porque o conceito de valor da força de trabalho é redefinido. O mesmo símbolo será usado para todas as variáveis que são redefinidas pelas novas interpretações ao longo deste capítulo.

Esta representação da Nova interpretação como apenas uma nova contabilidade macroeconômica atórica da “exploração” é respaldada por alguns dos próprios autores conforme visto. Porém, como nenhum deles faz uso de um modelo de equilíbrio geral - onde a distribuição é explicada simetricamente por oferta e demanda no mercado de “fatores de produção” e seria ilógico falar de lucro como trabalho não-pago. Portanto, a análise que se segue baseia-se no uso da reinterpretação das categorias de Marx em um sistema sraffiano (simultaneísta), como é feito por todos os autores citados. Como observado por Screpanti [2005], nesta abordagem o que é definido como “valor-trabalho” (mais-valia e capital variável) são simplesmente magnitudes em preço normalizadas por um numerário particular (produtividade do trabalho).

Formalmente, os autores da Nova Interpretação apresentam a teoria com as seguintes equações:

$$(3.6) \quad \mathbf{p} = (1+r)(\mathbf{p}\mathbf{A} + w\mathbf{l})$$

$$(3.7) \quad \mathbf{p}\mathbf{y} = L$$

$$(3.8) \quad w = \bar{w}$$

Onde a primeira equação é o sistema de preços sraffiano com salários antecipados. A segunda equação é a já mencionada EMTT e a terceira representa a parcela salarial exógena – “valor da força de trabalho” segundo a Nova Interpretação.

Rearranjando o sistema de preços, obtém-se:

$$(3.1) \quad \mathbf{p} = (1+r)w\mathbf{l}[\mathbf{I} - (1+r)\mathbf{A}]^{-1}$$

Como o “valor da força de trabalho” ( $v'$ ) é o salário monetário normalizado, então:

$$(3.2) \quad v' = \frac{w}{m} = \frac{wL}{(1+r)w\mathbf{l}[\mathbf{I} - (1+r)\mathbf{A}]^{-1}\mathbf{y}}$$

Por definição, o produto líquido é:

$$(3.3) \quad \mathbf{y} = (\mathbf{I} - \mathbf{A})\mathbf{x}$$

Se a taxa de lucro for zero, o “valor da força de trabalho”, isto é, a parcela dos salários, será máxima (igual a 1):

$$(3.4) \quad v' = \frac{wL}{w\mathbf{l}[\mathbf{I} - \mathbf{A}]^{-1}(\mathbf{I} - \mathbf{A})\mathbf{x}} = 1$$

Uma primeira diferença em relação aos conceitos discutidos nos capítulos anteriores é que não há menção a uma cesta salarial  $\mathbf{b}$  como definida por Marx. Lipietz [1982] afirma que a motivação para isso seria mais histórica do que teórica: no século XIX os trabalhadores barganhavam por uma cesta; no século XX a barganha passa a ser sobre a parcela do valor adicionado. Com frequência também é citada a idéia de que supor um salário real de subsistência é como supor que os trabalhadores são escravos ou recebem o salário em *vouchers* de alimentação – por exemplo, Lipietz [1982]. Foley [1982] argumenta simplesmente que a barganha é pelo salário monetário e não pelo salário real.

As críticas à concepção de cesta salarial dada por padrões históricos e morais parecem pouco persuasivas: qual seria o critério para a barganha do salário monetário sem uma noção de custo de vida mínimo numa dada sociedade<sup>45</sup>?

Uma segunda objeção a este método é a levantada por Steedman [2002]: como foi visto acima, ao fixar o salário monetário usando o numerário EMTT, fica determinada também a parcela salarial na renda. Porém, qual é a motivação econômica para supor uma parcela salarial exógena? A idéia comum à tradição clássica é simplesmente supor um

---

<sup>45</sup> Duménil [1984] reconhece este ponto: “*There’s no denying that beyond the workers resistance to the deterioration of working (...), they negotiate and fight for purchasing a bundle of commodities. The concrete method by which they purchase these commodities is mediated by nominal rate of wages*”. Aceitando que o salário monetário é negociado desta maneira, ele seria na forma  $w=\mathbf{pb}$ , o que faria o sistema de preços ser rigorosamente igual ao que é apresentado no capítulo 2 de Sraffa [1960], inclusive em relação ao numerário.

salário real exógeno e a parcela salarial é um resultado *ex-post*. Na Nova Interpretação não há salário real exógeno e, portanto, não há nada que determine a parcela salarial endogenamente.

Além disso, as novas categorias trazem alguns resultados paradoxais, como apontado por Sinha [1997]. Supondo uma economia com a mesma estrutura tecnológica e distributiva em 2 períodos diferentes, se ocorre uma mudança na composição da produção líquida, também mudam a “mais-valia” e o “valor da força de trabalho” (segundo as definições da Nova interpretação). Isto é, uma mudança na composição da demanda final altera as condições do conflito de classes segundo a Nova Interpretação.

### 3.2.1 Capital Constante e “Dupla Contagem”

Como pode ser observado, até o momento nada foi dito sobre o capital constante na Nova Interpretação. A razão para isso é muito simples: os componentes do capital constante são tratados da mesma maneira que na tradição “simultaneísta”. A sua forma em preço de produção é:

$$(3.5) \quad C_p = \mathbf{pAx}$$

Que, uma vez normalizada pela EMTT, não tem porque coincidir com o capital constante de fato.

Ao contrário das variáveis que compõe o trabalho vivo – isto é, que compõe o produto líquido se o produto social é medido em trabalho incorporado – o capital constante na Nova Interpretação não é uma magnitude monetária dada. Por essa razão, pouca menção é feita aos insumos intermediários e a taxa de lucro calculada em agregados de valor-trabalho de Marx.

Ao contrário de Marx, na Nova Interpretação a igualdade entre total de valor-trabalho e total de preços não ocorre em termos brutos. Em Marx, o total de valor na produção bruta se decompõe em:

$$(3.6) \quad \Lambda \mathbf{x} = C + L = \Lambda \mathbf{A} \mathbf{x} + V(1 + e)$$

A soma dos preços será dada por:

$$(3.7) \quad \mathbf{p} \mathbf{x} = \mathbf{p} \mathbf{y} + \mathbf{p} \mathbf{A} \mathbf{x} = \mathbf{p} \mathbf{y} + C_p$$

Logo, após a normalização pela EMTT, obtém-se:

$$(3.8) \quad \frac{\mathbf{p} \mathbf{x}}{m} = L + \frac{C_p}{m}$$

Logo, para que valha a igualdade de Marx em termos brutos é preciso que:

$$(3.9) \quad \frac{C_p}{m} = \Lambda \mathbf{A} \mathbf{x}$$

O que não tem porque ocorrer no caso geral. Ou seja, para obter as duas igualdades de Marx, os autores da Nova Interpretação redefinem a igualdade “soma dos valores igual à soma dos preços” na produção bruta para “soma dos valores igual à soma dos preços” na produção líquida. Com isso, como visto no início da sessão, e definindo como valor da força de trabalho o salário nominal normalizado é trivial que a massa de “mais-valia” seja igual à massa de lucro. Todavia, o conceito de capital constante torna-se totalmente irrelevante na abordagem, uma vez que como seu valor em dinheiro só é conhecido após os preços e não possui nenhuma correspondência com a quantidade de trabalho incorporada no mesmo.<sup>46</sup> Segue-se disso que a taxa de lucro na nova solução é a mesma dada pela solução simultânea.

---

<sup>46</sup> Curiosamente, Campbell [1997] apresenta um exemplo numérico da “Nova Solução” – termo usado pelo autor - em que o setor básico não utiliza insumos produzidos, como em Ricardo e Dmitriev. Parece pouco claro o que há de “marxiano” neste exemplo uma vez que, como observado por Vianello [1998] em “Teorias

### 3.2.2 O papel da teoria do valor trabalho na Nova Interpretação

Segundo os autores da Nova Interpretação, a teoria do valor-trabalho em Marx estabelece que o valor monetário do produto líquido expressa o total de trabalho executado pela sociedade num determinado período<sup>47</sup>. A partir do que foi visto, entretanto, o uso da EMTT e o abandono da relevância do capital constante por parte dos autores da Nova Interpretação parece ser muito mais um argumento para obter os dois postulados de invariância de Marx (ainda que alterando um deles) do que uma motivação econômica relevante ou – menos ainda – um elemento da construção original marxiana, como apontam Screpanti [2005] e Petri [2010].

Aceitando que o papel analítico da teoria do valor trabalho é calcular a taxa de lucro e os preços de produção, a Nova Interpretação parece apenas uma redefinição radical. Em primeiro lugar, o conceito de capital constante desaparece. Em Marx, o conceito é fundamental, pois elimina a ideia de que existem processos produtivos que não usam insumos produzidos e, implicitamente, introduz a noção de taxa máxima de lucro.

Em segundo lugar, e talvez mais importante, ao contrário do algoritmo marxiano no qual os valores-trabalho possuem uma importância lógica fundamental de existirem “antes” da taxa de lucro e dos preços, na Nova Interpretação, a rigor, não existem valores-trabalho

---

da Mais-Valia”, Marx faz várias críticas à ideia de um estágio inicial da produção presente nas obras de Smith e Ricardo.

<sup>47</sup> Por exemplo, como expresso em Foley [1982]: “*The basic insight of the labour theory of value is its claim that value forms, money, commodities, and so on, are expressions of abstract social labour. Thus in any transaction involving value, what is changing hands is control over some part of total abstract social labour time. The value of labour power, in this perspective, is the fraction of the total abstract social labour time claimed by the workers in the form of wage*” (p.42). Ou também, em Duménil [1983] “*The great insight which lies at the basis of the labor theory of value is the linking of the total labour expended in a given period with the production associated with it, i.e., the new product.*”(p.442)

[Sinha, 1997, Screpanti, 2005, e Petri 2010]. Aceitando que as magnitudes monetárias após a normalização pela EMTT se tornam valores-trabalho como o fazem os autores da Nova Interpretação, então, a causalidade da transformação fica invertida, pois não há “transformação” de valores em preços, mas sim o contrário: ocorre uma transformação de preços em “valores-trabalho”. As magnitudes monetárias como massa de lucro e massa salarial, após a normalização, transformam-se, literalmente, em “mais-valia” e “capital variável”, respectivamente. Desta maneira, o termo “Nova Solução” parece completamente inapropriado.

### 3.2 A “reconceitualização radical”

Wolff, Roberts e Callari [1982] rejeitam enfaticamente as contribuições de todos os autores apresentados nos dois primeiros capítulos deste trabalho por serem representações “ricardianas” do “problema da transformação” e propõem uma “reconceitualização radical” da questão. Esta ocorre na redefinição de valor-trabalho proposta pelos autores: o valor-trabalho de uma mercadoria será igual aos preços de produção dos insumos mais o trabalho direto. Isto é:

$$(3.10) \quad \Lambda' = \mathbf{pA} + \mathbf{l}$$

Os autores usam a equação sraffiana com salários antecipados para preços e, como numerário, o produto líquido por trabalhador (EMTT), da mesma maneira que a Nova Interpretação e as outras abordagens monetárias que serão analisadas no presente capítulo, assim a taxa de lucro em valores-trabalho (assim redefinidos) será dada por:

$$(3.11) \quad r = \frac{(\mathbf{l}\mathbf{x} - \mathbf{pblx})}{\mathbf{pA} + \mathbf{x}}$$

O que em um primeiro momento parece ser a taxa de lucro em preços de produção com exceção do primeiro elemento do numerador ( $\mathbf{l}\mathbf{x}$ ), medido em trabalho incorporado:

$$(3.12) \quad r_p = \frac{\mathbf{p}\mathbf{x} - \mathbf{p}\mathbf{A}\mathbf{x} - \mathbf{p}\mathbf{b}\mathbf{l}\mathbf{x}}{\mathbf{p}\mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{p}\mathbf{b}\mathbf{l}\mathbf{x}}$$

Todavia, a diferença entre as duas taxas desaparece através do uso da EMTT (os autores não empregam esta expressão) como numerário e com a redefinição de valor-trabalho:

$$(3.13) \quad r = \frac{L - \mathbf{p}\mathbf{b}\mathbf{l}\mathbf{x}}{\mathbf{p}\mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{p}\mathbf{b}\mathbf{l}\mathbf{x}} = \frac{S'}{C' + V'}$$

Assim, os autores obtêm as duas igualdades marxianas: através do uso da EMTT (como na Nova Interpretação) e através da redefinição de valor-trabalho, de forma que o capital constante medido em preço de produção passa a ser chamado de “capital constante em valor-trabalho”. Multiplicando a equação dos valores-trabalho redefinidos pela escala de produção obtém-se a “soma dos preços é igual à soma dos valores”:

$$(3.14) \quad \Lambda'\mathbf{x} = \mathbf{p}\mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{l}\mathbf{x} = C' + L = C' + S' + V'$$

Assim como na Nova Interpretação, a igualdade entre massa de lucro e massa de mais-valia decorre diretamente do numerário (EMTT). Multiplicando a taxa de lucro em valor-trabalho redefinido pelo numerador obtém-se a massa de lucro, que será idêntica a massa de mais-valia:

$$(3.15) \quad \Pi = r\mathbf{p}\mathbf{A}'\mathbf{x} = L - V' = S'$$

Assim, “o ‘problema da transformação’ de Marx (não de Ricardo)” fica resolvido [Wolff, Roberts e Callari, 1982].

Como observado por Petri [2010], esta abordagem pouco acrescenta em termos positivos – isto é, independente de ser uma reconstrução do argumento original de Marx – e muito menos em termos de interpretação. Marx não possuía um sistema de equações

simultâneas para os preços como a utilizada por Wolff, Roberts e Callari [1982], e por essa razão – para não “obter preços a partir de preços” – usava os valores-trabalho como aproximação – visto que achava que os desvios preços-valores se anulavam no agregado.

Além disso, como já observado na análise da Nova Interpretação, valores-trabalho são medidos em trabalho incorporado – e não preços relativos. Por não depender da relação entre salários e lucros, a medição em trabalho incorporado permitiu Marx obter a taxa de lucro e os preços relativos de maneira não circular. Isto é, os valores-trabalho são logicamente anteriores aos preços relativos. A “reconceitualização radical” de Wolff, Roberts e Callari simplesmente redefine o conceito de trabalho incorporado com a equação número (3.10) para obter as duas invariâncias.

### **3.3 O “Sistema Temporal Único”**

A vertente que ficou conhecida como Sistema Temporal Único (STU), representada pelos trabalhos de Freeman [1996], McGlone e Kliman [1996] e Kliman e McGlone [1999] entre outros, possui como semelhança em relação às interpretações apresentadas anteriormente a ausência de um algoritmo de “transformação” strictu-senso – i.e., não existe uma magnitude que representa o excedente e que é invariável frente a redistribuição do mesmo. Assim como na Nova Interpretação e em Wolff, Roberts e Callari [1982], os preços normalizados pela EMTT<sup>48</sup> “transformam-se” em “valores-trabalho”.

Todavia, existe uma grande diferença em relação à Nova Interpretação, pois entre os autores que seguem o STU ocorre uma rejeição explícita do método de longo prazo e do

---

<sup>48</sup> Nem sempre, porém, o uso e a definição da EMTT são explicitados pelos autores do STU como apontado por Foley (2000) e Veneziani (2004).

uso de equações simultâneas. Estes instrumentos são considerados estáticos e “walrasianos” [Freeman, 1996], pois preços dos produtos são iguais aos preços dos insumos ignorando o “tempo” no processo produtivo. A partir desta crítica os autores introduzem a idéia de que “valores-trabalho” (mais uma vez entre aspas, pois não coincidem com a definição considerada mais adequada pela presente argumentação) dependem dos preços de mercado no período anterior. Isto é, preços de mercado e “valores-trabalho” são determinados sequencialmente no tempo. Por esta razão a corrente é denominada “sistema temporal único”: não existe diferença entre “valores-trabalho” e preços de produção, como é o caso da tradição inaugurada por Bortkiewicz (“marxismo walrasiano” nos termos dos autores do STU).

Como observado por Petri [2010], esta corrente pode ser vista como uma radicalização de Wolff, Roberts e Callari [1982], pois valores-trabalho são definidos não apenas como preços de produção, mas também como preços de mercado do período anterior, isto é:

$$(3.16) \quad \Lambda'_{t+1} = \frac{\mathbf{p}_t \mathbf{A}}{m} + \mathbf{l} = \mathbf{c}'_t + \mathbf{v}'_t + \mathbf{s}'_t$$

Ou seja, os “valores-trabalho” (por isso  $\Lambda'$  ao invés de apenas  $\Lambda$ ) em (t+1) dependem dos preços no período anterior.

Desta maneira, argumentam McGlone e Kliman [1996], o procedimento de Marx no volume 3 não estaria errado: o capital constante e o capital variável seriam grandezas monetárias dadas, herdadas do período anterior. Isto é:

$$(3.17) \quad \mathbf{p}_{t+1} = (1 + r_t)(\mathbf{p}_t \mathbf{A} + w_t \mathbf{l}) = (1 + r_t)(\mathbf{c}'_t + \mathbf{v}'_t)$$

### 3.3.1 O Modelo do Sistema Temporal Único

A apresentação que se segue baseia-se no modelo apresentado por Kliman e McGlone [1999]. Temas como produção conjunta, capital fixo, EMTT variável e a suposta refutação do teorema de Okishio, não serão abordados, sendo o modelo com produção simples em tempo discreto o foco da análise. Além das duas equações já apresentadas, as equações básicas desta abordagem são as que se seguem:

$$(3.18) \quad \mathbf{p}_{t+1} = \mathbf{p}_t \mathbf{A} + m\mathbf{l} + \mathbf{g}_t = m(\mathbf{c}'_t + \mathbf{v}'_t + \mathbf{s}'_t) + \mathbf{g}_t$$

$$(3.19) \quad \mathbf{g}_t \mathbf{x} = 0$$

A primeira equação representa a idéia de que os preços são dados pelos “valores-trabalho” mais os desvios dos preços em relação aos “valores-trabalho”, dados pelo vetor-linha  $\mathbf{g}_t$ . A segunda equação estabelece, por construção, que a soma dos desvios é nula no agregado.

Multiplicando a equação de preços pela produção bruta segue-se que:

$$(3.20) \quad \mathbf{p}_{t+1} \mathbf{x} = \mathbf{p}_t \mathbf{A} \mathbf{x} + m \mathbf{a}_L \mathbf{x} + \mathbf{g}_t \mathbf{x} = m(C'_t + V'_t + S'_t)$$

Onde as maiúsculas representam os agregados de cada variável (escalares). Fazendo o mesmo procedimento para a equação de “valores-trabalho” e, normalizando a soma dos preços pela EMTT, obtém-se a igualdade soma dos preços e soma dos “valores-trabalho”:

$$(3.21) \quad \frac{\mathbf{p}_{t+1} \mathbf{x}}{m} = C'_t + V'_t + S'_t = \Lambda'_{t+1} \mathbf{x}$$

A igualdade entre massa de lucro e mais-valia segue-se de:

$$(3.22) \quad \frac{\Pi_{t+1}}{m} = [\mathbf{p}_t - (\mathbf{c}_t + \mathbf{v}_t)] \mathbf{x} = C'_t + V'_t + S'_t + \mathbf{g}_t \mathbf{x} - (C'_t + V'_t) = S'_t$$

Além disso os autores, para obter taxa de lucro e preços, usam as seguintes equações:

$$(3.23) \quad \mathbf{p}_{t+1} = (1 + r_t)\mathbf{p}_t(\mathbf{A} + \mathbf{bl})$$

$$(3.24) \quad r_t = \frac{\mathbf{l}\mathbf{x} - \frac{(\mathbf{p}_t\mathbf{bl}\mathbf{x})}{m}}{\frac{\mathbf{p}_t\mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{p}_t\mathbf{bl}\mathbf{x}}{m}} = \frac{S'_t}{C'_t + V'_t}$$

O sistema possui como  $2n$  incógnitas:  $n$  preços relativos no período  $(t+1)$  e  $n$  preços relativos no período  $(t)$  - uma vez inserido *qualquer* vetor de preços no período  $(t)$  obtém-se os  $n$  preços do período posterior.

### 3.3.2 A teoria do valor-trabalho no Sistema Temporal Único

Assim como nas abordagens apresentadas neste capítulo, no STU a teoria do valor-trabalho parece possuir como papel fundamental o de demonstrar que preços são valores redistribuídos e lucros são a mais-valia redistribuída – ao invés de simplesmente uma teoria para determinar a taxa de lucro e os preços de equilíbrio que pode, ou não, gerar esses resultados. Insatisfeitos com o fato de que a Nova Interpretação não obtém os resultados iguais aos de Marx, os seguidores do STU introduzem uma série de mudanças como o “desequilíbrio” e o processo temporal para obter os resultados mencionados.

A abordagem do STU inova ao estender para os preços de mercado a sua validade. Ao contrário do método empregado por Ricardo e Marx, nas primeiras equações do STU, das quais foram “demonstradas” as igualdades de Marx, não há necessidade de falar de preços de produção e taxa de lucro uniforme: as igualdades valem para qualquer vetor de preços. Esta construção em “desequilíbrio” baseada em preços de mercado carece

fortemente de base textual<sup>49</sup>, o que torna difícil de aceitar a idéia temporalista como uma reconstrução racional do autor, conforme alegam enfaticamente seus seguidores. Além disso, em Marx, a taxa de lucro uniforme é a variável central a ser explicada<sup>50</sup> e os preços de produção, e não os de mercado, que são relevantes para a teoria<sup>51</sup> conforme apontado por autores como Mongiovi [2002] e Petri [2010].

Uma segunda crítica diz respeito à suposta “demonstração” dos resultados de Marx: como observado por Veneziani [2004], as igualdades de Marx são obtidas meramente a partir de re-definições (do conceito de valor-trabalho) e por hipóteses arbitrárias (soma dos desvios é nula), o que dificilmente pode ser considerado uma demonstração da ideia de que os desvios entre preços e valores-trabalho se anulam no agregado.

Uma terceira crítica é de que se for considerada uma sucessão de períodos de tempo (ao invés de apenas a mudança de um período para o outro), os preços do STU convergem

---

<sup>49</sup> Como indica o seguinte trecho: “ (...) *under capitalist production, the elements of productive capital are, as a rule, bought on the market, and that for this reason their prices include profit which has already been realised, hence, include the price of production of the respective branch of industry together with the profit contained in it, so that the profit of one branch of industry goes into the cost-price of another.*” (retirado do capítulo IX do volume 3). A passagem não só dá a entender a importância de utilizar os custos de reposição (ao invés dos custos históricos do STU) como também da necessidade de introduzir o processo circular que inevitavelmente leva a solução simultânea. Além disso, esse trecho é precedido pela famosa passagem citada na nota de rodapé número 7 do primeiro capítulo em que Marx reconhece a importância de transformar os insumos, frequentemente citada pela tradição Bortkiewicz-Sraffa.

<sup>50</sup> Por exemplo: “*Observation of competition—the phenomena of production—shows that capitals of equal size yield an equal amount of profit on the average, or that, given the average rate of profit (and the term, average rate of profit, has no other meaning), the amount of profit depends on the amount of capital advanced.*” (retirada de *Teorias da Mais-valia*, capítulo 20).

<sup>51</sup> O que parece ficar bastante claro quando afirma: “*If supply and demand coincide, the market-price of commodities corresponds to their price of production, i.e., their price then appears to be regulated by the immanent laws of capitalist production, independently of competition, since the fluctuations of supply and demand explain nothing but deviations of market-prices from prices of production. These deviations mutually balance one another, so that in the course of certain longer periods the average market-prices equal the prices of production. As soon as supply and demand coincide, these forces cease to operate, i.e., compensate one another, and the general law determining prices then also comes to apply to individual cases. The market-price then corresponds even in its immediate form, and not only as the average of market price movements, to the price of production, which is regulated by the immanent laws of the mode of production itself.*” (retirado do capítulo XXI do volume 3).

para os resultados da solução simultânea, como mostrado originalmente por Shibata [1933] e posteriormente por outros autores como Shaikh e Okishio [Rieu, 2009].

### **3.4. A “interpretação macro-monetária” da teoria do valor de Marx**

Segundo Moseley [2000], até a década de 1970 a “interpretação sraffiana de Marx”<sup>52</sup> era dominante mas devido às contribuições da *New Interpretation* isso começou a mudar. Por “interpretação sraffiana de Marx” o autor inclui todos aqueles que estabelecem que as variáveis fundamentais da teoria do valor de Marx como capital constante e valor da força de trabalho são definidas pelo trabalho incorporado em quantidades físicas de mercadorias e que calculam a taxa de lucro e os preços simultaneamente. Segundo o autor, as variáveis que são tomadas como dadas por Marx no volume III para calcular a taxa de lucro e os preços de produção seriam definidas em termos monetários, por isso denomina sua abordagem de “macro-monetária”.

Para Moseley [2000], a Nova Interpretação - por definir em termos monetários (como será visto adiante) apenas o valor da força de trabalho ao invés de usar a quantidade de trabalho incorporado na cesta salarial - seria um progresso analítico em relação a “interpretação sraffiana”, porém permanece incompleta pois o capital constante continua definido em termos físicos, de maneira que nem todos os “lemas de Marx” são restaurados. O autor critica também – corretamente, à luz do presente do trabalho – o fato dos teóricos da Nova Interpretação obterem a igualdade “soma dos valores e soma dos preços” em

---

<sup>52</sup> O termo “interpretação sraffiana” foi colocado entre aspas porque como visto no primeiro capítulo muito antes de Sraffa esta interpretação já existia.

relação ao produto líquido, enquanto que em Marx o resultado é em relação à produção bruta.

Segundo Moseley, o “capital monetário” é a variável exógena em Marx. Para defender esta tese, o autor cita passagens do capítulo 4 do volume I onde Marx apresenta a mais-valia como medida em dinheiro. Além disso, o mesmo raciocínio seria válido para o capital variável e para o capital constante.

- 1) A análise do volume I não é redundante como supostamente alega a “interpretação sraffiana”, segundo a qual bastariam as técnicas representadas em mercadorias e o salário real e, portanto, os valores-trabalho seriam apenas derivados disso, logo desnecessários. O volume I lida com agregados e, a partir destes, determina-se a taxa de lucro. No volume III, a taxa de lucro é dada para determinar os preços de produção.
- 2) Como em Marx, a determinação da taxa de lucro e dos preços de produção é sequencial e as condições técnicas de produção de todas as indústrias afetam a taxa de lucro – e não apenas as que produzem direta e indiretamente os bens-salário.
- 3) Valem as duas invariâncias de Marx.

Evidentemente, a interpretação monetária de Moseley pouco converge com a interpretação de Marx seguida no presente trabalho. Corretamente, Moseley [2000] não atribui nenhuma inconsistência entre a análise do volume I, baseada em valores-trabalho (ou, que valeria a teoria do valor-trabalho para o agregado), e na análise do volume III, baseada nos preços de produção. Porém, o aspecto monetário das variáveis marxianas carece de base textual.

Como observado por Ravagnani [2000], Marx não supunha valores arbitrários para os agregados: eles são derivados do total de trabalho incorporado na folha salarial e nos meios de produção. Uma vez obtidos estes agregados de trabalho-incorporado, o valor-trabalho do ouro equivalente a estes agregados define então o valor monetário dos mesmos<sup>53</sup>.

É curioso que Moseley sequer cita o conceito “valor da força de trabalho”<sup>54</sup>, definido por Marx como o total de trabalho contido na cesta salarial (suposta dada exogenamente como na tradição clássica por fatores histórico-institucionais).

Moseley postula que o produto líquido em dinheiro corresponde exatamente ao total de trabalho vivo - mesmo numerário usado por todas as abordagens “monetárias”, que possui a funcionalidade de igualar uma quantidade arbitrária de dinheiro ao total de trabalho vivo do período.

Por último, pode-se dizer que a interpretação de Moseley sofre do problema da circularidade lucros/preços – evitado por Ricardo e Marx devido à medição em trabalho incorporado – pois toma os agregados capital variável, capital constante e mais-valia, como grandezas monetárias dadas – consequentemente, os preços também – para calcular a taxa de lucro. Porém, se os preços cobrem os custos e a taxa de lucro uniforme, estes não podem ser usados para calcular a taxa de lucro – pois dependem da mesma. Desde Dmitriev [1898] sabe-se que a taxa de lucro deve ser calculada simultaneamente com os preços relativos e que só importam as condições de produção da indústria integrada de bens-salários ou, usando o sistema padrão, a taxa de lucro pode ser calculada antes dos preços – o que não é possível é obter preços antes da taxa de lucro. A abordagem do sistema temporal único faz

---

<sup>53</sup> Ver nota de rodapé número 7 do primeiro capítulo.

<sup>54</sup> Um conceito apresentado sem ambiguidades por Marx como pode ser visto em passagens citadas nas notas de rodapé 4 e 5 do primeiro capítulo.

uso dos mesmos os argumentos de Moseley a respeito do que Marx “realmente disse” (isto é, toma  $C$  e  $V$  como dado em dinheiro), porém não cái na circularidade preços-lucro, pois usa um método seqüencial.

### **3.5 Conclusão sobre as interpretações “monetárias” de Marx**

As interpretações “monetárias” para a teoria do valor de Marx podem ser vistas como uma crítica ao consenso da literatura posterior à obra de Sraffa [1960]. Era usualmente aceito que não valem simultaneamente as duas invariâncias marxianas de forma que o “problema da transformação” não possui solução – ou simplesmente que se trata de um falso problema.

As interpretações “monetárias” rompem – de diferentes maneiras - com a ideia de que as magnitudes em trabalho incorporado (valores-trabalho) possuem uma anterioridade lógica aos preços em Marx. O outro elemento comum a todas as abordagens é a ideia de que todo o valor adicionado da economia (produto líquido em valor) é igual ao total de emprego do período (“trabalho vivo”) – numerário conhecido como EMTT.

A Nova Interpretação utiliza o sistema de preços sraffiano com salários antecipados e define a massa salarial como sinônimo de capital variável e, logo, a dos lucros de mais-valia – isto é, vale a solução simultânea. Desta maneira os autores obtém a igualdade entre mais-valia agregada e massa de lucro. A “soma dos valores é igual à soma dos preços” não é obtida em termos brutos, pois o capital constante em preço não coincide com o capital constante em trabalho incorporado. Todavia, os autores rejeitam este resultado e alegam que o importante é a igualdade entre preços e valores para o produto líquido – garantida pelo numerário. Isso gera como resultado curioso o fato de que a composição do produto

líquido (por exemplo, uma mudança na demanda final dos capitalistas) altera o valor da força de trabalho e, logo, as condições do conflito de classes.

A “reconceitualização radical” de Wolff, Roberts e Callari [1982] adiciona aos resultados da Nova Interpretação<sup>55</sup> a redefinição do conceito de valor-trabalho, que originalmente dependia apenas dos coeficientes de trabalho direto e indireto, e passa a depender também do preço de produção dos insumos. Assim, além de obter os resultados da Nova Interpretação, os autores “obtem” a igualdade preços/valores para a produção bruta.

O sistema temporal único parece ser uma continuação ainda mais radical da “reconceitualização radical” e da Nova Interpretação, pois valores-trabalho passam a depender inclusive dos preços de mercado, do período anterior, dos insumos. Como resultado adicional em relação a Wolff, Roberts e Callari [1982], o STU “demonstra” que valem as invariâncias mesmo em desequilíbrio – isto é, para preços diferentes dos de produção. Todavia, se a tecnologia e o salário real forem constantes e mais de um período for considerado, os preços convergem para os do sistema sraffiano. A “interpretação macro-monetária” de Moseley [2000] parece ser um caso menos elaborado do STU que apresenta como fraqueza o raciocínio circular preços/taxa de lucro.

Em suma, parece pouco claro que as novas interpretações para a teoria do valor de Marx representam um avanço em relação à tradição inaugurada por Dmitriev [1898] sob o aspecto analítico de uma forma geral – isto é, sem discutir o fato de serem fiéis ou não à problemática original de Marx – e, sob o ponto de vista da história da teoria, as reinterpretções propostas carecem de base textual em Marx, de forma que também não representam um avanço sob o aspecto interpretativo [Petri, 2010].

---

<sup>55</sup> As contribuições parecem ser independentes, pois foram publicadas na mesma época.

## CAPÍTULO 4: CONCLUSÃO

O presente trabalho se propôs a fazer uma análise de alguns temas relacionados à teoria do valor de Marx e das contribuições de outros autores relacionados ao tema.

No primeiro capítulo foi defendido o argumento de continuidade da teoria de Marx em relação à de Ricardo. Evidentemente existem diferenças consideráveis entre os dois autores, todavia no que concerne à relação entre taxa de lucro e preços relativos (teoria do valor) claramente há uma forte continuidade: uso das mesmas variáveis exógenas (salário real e condições técnicas de produção) para explicar preços e taxa de lucro e conclusões semelhantes (relação inversa entre salários e lucros) [Eatwell, 1974, e Garegnani, 1984].

Enquanto a economia clássica foi abandonada e substituída pela escola marginalista nos principais países ocidentais, economistas russos como Dmitriev e Bortkiewicz promoveram um avanço considerável para esta tradição, antecipando alguns resultados que só ficaram conhecidos nos meios acadêmicos mais influentes muito tempo depois devido à divulgação da obra de Bortkiewicz por Sweezy e, principalmente, pela obra de Sraffa. A partir dos resultados de Bortkiewicz, o economista japonês Shibata também promoveu avanços analíticos importantes – especialmente no que concerne a conclusão de que bastam o vetor de mercadorias que compõem os salário real e os coeficientes *input-output* para obter os preços relativos e a taxa de lucro - que, assim como os avanços dos autores russos, também tiveram pouca repercussão no ocidente. Todavia, a contribuição de Shibata deu origem a tradição clássica-marxista no Japão [Negishi, 2004 e Rieu, 2009].

Com Sraffa [1960], a teoria clássica recebe novos avanços analíticos - em relação aos autores mencionados a grande inovação é a possibilidade dos salários serem variáveis disputando o excedente em produção simples e a extensão para produção conjunta - e volta

a ser discutida nos meios acadêmicos ocidentais (além de servir de base para a crítica da corrente marginalista).

Em relação à obra de Marx, o principal resultado da contribuição destes autores – também conhecidos como “simultaneístas” - no âmbito de produção simples é que preços relativos e taxa de lucro devem ser calculados simultaneamente (no caso geral), além de não haver necessidade de utilizar as magnitudes de trabalho incorporado (valores-trabalho): bastam os coeficientes de trabalho direto, as mercadorias que compõem o salário real e os mercadorias necessárias como insumo. Sraffa [1960], além de corroborar o resultado simultaneísta, mostra que no caso em que o salário real é dado e antecipado, a taxa de lucro pode ser calculada antes dos preços, como em Ricardo e Marx, através do sistema-padrão, todavia, sem a necessidade de usar magnitudes de trabalho incorporado.

No segundo capítulo foi discutida a mensuração dos agregados consumo necessário e produto líquido em produção conjunta. No caso de produção simples, as magnitudes de trabalho incorporado – ainda que desnecessárias para obter preços relativos e taxa de lucro – guardavam alguma relação (mas sem nenhuma relação de proporcionalidade no caso geral) com as magnitudes em preços relativos: o excedente medido em preço é positivo se, e somente se, o excedente em trabalho incorporado (mais-valia) for positivo (resultado conhecido como “teorema fundamental marxista”). Todavia, em produção conjunta pura (i.e., sem capital fixo, terra e recursos naturais) nem sempre este resultado se mantém, de forma que a representação do excedente em mercadorias é uma forma mais geral do que a representação em valor-trabalho, conceito que em produção conjunta deixa de ser sinônimo de trabalho incorporado, tornando-se apenas sinônimo de multiplicador de emprego (sob a hipótese de retornos constantes).

Por último, no terceiro capítulo foi feita uma análise das reações aos resultados apresentados nos dois primeiros capítulos dentro da tradição marxista. Alguns economistas ficaram insatisfeitos com as conclusões obtidas a partir da obra de Sraffa<sup>56</sup> dando início a uma busca por “novas soluções” para o “problema da transformação” no fim da década de 70 e início dos anos 80, que perdura até os dias de hoje. A conclusão obtida foi de que esta reação foi pouco frutífera tanto sob o ponto de vista analítico como sob a perspectiva da história da teoria, uma vez que não possui base textual.

Esta busca por novas soluções para um falso problema parece estar relacionada ao fato destes economistas atribuírem finalidades éticas à teoria do valor de Marx<sup>57</sup> - ao invés da interpretação seguida ao longo deste trabalho para a mesma, como um instrumento analítico para entender o funcionamento do capitalismo<sup>58</sup>.

---

<sup>56</sup>Obviamente estes descontentamentos também se aplicam às contribuições de Dmitriev, Bortkiewicz, Shibata, Seton, Okishio entre outros. Porém, devido à repercussão muito maior da contribuição de Sraffa, pode-se dizer que foi este economista que deu origem às controvérsias.

<sup>57</sup>Essa associação também é feita por outros economistas, como Sen [1978] e Baumol [1974].

<sup>58</sup>Uma característica curiosa das novas soluções é que – em algumas delas – a teoria do valor não é utilizada sequer para a determinação de preços e taxa de lucro, mas apenas como uma “contabilidade da exploração”, como foi visto no capítulo 3, de forma que estas interpretações seriam completamente distantes da problemática original de Marx segundo o presente trabalho.

## BIBLIOGRAFIA

ABRAHAM-FROIS, G. & BERREBI, E. Theorie de la valeur, des prix e de l'accumulation. Economica, Paris, 1976.

ABRAHAM-FROIS, G. & BERREBI, E. Etalon(s) et "transformation": pour clore um debat. Econometrica, vol. 47, nº5, 1979.

ABRAHAM-FROIS, G. & BERREBI, E. Le probleme de la transformation: solutions(s). Econometrica, vol. 52, nº 5, 1984.

ABRAHAM-FROIS, G. & BERREBI, E. Prices, profits and rythms of accumulation. Cambridge University Press, 1997.

AKYÛZ, G. Value and exploitation under joint production. Australian Economic Papers, 1983, 22: 171–179

BAUMOL, W. The Transformation of Values: What Marx "Really" Meant (An Interpretation). Journal of Economic Literature, Vol. 12, No. 1 (Mar., 1974)

BORTKIEWICZ, L.V. (1906-07). Wertrechnung und preisrechnung im Marxschen system. *Archiv für Sozialwissenschaft und Sozialpolitik*, 25, 10–51, 445–488 [Value and price in the Marxian system]. *International Economic Papers*, 2 (1952), 5–60].

BORTKIEWICZ, L.V. (1907). On the correction of Marx's fundamental theoretical construction in the third volume of *Capital*, in: E. von Böhm-Bawerk, *Karl Marx and the Close of his System*, Philadelphia, Orion Editions, 1984

BOWLES, S.; GINTIS, H. Structure and practice in the labour theory of value. Review of Radical Political Economics, January 1981; vol. 12,

CAMBPELL, A. The Transformation problem: a simple presentation of the "new solution". Review of Radical Political Economics, 29 (3), 1997.

CRESPO, E. & CARDOSO, M. A Evolução da teoria do valor desde Dmitriev e Bortkiewicz até Charasoff. XII Encontro da Sociedade Brasileira de Economia Política, 2008.

DMITRIEV, V.K. The theory of value of David Ricardo; reprinted in *Economic Essays on Value, Competition and Utility*, ed. D.M. Nuti, Cambridge University Press, 1974

DUMENIL, G. Beyond the Transformation Riddle: A Labor Theory of Value, 1983, *Science and Society*, Vol. XLVII(2), pp. 427-450.

DUMENIL, G. & FOLEY, D. The Marxian Transformation Problem. In The New Palgrave Dictionary of Economics, Palgrave Macmillan : London, Basingstoke. Edited by Steven N. Durlauf and Lawrence E. Blume, 2008.

DURLAUF, S. & BLUME, L. (Ed.) The New Palgrave Dictionary of Economics, Palgrave Macmillan : London, Basingstoke, 2008

EATWELL, J. Controversies in the Theory of Surplus Value: Old and New. *Science & Society* Vol. 38, No. 3 (Fall, 1974), pp. 281-303

EATWELL, J. Mr. Sraffa's standard commodity and the rate of exploitation. *Quarterly Journal of Economics*, 89(4), p. 543-568, 1975.

EATWELL, J., MILGATE, M. & NEWMAN, P. The New Palgrave, Macmillan, 1987.

FLASCHEL, P. Actual labour-values in a general model of production. *Econometrica*, Vol. 51, No. 2 (Mar., 1983)

FOLEY, D. The value of money, the labor-value, and the Marxian transformation problem. *Review of Radical Political Economics*, 14, p. 37-49, Verão 1982.

FOLEY, D. Recent developments in the labor theory of value. *Review of Radical Political Economics*, vol.32, 1 (2000)

FREEMAN, A.; CARCHEDI, G. (eds.). *Marx and Non-Equilibrium Economics*. Cheltenham: Edward Elgar, p. 29-48, 1996.

GAREGNANI, P. Sobre a Teoria do valor e distribuição nos economistas clássicos e em Marx, in AA. VV. "Progresso Técnico e Teoria Econômica", Hucitec-Unicamp, 1974

GAREGNANI, P. Value and Distribution in the Classical Economists and Marx. *Oxford Economic Papers*, 36(2), p. 291-325, 1984.

GAREGNANI, P. "The Labour Theory of Value: Detour or Technical Advance?" in G.Caravale (ed.) *Marx and Modern Economic Theory*, Volume 1, Edward Elgar, 1991.

GAREGNANI, P. Surplus approach to value and distribution. in J. Eatwell, M. Milgate & P. Newman "The New Palgrave", Macmillan, 1987.

GAREGNANI, P. & PETRI, F. "Marxismo e Teoria Economica Hoje", in E. Hobsbawn (org.) *História do Marxismo*, Volume 12, paz & terra, 1989.

GEHRKE, C. Dmitriev, Vladimir Karpovich. Em KURZ, H. & SALVADORI, N. The Elgar Companion To Classical Economics. Cheltenham, UK. Edward Elgar, 1998

HAGGEMAN, H. & KURZ, H. The return of the same truncation period. *Kyklos*, 1976

HUNT, E. & SCHWARTZ, J. (eds) A critique of economic theory. Harmondsworth: Penguin book, 1972.

KLIMAN, A., & MCGLONE, T. A temporal single-system interpretation of Marx's value theory. *Review of Political Economy*, 11(1), p. 33-59, 1999.

KRAUSE, U. Abstract labour in general joint systems. *Metroeconomica* vol. 32, 1980.

KURZ, H. Sraffa after Marx. *Australian Economic Papers*, 1979

KURZ, H. Classical and early neoclassical economists on joint production. *Metroeconomica* Vol. 38, 1-37. 1986

KURZ, H. & SALVADORI, N. *Theory of Production, a long period analysis*. Cambridge University Press, 1995.

KURZ, H. & SALVADORI, N. *The Elgar Companion To Classical Economics*. Cheltenham, UK. Edward Elgar, 1998

KURZ, H. & SALVADORI, N. Classical roots of input-output analysis: a short account of its long prehistory. *Economic Systems Research*, vol.12, n° 2, 2000.

LEONTIEF, W. The significance of Marxian economics today. Vol. 28, No. 1, Supplement, *Papers and Proceedings of the Fiftieth Annual Meeting of the American Economic Association* pp. 1-9. *American Economic Review* (Mar., 1938),

LIPIETZ, A. The so-called "transformation problem" revisited. *Journal of Economic Theory*, vol. 26, N°1, February, 1982.

MAINWARING, L. *Value and distribution in capitalist economies: an introduction to sraffian economics*. Cambridge University Press, 1984.

MARSHALL, A. *Princípios de economia* [1890]. São Paulo: Abril Cultural, 1982.

MARX, K. *Capital*. Edição Inglesa em [www.marxists.org](http://www.marxists.org) (1867-1894).

MARX, K. *Theories of surplus-value*. (1968), Moscow, Progress Publisher.

MAZAT, N. & SERRANO, F. Quesnay and the analysis of surplus in an agrarian capitalist economy. 39° Encontro Nacional da Anpec, 2011.

MCKENZIE, L. "General Equilibrium". in J. Eatwell, M. Milgate & P. Newman "The New Palgrave", Macmillan, 1987.

MCGLONE, T. & KLIMAN, A. (1996). One system or two? The transformation of values into prices of production versus the transformation problem. In: FREEMAN, A.;

CARCHEDI, G. (eds.). *Marx and Non-Equilibrium Economics*. Cheltenham: Edward Elgar, p. 29-48, 1996.

MEDIO, A. Profits and surplus-value: appearance and reality in capitalist production. In HUNT, E. & SCHWARTZ, J. (eds) *A critique of economic theory*. Harmondsworth: Penguin book, 1972.

MONGIOVI, G. Vulgar economy in Marxian garb: a critique of Temporal Single System Marxism, *Review of Radical Political Economics*, 2002 34: 393-416.

MORI, K. Charasoff and Dmitriev: an analytical characterization on the origins of linear economics. Tohoku Economic Research Group. Discussion paper n°249. Graduate school of economics and management, Tohoku University, Japan. 2010

MORISHIMA, M, *Marx's economics*. Cambridge University Press. 1973

MORISHIMA, M.; CATEPHORES, G. *Value, Exploitation and Growth*. London: McGraw Hill, 1978.

MOSELEY, F. (2000) The "New Solution" to the Transformation Problem: a Sympathetic Critique, *Review of Radical Political Economics*, 2, pp. 282-316.

NAPOLEONI, C. *Smith, Ricardo, Marx*. Rio de Janeiro, Edição Graal, 1978

NEGISHI, T. Kyoto school of modern economic theory. *The Kyoto Economic Review* (2004) 73: 1-10.

NEWMAN, P. Production of commodities, a review. In SCHWARTZ, J. *The subtle Anatomy of Capitalism*. Santa Monica, CA. Goodyear. 1977

PASINETTI, L. *Lectures on the theory of production*. London: Macmillan, 1977.

PETRI, F. "Labour Theory of Value" in H. Kurz & N. Salvadori (eds.) *The Elgar Companion to Classical Economics*, Edgar Elgar, 1998.

PETRI, F. "Rate of Exploitation". in J. Eatwell, M. Milgate & P. Newman "The New Palgrave", Macmillan, 1987.

PETRI, F. *Advanced microeconomics*, 2010. <http://www.econ-pol.unisi.it/petri/>

RAVAGNANI, F. A Critical Note on Moseley's "Macro-Monetary" Interpretation of Marx's Theory". *Review of Radical Political Economics*, 2005; 37: 85-96.

RICARDO, D. Ensaio sobre a influência do baixo preço do cereal sobre os lucros do capital. In. NAPOLEONI, C. *Smith, Ricardo, Marx*. Rio de Janeiro, Edição Graal, 1978

RICARDO, D. *Princípios de Economia Política e Tributação* [1817]. Editora Abril, 1988

RIEU, D.M. The Shibata-Okishio Connection: Labor Theory of Value and Rate of Profit. *Journal of The History Of Economic Thought*, Vol.31, number 3. September 2009

SAMUELSON, P. Wages and Interest: A Modern Dissection of Marxian Economic Models. *The American Economic Review*. Vol. 47, No. 6 (Dec., 1957), pp. 884-912

SCHWARTZ, J. *The subtle Anatomy of Capitalism*. Santa Monica, CA. Goodyear. 1977

SCHEFOLD, B. Multiple product techniques with properties of single product Systems, *Zeitschrift fur Nationaldconomie*, vol. 38, 29-53, 1978.

SCHEFOLD, B. Von Neumann and Sraffa: Mathematical Equivalence and Conceptual Difference. *The Economic Journal*, Vol. 90, No. 357 (Mar., 1980), pp. 140-156

SCHEFOLD, B. *Mr. Sraffa and Joint Production and other essays*. London, Unwin Hyman, 1989.

SCREPANTI, E. (2005) Guglielmo Carchedi's art of fudging explained to the people, *Review of Political Economy*, vol. 17, number 1. 2005

SEMMLER, W. *Competition, Monopoly, and Differential Profit Rates*. Columbia University Press, New York, 1984.

SEN, A. On the labour theory of value: some methodological issues. *Cambridge Journal of Economics* (1978) 2(2): 175-190

SERRANO, F. A interpretação sraffiana da teoria do valor de Marx. Mimeo IE-UFRJ, 2006

SERRANO, F. A "successivist" approach for the determination of the classical rate of profits based on Sraffa and Von Charasoff. IE-UFRJ mimeo, 2011.

SETON, F. The transformation Problem. *Review of Economic Studies*, 25:149-60. 1957

SHIBATA, K.. "The Meaning of the Theory of Value in Theoretical Economics." *Kyoto University Economic Review*, VIII: 49-68. 1933

SHIBATA, K.. "On the General Profit Rate." *Kyoto University Economic Review*, XIV: 40-66. 1939

SINHA, A. The Transformation Problem A Critique of the "New Solution". *Review of Radical Political Economics*, Summer 1997; vol. 29, 3: pp. 51-58.

SRAFFA, P. (1953) *Introdução em RICARDO, D. Princípios de Economia Política e Tributação [1817]*. Editora Abril, 1988

SRAFFA, P. (1953) *Introdução em RICARDO, D. Princípios de Economia Política e Tributação [1817]*. Editora Abril, 1988

SRAFFA, P. (1960). *Production of commodities by means of commodities*. Cambridge University Press.

STEEDMAN, I. Positive Profits with Negative Surplus Value. *The Economic Journal*, Vol. 85, No. 344 (1975)

STEEDMAN, I. Positive Profits with Negative Surplus Value: A Reply. *The Economic Journal*, Vol. 86, No. 343 (Sep., 1976a), pp. 604-608

STEEDMAN, I. Positive Profits with Negative Surplus Value.: a reply to Wolfstetter. *The Economic Journal*, Vol. 86, No. 337 (1976b)

STEEDMAN, I. *Marx after Sraffa*. New Left Books, London, 1977.

STEEDMAN, I. *Marx after Sraffa and the open economy*. Manchester Metropolitan University. Mimeo, 2002.

SWEEZY, P. 1942. *The Theory of Capitalist Development*. New York: Oxford University Press.

VENEZIANI, R. The temporal single-system interpretation of Marx's economics: a critical evaluation. *Metroeconomica* 55:1 (2004)

VIANELLO, F. "Labour Theory of Value" in J. Eatwell, M. Milgate & P. Newman "The New Palgrave", Macmillan, 1987

VIANELLO, F. "Capital" in H. Kurz & N. Salvadori (eds.). *The Elgar Companion to Classical Economics*, Edgar Elgar, 1998.

VON NEUMANN, J. Über ein ökonomisches Gleichungssystem und eine Verallgemeinerung des Brouwerschen Fixpunktsatzes, *Ergebnisse eines mathematischen Kolloquiums*, Vol. 8, 73-83 (English translation (1945-46). A model of general economic equilibrium, *Review of Economic Studies*, Vol. 13 No. 1, 1-9). 1937

WALRAS, L. *Elementos de Economía Política Pura* [1874]. São Paulo: Abril Cultural, 1988

WOLFF, R., ROBERTS, B., CALLARI, A. 'Transformation Problem': A Radical Reconceptualization. *History of Political Economy* Winter 1982 14(4)