

Leonardo Ribeiro Lahr Moura

A estimação não paramétrica da volatilidade e suas alternativas –
Uma Aplicação ao setor elétrico

Tese apresentada ao Corpo Docente
do Instituto de Economia da Universidade
Federal do Rio de Janeiro como parte dos
requisitos necessários à obtenção do título de
MESTRE em Ciências Econômicas.

BANCA EXAMINADORA:

Prof. Getúlio Borges

Prof. Gyorgy Varga

Prof.^a Viviane Luporini

DEZEMBRO de 2011

M929

Moura, Leonardo Ribeiro Lahr

A estimação não paramétrica da volatilidade e suas alternativas: uma aplicação ao setor elétrico. / Leonardo Ribeiro Lahr. – Rio de Janeiro: UFRJ, 2011

39 f.

Orientador: Professor Doutor Getúlio Borges

Bibliografia: f. 38-39

Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Instituto de Economia, 2011.

1.Preços 2.Energia elétrica. I. Borges, Getúlio. II. Universidade Federal do Rio de Janeiro. Instituto de Economia. III. Título.

CDD. 388.52

Resumo

Os preços praticados na negociação da energia elétrica no Brasil apresentaram grandes variações ao longo dos últimos dez anos. Gerada principalmente por hidrelétricas, o preço da energia está diretamente relacionado com o regime de chuvas. As variações climáticas geram grande volatilidade nos preços à medida que impacta o nível dos reservatórios das hidrelétricas. Neste trabalho será apresentada uma análise da volatilidade deste insumo através dos modelos EWMA, GARCH(1,1) e do modelo de deconvolução por núcleos. Este último terá sua metodologia apresentada mais detalhadamente por ser pouco recorrente em trabalhos acadêmicos. Da família dos modelos não paramétricos ele possui maior flexibilidade quanto a suas premissas e busca estimar a densidade da volatilidade.

Palavras chave: Não paramétrico, densidade da volatilidade , setor energético, deconvolução por núcleo

Abstract

The trading prices of the electric energy practiced in Brazil showed large variations over the past ten years. Generated primarily by hydroelectric, energy prices is directed related to rainfall. Climatic variations generate high volatility in the prices as they impact the levels of reservoirs of hydroelectric plants. This paper will present an analysis of the volatility of this asset through the models EWMA, GARCH(1,1) and kernel deconvolution model. The latter methodology will be presented in more details as it is not very recurrent in Brazilian's academics works. From the family of non-parametric models it is more flexible in its premises and seeks to estimate the volatility density.

Key-Words: Non parametric, volatility density, energetic sector, kernel deconvolution

Lista de Figuras

Figura 1	14
Figura 2	19
Figura 3	20
Figura 4	22
Figura 5	23
Figura 6	26
Figura 7	27
Figura 8	28
Figura 9	29
Figura 10	31
Figura 11	32
Figura 12	33
Figura 13	35

Sumário

1. Introdução	6
2. Metodologia	7
EWMA	9
GARCH(1,1)	11
Deconvolução por núcleo estimadores	12
3. Simulações	17
4. Desenvolvimento	24
5. Conclusão	36
6. Bibliografia	38

1. Introdução

Este trabalho está focado na solução para delimitar os riscos decorrentes da variabilidade dos preços no mercado energético brasileiro. Após a crise energética do final de 2001 (o apagão), ficou cada vez mais clara a forte dependência do clima favorável ao sistema de produção energético brasileiro. De acordo com a base hidroelétrica, o regime de chuvas define a variação dos preços para o mercado, sendo chuvas constantes a indicação de preços baixos e estáveis.

A escassez do regime pluvial registrado após 2001 deliberou alterações de volatilidade no valor da energia para o mercado. Sendo difícil a obtenção de padrões para definir a variação do preço da energia. Deste modo fica clara a necessidade de modelos menos rígidos para estimar a volatilidade.

O modelo não paramétrico baseado na deconvolução por núcleo é capaz de definir aproximadamente a forma estrutural da densidade da volatilidade, com a análise de dados históricos. Dado a falta de padrões para identificar a variação do preço de energia, este modelo não paramétrico se aplica melhor por ser tão flexível quanto à variação da volatilidade do setor elétrico.

Estudos sobre volatilidade são aplicados em diversas áreas dentro de finanças, como na precificação de ativos, na alocação de portfólio ou na compreensão de fatores de risco. No entanto, a análise de volatilidade decorrente dos preços do setor energético brasileiro é desejável dado o papel fundamental deste insumo em uma economia moderna.

A volatilidade tem sido uma das maiores áreas de pesquisa empírica ao longo dos últimos anos. Desde o artigo pioneiro de Engle em 1982, precursor do modelo ARCH, a literatura acadêmica tem focado atenção considerável a modelos heterocedásticos e desenvolvido uma série de novos métodos para a mensuração, modelagem e previsão da volatilidade.

A combinação de poderosos avanços nas questões metodológicas e de aplicações empíricas relevantes produziu um grande crescimento da econometria de modelos de volatilidade mais sofisticados. Desenvolvimentos iniciais foram estritamente paramétricos, mas cada vez mais a literatura se voltou para modelos menos paramétricos, ou até mesmo não paramétricos.

Os modelos paramétricos se diferem dos não paramétricos através de suas premissas e de seus objetivos. Os modelos paramétricos carregam informações sobre a forma estrutural do problema, sendo necessário apenas identificar alguns parâmetros. Assim os modelos não paramétricos se tornam úteis quando se possui pouca informação sobre a estrutura dos dados ou quando é importante a reflexão sobre o modelo a ser adotado.

O modelo de deconvolução baseado em núcleo estimadores, utilizado por este trabalho para medição de volatilidade no setor energético, foi pouco utilizado pela literatura acadêmica brasileira. Wand & Jones (1995) aborda esta metodologia no capítulo sobre estimação da densidade em uma amostra com erros. Van Es, Spreij e Van Zanten (2005) propõe esta metodologia tomando os logaritmos dos quadrados dos retornos para obter a densidade da volatilidade.

Para fins de comparação, utilizaremos os modelos EWMA e GARCH(1,1) que são largamente utilizados na literatura acadêmica para modelar a volatilidade de diversos ativos. O modelo EWMA passou a ser largamente difundido após o relatório RiskMetrics do Banco J.P. Morgan em 1995 e continua sendo utilizado até os dias de hoje por sua facilidade de implementação e compreensão. Já o modelo GARCH foi apresentado inicialmente por Bollerslev(1986). Este pertencente à classe dos modelos paramétricos, é largamente utilizado, tanto em estudos acadêmicos como em aplicações onde se acredita que exista autocorrelação na volatilidade condicional de uma série.

No capítulo 2 será feita uma breve introdução dos modelos utilizados para comparação, EWMA e GARCH(1,1), além da apresentação do método de estimação não paramétrica através da deconvolução por núcleos. No capítulo 3, simulações serão apresentadas com o intuito de reforçar ao leitor os detalhes e o comportamento do modelo diante de escolhas diferentes de suas principais variáveis. No capítulo 4 aplicaremos as metodologias propostas aqui aos preços aplicados ao setor energético brasileiro e mostraremos as semelhanças e as diferenças entre os resultados obtidos em cada metodologia. Enfim, no capítulo 5 serão apresentadas as conclusões sobre o trabalho.

2. Metodologia

Nesta seção introduziremos as notações que serão utilizadas até o fim deste trabalho. Em seguida será feita uma breve apresentação da metodologia EWMA e GARCH(1,1). Por último, será detalhada a metodologia aqui proposta como uma nova

ferramenta para a análise da volatilidade, a estimação não paramétrica baseado na deconvolução de núcleos.

O principal objetivo deste trabalho é avaliar a volatilidade de uma série de preços, mais especificamente, dos preços decorrentes da negociação da energia elétrica no Brasil. Trataremos daqui em diante a volatilidade como sendo a estimativa de desvio padrão dos retornos desta série. É importante frisar, que por não ser diretamente observável, a volatilidade é uma variável aleatória que precisa ser estimada. Por sua vez, retorno será compreendido como a primeira diferença do logaritmo desta série. Temos assim, que o retorno (r_t) no instante t é equivalente a:

$$r_t = \log(P_t) - \log(P_{t-1})$$

Erro! Nenhuma sequência foi especificada. Onde P_t é o preço observado no instante t e $\log(x)$ é a aplicação do logaritmo neperiano sobre a variável x. Já a volatilidade (h_t) pode ser estimada através de seus dados históricos, de maneira mais simples, através do seguinte estimador:

$$h_t = \sqrt{\frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^m (r_{t-i} - \bar{r})^2}$$

Passaremos então à descrição dos modelos utilizados neste trabalho. O primeiro a ser apresentado será o modelo EWMA, do inglês “*Exponentially weighted moving average*”. Este aplica pesos que decaem exponencialmente conforme os dados vão ficando ultrapassados em relação à observação mais recente. É um modelo que dá pouca relevância às informações passadas, priorizando as informações mais recentes. Dentre suas principais vantagens destacam-se a sua facilidade computacional, e sua fácil compreensão até mesmo por leitores com conhecimentos básicos em estatística. Por outro lado, quando ocorrem mudanças no regime da variável acompanhada, esta metodologia só aponta tal mudança defasadamente já que é uma média. Ainda, se ocorrerem choques isolados, os resultados apresentados pela EWMA serão fortemente impactados, levando a volatilidade a níveis influenciados por estes eventos isolados que tendem a se dissipar lentamente.

Em seguida trataremos do modelo GARCH(1,1). Trata-se da aplicação de um processo ARMA(1,1) para a volatilidade condicional de uma série, deixando que a volatilidade incondicional seja constante. A escolha de apenas uma defasagem para cada componente do processo ARMA é recorrente na literatura acadêmica para a modelagem da

volatilidade de séries de preço. Os modelos GARCH devem apresentar como premissa para o seu cálculo a distribuição de probabilidade por trás do processo de formação da série. Visto isso, quando não possuímos uma boa hipótese sobre a mesma, os resultados obtidos através de modelos GARCH mal especificados não geram resultados confiáveis. Na maioria das vezes, a distribuição adotada é a distribuição normal. No entanto, fenômenos como assimetria e bimodalidade são recorrentes em casos empíricos, como pode ser visto para o caso cambial no Chang e Tabak (2006).

Na última seção, detalharemos a metodologia baseada na deconvolução por núcleo. O método se baseia nas propriedades das funções características (ou transformada de Fourier) como uma alternativa para separar das observações do retorno o que é causado pela volatilidade e o que pode ser percebido como oscilações aleatórias. Assumindo gaussianidade condicional para os erros de observação e utilizando a metodologia de Núcleos estimadores para obter a função característica dos retornos podemos então obter a função característica da volatilidade. Em posse desta última, aplicamos a transformada inversa de Fourier e chegamos à densidade estimada da volatilidade desta série de retornos. Através desta metodologia é possível detectar as possíveis características do processo de geração da volatilidade. Como será observado, os únicos requisitos para esta metodologia são o parâmetro de suavização, que chamaremos de largura de banda (b), e a densidade dos erros de observação que deverá ser assumida como premissa.

EWMA

A metodologia de decaimento exponencial é largamente utilizada dentro da literatura acadêmica. Tomou destaque após o relatório RiskMetrics do Banco J.P. Morgan em 1995. Foi criada com o intuito de servir como uma medida de controle de risco para os bancos. Atualmente esta metodologia pode ser encontrada em aplicações de instituições financeiras de grande porte e pelo Banco Central do Brasil, para a regulação do sistema financeiro.

Podemos entender esta metodologia através um estimador não viesado utilizado para calcular a variância a partir de uma série histórica que não possui autocorrelação, utilizando-se os m dias mais recentes é descrito da seguinte maneira:

$$h_t^2 = \frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^m (r_{t-i} - \bar{r})^2$$

Onde \bar{r} é a média dos retornos da série para o mesmo intervalo de tempo:

$$\bar{r} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (r_{t-i})$$

Com o intuito de simplificar pode se assumir que a média dos retornos é igual à zero. Como não é possível prever o retorno de uma série em posse de seu histórico, esta premissa não causará grandes impactos. Obtém-se então o seguinte estimador:

$$h_t^2 = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (r_{t-i})^2 = \sum_{i=1}^m \alpha_i (r_{t-i})^2$$

Este estimador aplica pesos (α_i) iguais a todas as m observações utilizadas, ou seja, $\alpha_i = 1/m$ para todo i . No entanto poderíamos aplicar pesos a cada uma destas observações com a limitação que a soma de todos os pesos deve ser igual à unidade:

$$\sum \alpha_i = 1$$

Neste sentido podemos considerar o modelo EWMA como um caso específico da aplicação de pesos no estimador proposto acima. Fazendo com que $\alpha_{i+1} = \lambda \alpha_i$ onde λ é uma constante entre 0 e 1 teremos que as observações mais distantes no tempo possuam peso menor do que as mais recentes. Com esta metodologia, ainda podemos usar todas as informações disponíveis, já que os pesos decrescem com o passar do tempo. Desta maneira podemos escrever que a metodologia EWMA pode ser escrita da seguinte maneira:

$$h_t^2 = \sum_{i=1}^{\infty} \alpha_i (r_{t-i})^2 = \alpha_1 (r_{t-1})^2 + \sum_{i=2}^{\infty} \alpha_i (r_{t-i})^2 = \alpha_1 (r_{t-1})^2 + \lambda h_{t-1}^2$$

Como sabemos que o somatório dos pesos deve ser igual a um, e que os pesos se comportam como uma progressão geométrica de razão λ teremos que:

$$\sum_{i=2}^{\infty} \alpha_i = \frac{\alpha_2}{1-\lambda} = \frac{\lambda \alpha_1}{1-\lambda}$$

E ainda que:

$$\alpha_1 + \sum_{i=2}^{\infty} \alpha_i = 1 \quad \rightarrow \quad \alpha_1 + \frac{\lambda \alpha_1}{1-\lambda} = 1 \quad \rightarrow \quad (1-\lambda)\alpha_1 + \lambda \alpha_1 = 1 - \lambda$$

$$\alpha_1 = 1 - \lambda$$

Então:

$$h_t^2 = \lambda h_{t-1}^2 + (1 - \lambda)r_{t-1}^2$$

Olhando para a equação acima podemos ver que a estimativa da variância para o dia t , h_t^2 , é calculada através da estimativa calculada no dia anterior, h_{t-1}^2 , e pelo retorno mais recente elevado ao quadrado, r_{t-1}^2 . Fica evidente que tal estrutura aplica pesos que decaem exponencialmente quando substituimos nesta fórmula a estimativa de h_{t-1}^2 , obtendo:

$$h_t^2 = \lambda[h_{t-2}^2 + (1 - \lambda)r_{t-2}^2] + (1 - \lambda)r_{t-1}^2$$

$$h_t^2 = (1 - \lambda)(r_{t-1}^2 + \lambda r_{t-2}^2) + \lambda^2 h_{t-2}^2$$

Seguindo com este processo obtemos o seguinte resultado:

$$h_t^2 = (1 - \lambda) \sum_{i=1}^m \lambda^{i-1} r_{t-i}^2 + \lambda^m h_{t-m}^2$$

Para amostras com muitas observações, ou seja, com m muito grande, o termo $\lambda^m h_{t-m}^2$ pode ser desconsiderado por ser muito pequeno. Desta maneira podemos ver que a equação acima seria o equivalente a aplicar pesos onde $\alpha_i = (1 - \lambda)\lambda^{i-1}$, ou seja, o peso de r_i^2 decai à taxa λ conforme esta observação está ultrapassada em relação a mais recente.

No Relatório do J.P. Morgan, sugere-se a utilização de $\lambda = 0,94$. Este valor é ainda hoje utilizado nos cálculos de EWMA no mercado financeiro, e será utilizado para os cálculos referentes a EWMA contidos neste trabalho. De posse da variância, basta tirarmos sua raiz quadrada para obtermos o desvio padrão, ou a volatilidade da série estudada. Para maiores informações desta metodologia, ver Hull (2006).

GARCH(1,1)

Já os modelos da classe GARCH (generalized auto regressive conditional heterocedasticity) incorporam alguns fatos estilizados na estimação da volatilidade. Neste tipo de modelo podemos assumir que a distribuição dos retornos possui caudas pesadas e ainda podemos estabelecer uma relação entre a volatilidade presente e os retornos passados. Dentro desta classe de modelos o mais utilizado é o modelo GARCH (1,1).

O GARCH (1,1) foi proposto primeiramente por Bollerslev em 1986. Este modelo pode ser definido da seguinte maneira:

$$r_t = h_t \varepsilon_t$$

$$h_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 r_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1}^2$$

Onde ε_t são variáveis aleatórias independentemente e identicamente distribuídas com média zero, $\alpha_0 > 0$, $\alpha_1 > 0$ e $\beta_1 > 0$ e ainda $\alpha_1 + \beta_1 < 1$. No caso usual, supomos que ε_t são normais ou seguem uma distribuição t de Student, ou ainda uma distribuição de erro generalizada. Definindo $v_t = r_t^2 - h_t^2$ e substituindo na equação acima, teremos:

$$r_t^2 = \alpha_0 + (\alpha_1 + \beta_1)r_{t-1}^2 + v_t - \beta_1 v_{t-1}$$

Ou seja, temos um modelo ARMA (1,1) para r_t^2 . Note, no entanto, que v_t é uma diferença de martingale no sentido que:

$$E(v_t) = E(r_t^2 - h_t^2) = E(h_t^2 \varepsilon_t^2 - h_t^2) = E(h_t^2)(E(\varepsilon_t^2) - 1) = 0$$

$$E(v_t | \mathcal{F}_{t-1}) = E(r_t^2 | \mathcal{F}_{t-1}) - E(h_t^2 | \mathcal{F}_{t-1}) = h_t^2 - h_t^2 = 0$$

E assumindo que os retornos são estacionários de segunda ordem, ou seja, $E(r_t^2) = E(r_{t-1}^2) = Var(r_t)$ podemos dizer então que:

$$E(r_t^2) = \frac{\alpha_0}{1 - (\alpha_1 + \beta_1)}$$

E em longo prazo a volatilidade convergirá para esta média.

Para os modelos GARCH (1,1) teremos que retornos ou volatilidades grandes precedem volatilidades altas. Os estimadores dos parâmetros deste modelo são obtidos pelo método de máxima verossimilhança condicional. Ainda é importante lembrar, que este modelo assume que a volatilidade é autocorrelacionada, assim como os termos de erro.

Deconvolução por núcleo estimadores

A metodologia aqui proposta foi pouco utilizada em estudos acadêmicos brasileiros. Nosso intuito neste trabalho é utilizar esta prática na descrição do processo de formação de preços buscando separar os efeitos aleatórios de efeitos de sua volatilidade. Para seu completo entendimento é necessário que o leitor possua certa familiaridade com as propriedades das funções características e com o estimador de núcleos (*Kernel Estimator*) para a obtenção de densidades de variáveis. Abordaremos os pontos necessários para o entendimento da metodologia, no entanto caso permaneçam dúvidas Barry James (2009) pode ser uma boa fonte para o estudo de funções características enquanto Silverman (1986) ajudará com o estimador de núcleos. Para melhor compreensão da metodologia aqui proposta, Wand & Jones (1995) pode ser útil, assim como Van Es, Spreij e Van Zantem (2005).

Partiremos da premissa que os retornos são formados através da combinação entre a volatilidade do ativo, h_t , juntamente com um termo de erro, ε_t , conforme abaixo:

$$r_t = h_t \varepsilon_t$$

Onde ε_t é tipicamente um ruído branco e h_t e ε_t são independentes. Elevando ambos os lados da equação acima ao quadrado e tomando o logaritmo de ambos os membros obtemos:

$$\ln(r_t^2) = \ln(h_t^2) + \ln(\varepsilon_t^2)$$

O modelo se propõe a estimar a distribuição de $\ln(h_t^2)$, f , a partir da deconvolução das distribuições de $\ln(r_t^2)$, g , e de $\ln(\varepsilon_t^2)$, k . Sabendo que se trata da soma de duas variáveis aleatórias independentes podemos escrever, em termos de suas funções características, ϕ , que a função característica de f pode ser escrita em termos das funções características de g e de k , conforme abaixo:

$$\phi_g(t) = E e^{it \ln(r_t^2)} = E e^{it [\ln(h_t^2) + \ln(\varepsilon_t^2)]} = E e^{it \ln(h_t^2)} E e^{it \ln(\varepsilon_t^2)} = \phi_f(t) \phi_k(t)$$

$$\phi_f(t) = \frac{\phi_g(t)}{\phi_k(t)}$$

De posse da função característica de f , ϕ_f , podemos obter sua densidade apenas aplicando a inversa de Fourier. O foco então passa a ser a obtenção das funções características de g e de k .

Sabemos que a densidade k , é o logaritmo do quadrado de um ruído branco. Assumindo que o ruído branco possui distribuição normal padrão. Pode-se, através de transformações simples, mostrar que a densidade k será:

$$k(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\frac{1}{2}x} e^{-\frac{1}{2}e^x}$$

De posse da densidade acima podemos então obter sua função característica. De acordo com Van Es, Spreij e Van Zantem (2005), tem-se que:

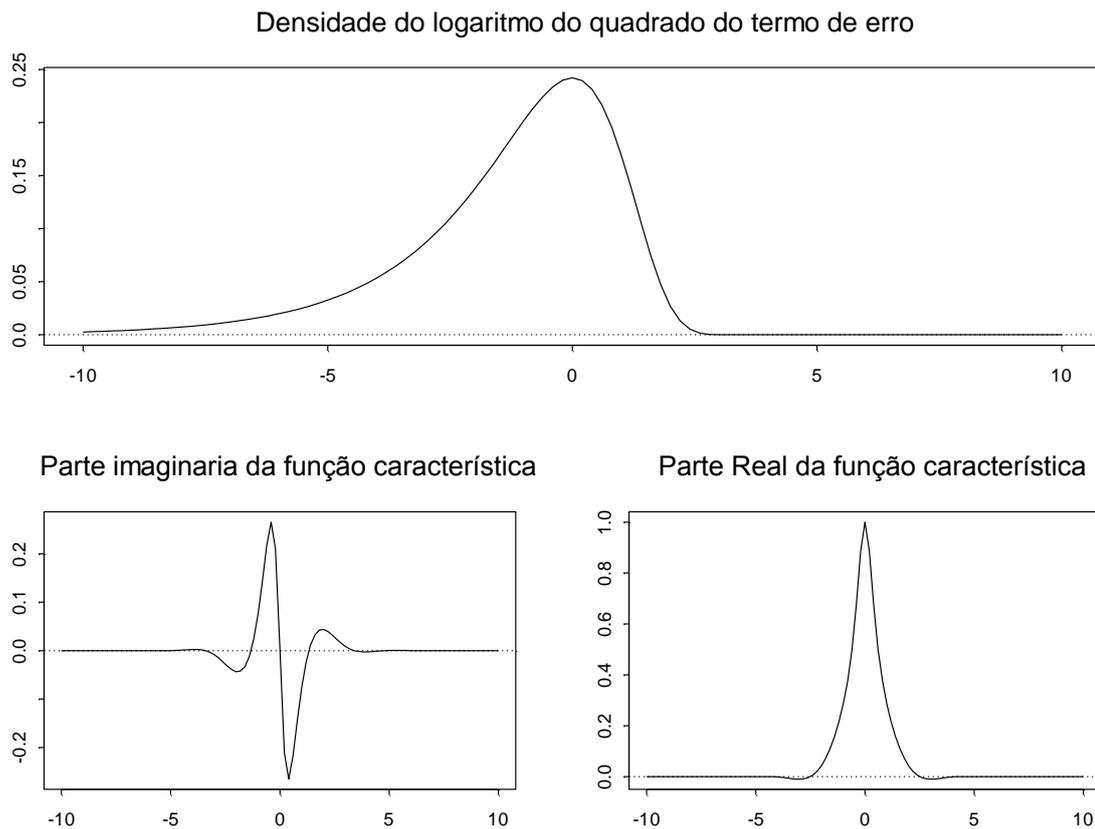
$$\varphi_k(t) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-itx} k(x) dx = \frac{1}{\sqrt{\pi}} 2^{it} \Gamma\left(\frac{1}{2} + it\right)$$

Onde:

$$\Gamma(z) = \int_0^{\infty} t^{z-1} e^{-t} dt$$

Abaixo, na figura 1, mostramos graficamente a densidade de k, e a parte real e

Figura 1



imaginária de sua função característica.

Para obter a densidade de $\ln(r_t^2)$ pode se estimar a função de densidade de probabilidade do quadrado dos log-retornos, utilizando o método de estimação de densidade por núcleo, que consiste em estimar a densidade, g , a partir de observações independentes e identicamente distribuídas de $\ln(r_t^2)$ e a partir desta obtermos a sua função característica. Considerando então $\ln(r_t^2) = X_t$ teremos que:

$$g_n(x) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \frac{1}{b} \omega\left(\frac{x - X_j}{b}\right)$$

Onde, ω é uma função integrável com integral igual a um, chamada função núcleo, e $b > 0$, sendo a largura da banda. Como o estimador por núcleo é uma convolução da

função distribuição empírica dos X_j 's, e da função núcleo redimensionada $\omega_b(x) = \omega(\frac{x}{b})/b$.

Então de posse da função característica de ω , ϕ_ω , podemos obter:

$$\phi_{g_{nb}}(t) = \phi_{\omega_b}(t) \int_{-\infty}^{\infty} e^{itx} dG_n(x) = \phi_\omega(bt) \phi_{emp}(t)$$

Onde:

$$\phi_{emp}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{itx} dG_n(x) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n e^{itX_j}$$

Utilizando o método da deconvolução descrito anteriormente, a estimação da função característica de $\ln(h_t)$ pode ser escrita como:

$$\frac{\phi_\omega(bt) \phi_{emp}(t)}{\phi_k(t)}$$

Aplicando a inversa da transformada de Fourier, na função acima obtemos uma estimativa para a densidade desta variável:

$$f_{nh}(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-itx} \frac{\phi_\omega(bt) \phi_{emp}(t)}{\phi_k(t)} dt$$

A inversão pode ser feita desde que a função objeto seja integrável o que nem sempre é garantido. Para forçar a integrabilidade podemos assumir que ϕ_ω possui suporte limitado.

Note que $f_{nh}(x)$ pode ser reescrito como:

$$\begin{aligned} f_{nh}(x) &= \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\phi_\omega(bt)}{\phi_k(t)} e^{-it(x-X_j)} dt \\ &= \frac{1}{nb} \sum_{j=1}^n \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\phi_\omega(s)}{\phi_k(s/b)} e^{-is(x-X_j)/b} ds \\ &= \frac{1}{nb} \sum_{j=1}^n \omega_b\left(\frac{x-X_j}{b}\right) \end{aligned}$$

Onde

$$\omega_b(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\phi_\omega(s)}{\phi_k(s/b)} e^{-isx} ds$$

Assim é fácil notar que $\omega_b(x)$ e consequentemente $f_{nh}(x)$ tomam apenas valores reais. Basta ver que, tomando o complexo conjugado desta função, obtemos que:

$$\begin{aligned} \overline{\omega_b(x)} &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{itx} \overline{\phi_\omega(t)/\phi_k(t/b)} dt \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-isx} \overline{\phi_\omega(-s)/\phi_k(-s/b)} ds \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-isx} \phi_\omega(s)/\phi_k(s/b) ds = \omega_b(x) \end{aligned}$$

A escolha de ϕ_ω precisa ser feita cuidadosamente. Neste caso em específico, como vimos anteriormente, a função característica do núcleo precisa possuir suporte limitado. Normalmente é utilizado como núcleo uma função Gaussiana, neste caso não se pode adotar este núcleo, por esta não possuir suporte limitado.

Wand (1998) mostra uma escolha baseada no MISE (mean integrated squared error). É demonstrado que a escolha do núcleo gaussiano em casos de deconvolução, impossibilita o cálculo do MISE, já que uma das integrais que o compõe não pode ser calculada. Duas sugestões são propostas em seu artigo, usaremos aqui como exemplo do que fez Van Es, Spreij e Van Zantem (2005), o seguinte núcleo.

$$\omega = \frac{48x(x^2 - 15) \cos x - 144(2x^2 - 5) \sin x}{\pi x^7}$$

E consequentemente a sua função característica:

$$\phi_\omega(t) = (1 - t^2)^3, \quad |t| < 1$$

Como mostrado acima, a função característica do núcleo escolhido para valores em módulo maiores do que um apresenta valores nulos. Pode-se deste modo, simplificar o estimador de densidade através do problema de deconvolução, integrando apenas no intervalo entre -1 e 1.

$$\omega_b(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-1}^1 \frac{\phi_\omega(s)}{\phi_k(s/h)} e^{-isx} ds$$

Isto não só irá reduzir as dificuldades computacionais de integração, como também reduzirá significativamente o tempo de cálculo dos resultados.

Para mais detalhes sobre esta metodologia ver, Wand e Jones (1995) ou Van Es, Spreij e Van Zantem (2005).

3. Simulações

Analisaremos em seguida três diferentes modelos, as simulações aqui apresentadas possuem o intuito de podermos analisar empiricamente a influência do processo de formação dos retornos de uma série no resultado do método não paramétrico proposto. No primeiro deles, o mais simplista, assumiremos que a volatilidade possui uma distribuição unimodal, com assimetria em relação a sua moda. No segundo introduzimos, em pequeno grau, bimodalidade a volatilidade, através da composição de duas distribuições iguais ao da primeira simulação, sendo uma destas acrescida a uma constante e cada uma possuirá a mesma probabilidade de ocorrer. E por fim, introduziremos uma simulação de um GARCH, que foi utilizada para exemplificar os retornos das ações da Petrobrás no artigo de Galdi e Pereira (2007).

A principal preocupação nestas simulações é comparar os resultados da deconvolução por núcleo, com a densidade da volatilidade imposta em cada modelo. Para comparar os resultados, será apresentada juntamente com cada simulação, a densidade teórica estimada através de um estimador de núcleo clássico (ou seja, baseado no processo de formação da volatilidade, com núcleo gaussiano). A linha cheia dos gráficos será a referência para comparação citada anteriormente, enquanto os pontos representarão os resultados, ponto a ponto, do estimador obtido através da deconvolução por núcleo dos retornos.

Ainda é necessário lembrar que, conforme mostrado no capítulo anterior, estaremos sempre trabalhando com o logaritmo do quadrado da volatilidade quando tratarmos dos resultados da deconvolução por núcleo. Por este motivo, aplicaremos a mesma transformação na densidade proposta para a comparação dos resultados.

A principal dificuldade na utilização da deconvolução por núcleo é a escolha da largura de banda. Apresentaremos para cada processo simulado, diferentes valores para esta

quantidade. Espera-se que valores grandes para esta, suavizem demasiadamente a densidade, eliminando características importantes da densidade de probabilidade da volatilidade. Neste caso, valores onde a densidade assume os valores mais elevados podem ser subestimados, não sendo mostrados com a sua importância apropriada. Por outro lado, valores pequenos, podem fazer com que os resultados fiquem viesados pela amostra, fazendo com que pontos com baixa probabilidade de ocorrer possuam grande peso no resultado apresentado. Posto isso, quanto maior a amostra menor deverá ser a largura de banda para obtermos resultados suficientemente suavizados. No entanto, fica claro na primeira simulação que a influência do tamanho da amostra é pequena, trazendo resultados bem próximos para tamanhos de amostra distintos. Além disso, o custo computacional de trabalhar com grandes amostras é bastante elevado. Deste modo pode-se optar por priorizar as informações mais recentes e usar uma amostra menor com uma largura de banda mais elevada, do que usar a amostra inteira com uma largura de banda menor.

Passamos então a apresentar o primeiro grupo de simulações. Assumindo que a volatilidade possui uma distribuição unimodal, e sabendo que a volatilidade deve ser sempre positiva, utilizamos para simulá-la a densidade de uma distribuição chi-quadrado com um grau de liberdade. Para concentrarmos os possíveis valores pretendidos, multiplicamos o resultado da simulação por uma pequena constante (0,02). Após a definição dos valores simulados da volatilidade simulamos uma normal com média zero e desvio padrão igual a um, para emularmos o termo de ruído branco. Por fim, ficamos com o seguinte processo para os log-retornos, X_t .

$$X_t = \sigma_t \varepsilon_t$$

Onde:

$$\varepsilon_t \sim N(0,1)$$

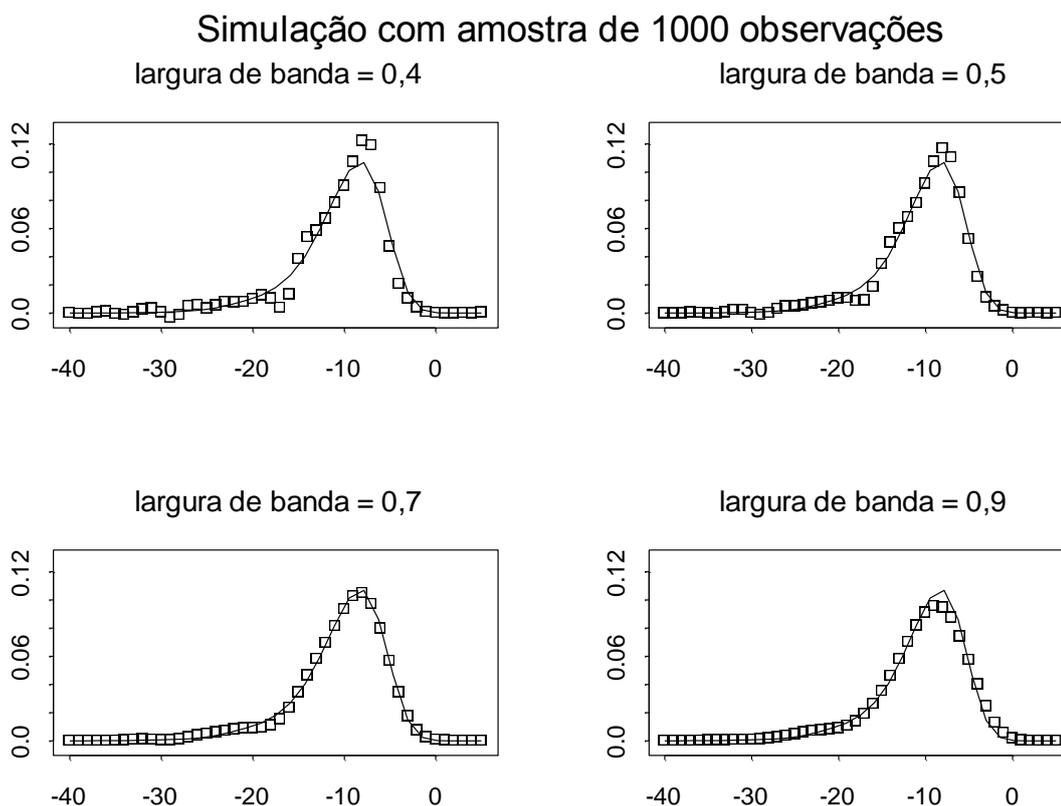
$$\sigma_t \sim \chi_1^2 * 0,02$$

Neste caso controlado, podemos definir a densidade de comparação, apenas estimando a densidade através da amostra de σ_t através da metodologia de núcleo. Considerando X_t como os log retornos, obtemos a densidade através da deconvolução por núcleo.

Inicialmente, utilizamos uma amostra com 1.000 observações. Quatro larguras de banda foram escolhidas para ser representada em cada gráfico. Os resultados obtidos são apresentados na figura 2 abaixo.

Na primeira delas (largura de banda igual a 0,4) podemos ver que na cauda inferior os resultados superestimam alguns pontos. Além disso, vemos que os pontos de maior onde a densidade assume valores mais elevados estão superestimados, levando a probabilidades mais altas do que o esperado. Ainda é possível observar uma pequena relevância dos pontos próximos a -18, onde observamos uma diferença mais acentuada entre os pontos obtidos através da deconvolução por núcleo e da densidade de comparação, podendo esta ser provocada pela amostra simulada.

Figura 2



Aumentando a largura de banda para 0,5 notamos que as características assintóticas se mostram mais presentes, mas ainda ocorrem os outros problemas destacados na simulação anterior. Os valores de maior altos para densidade ainda estão supervalorizados, e ainda é possível observar a diferença entre as duas densidades perto de -18, embora estas

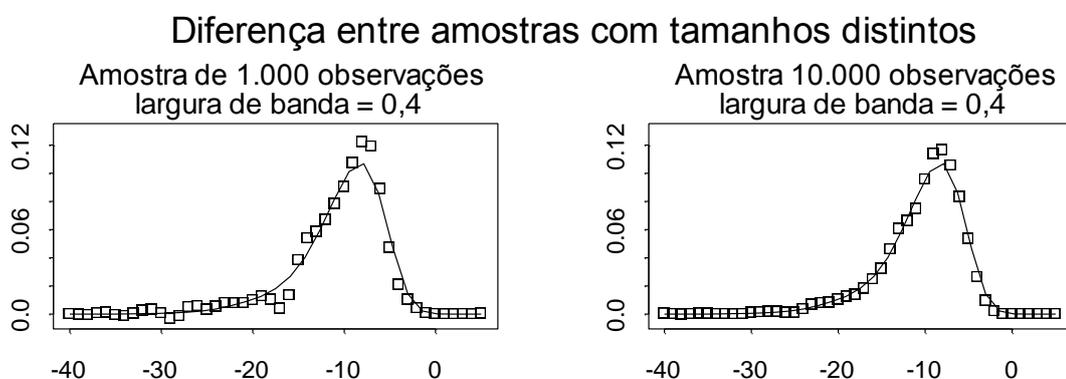
diferenças se apresentem com maior suavidade. Vale frisar que a diferença de 0,10 na largura de banda, já amenizou alguns problemas apresentados.

Utilizando 0,7 como largura de banda parece que obtemos o melhor resultado dos quatro apresentados. Ainda pode-se ver uma pequena diferença próxima a -18, mais se consegue encontrar de forma satisfatória, a densidade dos pontos de maior valor.

Para apresentar um exemplo onde a largura de banda foi escolhida de maneira demasiadamente grande apresenta-se a última simulação com largura de banda igual a 0,9. Neste consegue-se pontos mais coerentes nas caudas da densidade, no entanto, subestimamos os pontos onde a densidade assume valores elevados.

Conforme citamos no início deste capítulo, simular com amostra maiores possui um alto custo computacional. A deconvolução por núcleo para cada simulação com 10.000 observações demora demasiadamente, e em muitos casos extrapola a capacidade de memória do computador utilizado, levando ao travamento do sistema operacional. Como podemos ver a seguir, a simulação com largura de banda igual a 0,4 para este processo ainda se mostrou ineficiente. Mesmo que seja possível, com maiores amostras, reduzir a importância de pontos extremos (pela sua participação menor na média da amostra) obtendo resultados mais suaves com larguras de banda mais modestas, ainda observa-se divergências próximas às áreas de onde a densidade assume valores mais elevados. Para ilustrar este caso veja a comparação entre as duas simulações abaixo (figura 3). Ambas mostram as estimativas com a mesma largura de banda igual a 0,4 sendo que no primeiro deles foi utilizada uma amostra com 1.000 e na segunda foi utilizada uma amostra com 10.000 observações.

Figura 3



No primeiro gráfico, como mostrado anteriormente, encontramos pontos bem distantes da curva de comparação ao longo de toda a região estudada. No entanto quando utilizamos a mesma largura de banda para uma amostra maior, os resultados se mostram mais próximos da curva de comparação apesar de ainda possuírem pontos discrepantes.

No segundo grupo processo de geração de simulação, mudou-se apenas o modo de obtenção da volatilidade. Neste caso σ_t é composta por duas chi-quadrados com 1 grau de liberdade, ambas multiplicadas por 0,02, sendo uma delas deslocada através da soma de uma constante. Cada uma destas parcelas é representada por probabilidades iguais na amostra simulada, o que é feito através do auxílio de uma amostra simulada com a distribuição de uma binomial com probabilidade 0,5 e uma tentativa, A. Fica-se então com o seguinte processo para a volatilidade:

$$\sigma_t \sim A * \sigma_{1t} + (1 - A) * \sigma_{2t}$$

Onde:

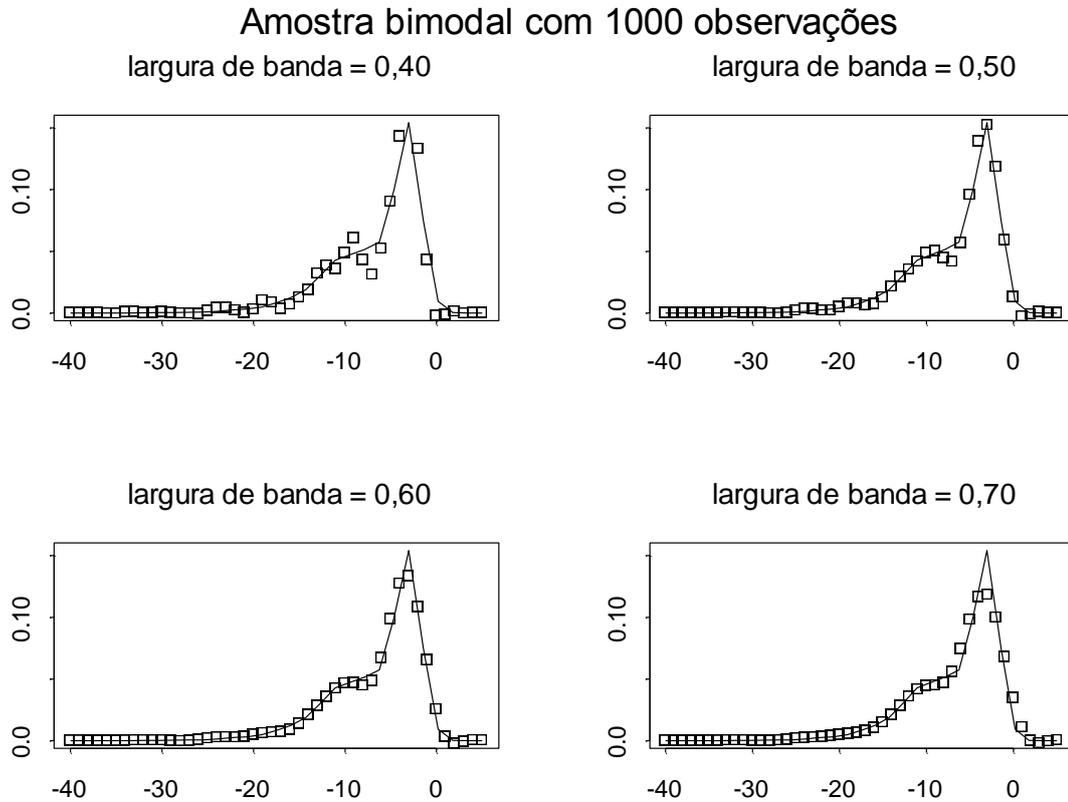
$$A \sim B(1; 0,5)$$

$$\sigma_{1t} \sim \chi_1^2 * 0,02$$

$$\sigma_{2t} \sim \chi_1^2 * 0,02 + 0,2$$

Pode-se observar que no caso bimodal, os resultados são mais sensíveis à largura de banda. Na figura 4 são apresentados os resultados obtidos para largura de banda entre 0,4 e 0,7. No caso anterior, foi mostrado que para a largura de banda 0,4 e 0,5, visivelmente apresentavam sinais de que a largura de banda era pequena, pois percebíamos muitas distorções ao longo de toda área do gráfico. O mesmo volta a ocorrer neste cenário, no entanto a diferença entre estes dois cenários se torna muito mais claro. Enquanto para largura de banda igual a 0,4 observamos muitos pontos discrepantes em relação à curva de comparação, para largura de banda igual a 0,5 vê-se uma maior equivalência entre os resultados e a curva de comparação, embora alguns pontos apresentem ainda pequenas diferenças. Já para largura de banda igual a 0,6 observa-se que quase todos os pontos obtidos através da deconvolução por núcleo estão bem próximos a curva de comparação, embora neste caso seja possível notar que o ponto com maior densidade está abaixo do esperado. Isto pode indicar que a largura de banda mais eficiente se encontra entre 0,5 e 0,6. Mais uma vez, apenas para comparação, são apresentados os resultados para largura de banda igual a 0,7. Vê-se maior similaridade com a densidade de comparação nas caudas e subvalorização dos

Figura 4



pontos de densidade elevada, como se esperava acontecer quando a largura da densidade escolhida é maior do que a largura eficiente.

Fazendo uma análise crítica entre os dois processos de obtenção das amostras. Vemos que a distância entre larguras de banda caracterizadas por serem pequenas e aquelas exageradamente grandes são maiores no primeiro caso do que no segundo. Caso esta distância seja muito grande pode ser mais difícil encontrar a largura de banda mais próxima da eficiente, principalmente quando não possuímos uma curva de comparação, como no caso prático. Por outro lado, quando esta diferença é pequena, é preciso rodar um maior número de simulações variando a largura de banda, o que torna o processo de obtenção mais demorado, principalmente quando trabalhamos com amostras grandes.

Por fim, serão apresentados os resultados obtidos quando geramos um processo GARCH(1,1) a semelhança do que foi usado para descrever os retornos das ações preferenciais de Petrobrás em Galdi e Pereira (2007). Neste artigo, os autores utilizaram dados diários para o período entre 02/01/1995 a 12/01/2006, totalizando 2729 observações. Adotou-

se que os retornos, y_t , foram formados através de um AR(1) e a volatilidade seguia um GARCH(1,1).

De maneira semelhante, simulamos uma amostra de 1.000 observações através de um modelo GARCH conforme a seguir:

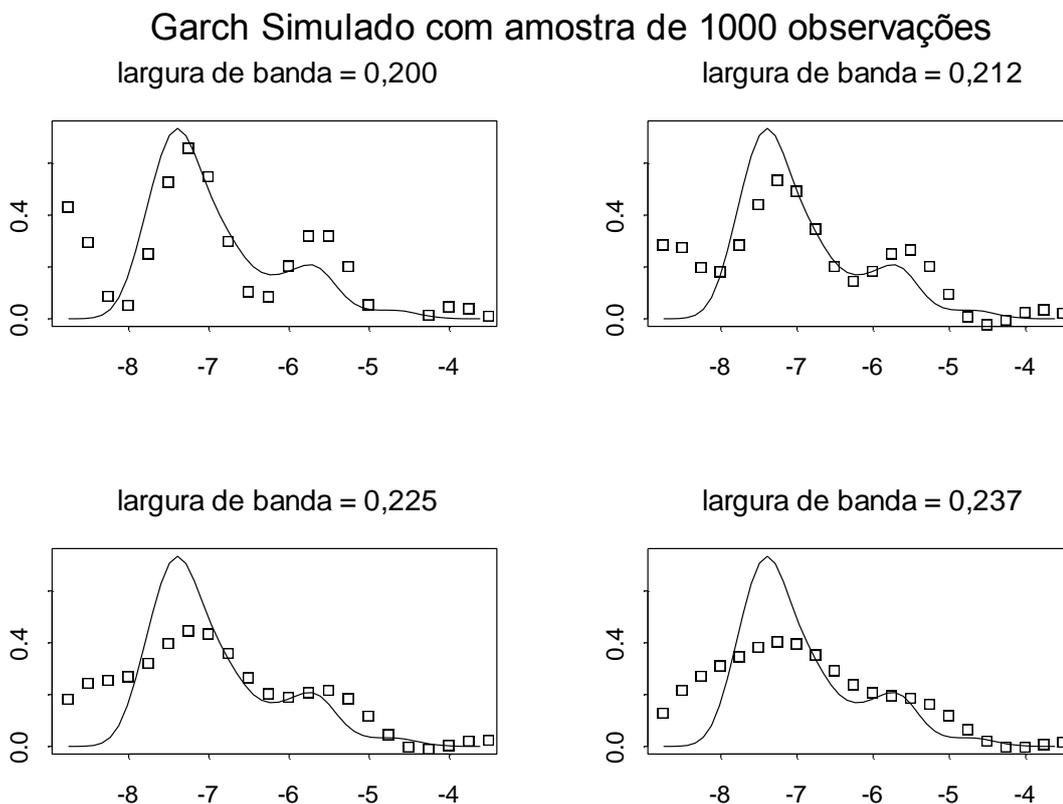
$$y_t = 0,13y_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$h_t = 0,00003 + 0,14 \varepsilon_{t-1}^2 + 0,83h_{t-1}$$

Os resultados são mostrados logo abaixo (figura 5), para as larguras de banda 0,200, 0,212, 0,225 e 0,237 respectivamente. Neste caso a densidade de comparação foi obtida através da utilização do estimador de densidade por núcleo, nos resultados simulados para a volatilidade dos retornos, depois de executada as transformações necessárias. Mais uma vez só é possível obtermos uma densidade de comparação por tratarmos de uma simulação controlada. No caso empírico, onde a volatilidade não é observável não há uma maneira de se obter um parâmetro de comparação como este.

Claramente é possível observar que mesmo com larguras de banda muito próximas os resultados se mostram bastantes discrepantes em relação à densidade de

Figura 5



comparação. Além disso, para valores no eixo horizontal menor do que -8 os resultados obtidos através da deconvolução por núcleo apresentam um aumento significativo dos valores da densidade, o que de fato não ocorre quando confrontamos com a densidade de comparação.

É possível que neste cenário, seja necessário adaptar a metodologia não paramétrica aqui proposta, pela deconvolução por núcleo, de modo a incorporar defasagens da volatilidade. No entanto esta abordagem escapa do propósito deste trabalho, sendo de grande valia possíveis futuras pesquisas sobre este caso.

Na verdade o modelo não paramétrico apresentado aqui, nos trás bastante informação sobre a densidade da volatilidade. Podemos observar no primeiro caso todas as características da distribuição, como sua distribuição unimodal e assimétrica. Ainda no segundo caso conseguimos notar a presença de bimodalidade claramente, mesmo que a tenhamos introduzido de maneira muito sutil na distribuição, ou seja, os pontos de máximo local da densidade foram introduzidos propositalmente próximos. Até mesmo no caso da amostra simulada através do GARCH(1,1) pode-se observar o comportamento da densidade da volatilidade. Ficando claro que esta possui mais de uma moda, o que indica a presença de clusters de volatilidade, conforme se espera de um processo GARCH. Embora não seja possível no caso prático obter com precisão a densidade da volatilidade, pela insuficiência de informação sobre o parâmetro de suavização, largura de banda, ainda sim é possível colher informações relevantes sobre a densidade da volatilidade.

4. Desenvolvimento

A demanda doméstica por energia elétrica é suprida principalmente por hidrelétricas. Mesmo que outras matrizes como a energia nuclear, energia termelétrica ou até mesmo a energia eólica tenham seu papel na produção, mais de 80% da energia hoje produzida vem das diversas hidrelétricas espalhadas pelo país. A geografia brasileira favorece a construção das barragens, já que existem muitos rios com grande volume de água em regiões de relevo acidentado, onde as barragens podem ser construídas minimizando os impactos ambientais quando comparadas a regiões mais planas.

Além de ser renovável e não poluente, a energia elétrica gerada nas hidrelétricas é conhecida por possuir baixo custo de produção. O custo de manutenção de uma hidrelétrica é bastante pequeno quando comparado com o investimento inicial de construção das barragens. A grande preocupação de uma hidrelétrica em termos de produção é o seu insumo. Para

produzir energia é preciso que o nível de água da barragem não seja muito reduzido, respeitando um limite mínimo. Em períodos de estiagem de chuvas, é preciso restabelecer os reservatórios de aquíferos para retomar a produção de energia da hidrelétrica. Nestes períodos é necessário recorrer a fontes alternativas de energia.

Nos dois últimos anos do governo Fernando Henrique Cardoso, entre 1º de Julho de 2001 a 27 de Setembro de 2002, ocorreu o episódio mais crítico da economia brasileira em relação à situação energética. A combinação da forte dependência da matriz hidrelétrica atrelada a uma atípica escassez de chuvas, a falta de planejamento e investimentos no setor ameaçou comprometer o fornecimento contínuo de energia elétrica em todo o país. Na época levantou-se a possibilidade de realizar cortes forçados do fornecimento de energia, chamados pela mídia de “apagão” que batizou este período como a crise do apagão. Graças a um programa voluntário de racionamento, os cortes forçados não foram necessários. Embora o problema tenha sido superado, ficou claro que a matriz energética do país precisava ser mais bem planejada e que era preciso aumentar os investimentos no setor, o que tem sido feito até então com sucesso.

A energia elétrica no Brasil é negociada através de dois modelos básicos que podem ser separados entre negociações de longo prazo e negociações de curto prazo. O modelo mais utilizado é o modelo de longo prazo, onde as negociações ocorrem através de leilões. As distribuidoras declaram à Câmara de Comercialização da Energia Elétrica (CCEE) a previsão de consumo de energia para o seu mercado. Geradoras são selecionadas através de um leilão onde a oferta vencedora é aquela que apresentar a menor tarifa por Megawatt hora.

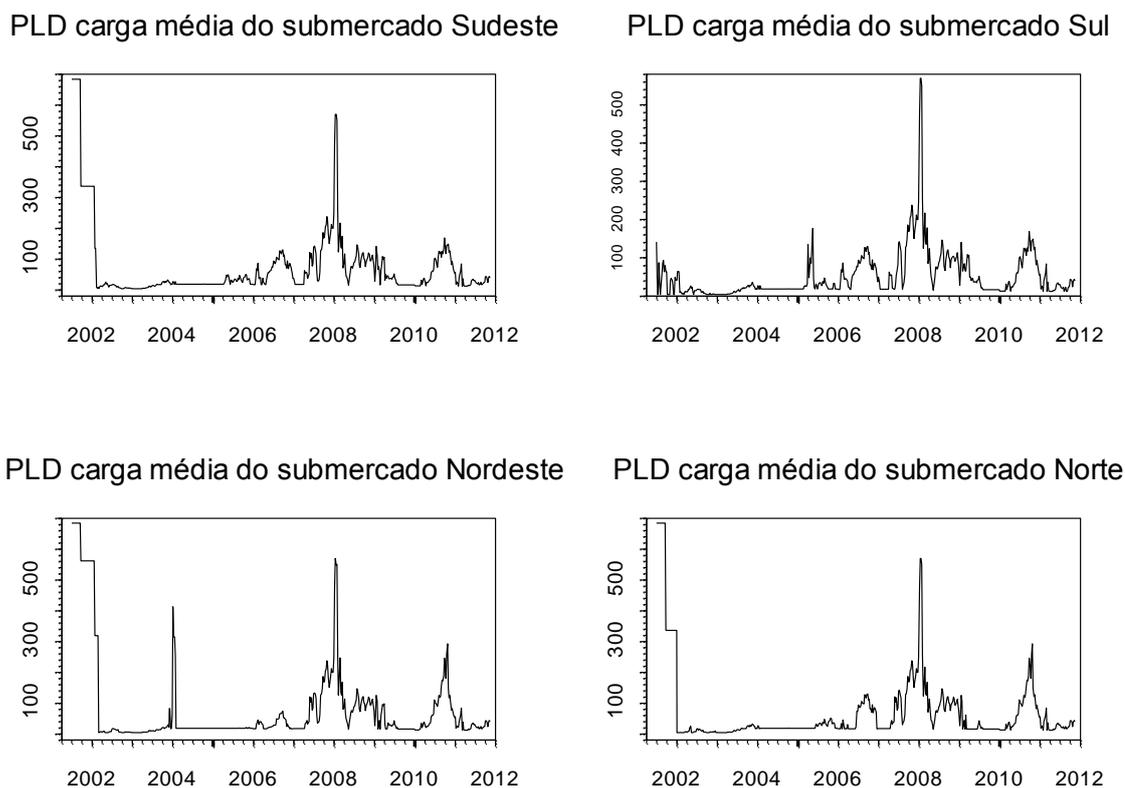
Pode ocorrer, porém, de haver diferenças entre a energia produzida e a energia consumida. Estas diferenças, positivas ou negativas, devem ser liquidadas no mercado de curto prazo. Neste caso a liquidação deverá ocorrer através do Preço de Liquidação das Diferenças ou PLD. Este é calculado levando-se em consideração os dados obtidos pelo ONS para a otimização da operação do Sistema Interligado Nacional. Modelos matemáticos são utilizados para se alcançar o equilíbrio entre o uso presente da água e o seu armazenamento para utilização futura, medidos em termos da economia dos combustíveis usados nas usinas termelétricas.

Quando a fonte hidroelétrica é utilizada em sua capacidade máxima, obtêm-se custos extremamente baixos, pois minimiza a utilização dos combustíveis fósseis. No entanto, esta política acarreta em maiores riscos de déficits futuros de energia, uma vez que

compromete o nível dos reservatórios de água. Por sua vez, a manutenção de elevados níveis dos reservatórios implica na utilização de fontes outras, que não a hidroelétrica, elevando o preço da eletricidade no curto prazo.

Diversos fatores influem na precificação da energia elétrica. Dentre eles destacam-se as condições hidrológicas, a demanda por energia, os preços dos combustíveis das usinas termelétricas, o custo de déficit energético e a maturação de novos investimentos além da disponibilidade de equipamentos de geração e transmissão. Os fatores destacados são levados em consideração para obter a geração ótima para o período em estudo, definindo a parcela produzida através de hidroelétricas e a parcela produzida pelas demais fontes de

Figura 6



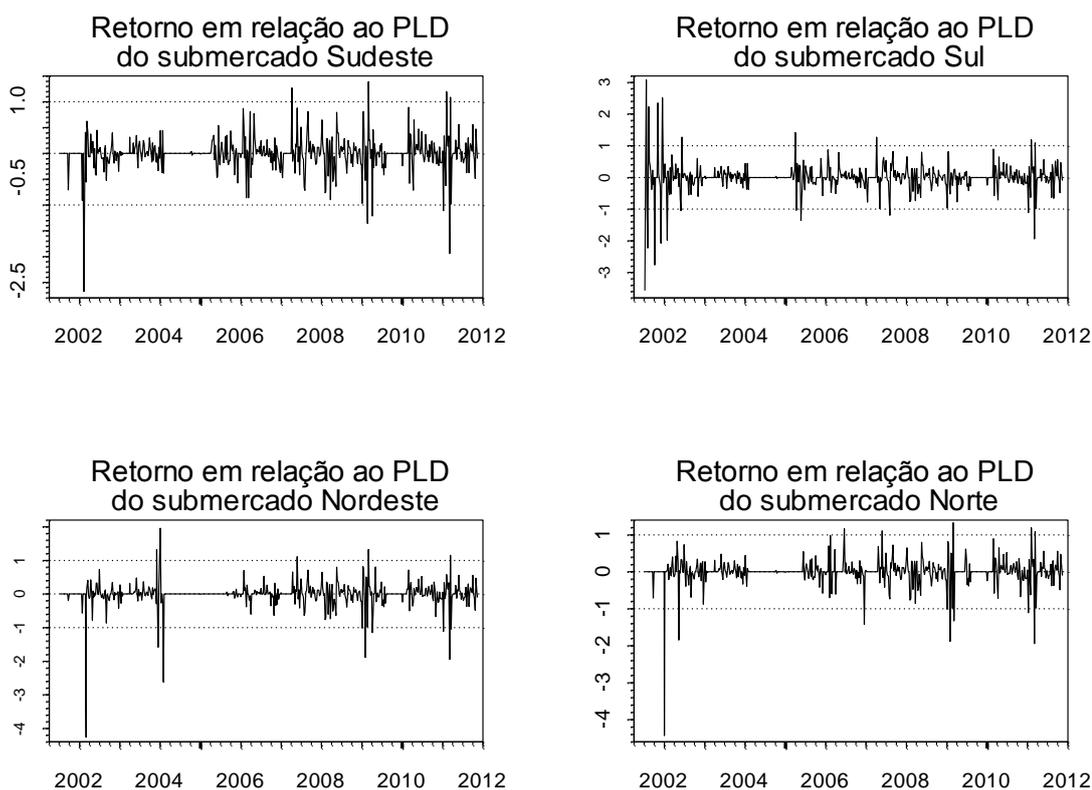
energia para cada submercado. Como resultado deste processo, são obtidos os Custos Marginais de operação (CMO) para cada patamar de carga e para cada submercado.

Através dos modelos NEWAVE e DECOMP obtêm-se o PLD. É importante lembrar, que existe um limite mínimo e máximo para os preços que são impostos através de resoluções da reguladora.

Na figura 6 são mostrados os preços para carga média da primeira semana de julho até a terceira semana de novembro de 2011, separados por submercados. Ao todo são apresentadas 546 observações semanais para cada um. Podemos ver no início da série os altos preços praticados durante a crise do apagão. Pode se notar também muitos períodos onde o PLD permanece muito próximo do seu limite inferior de variação. Ainda algumas vezes ao longo da série é possível ver os preços subindo rapidamente e voltando ao patamar anterior, na mesma velocidade. O evento mais marcante aconteceu no final do ano 2007 e teve maior cotação de preços em janeiro de 2008 quando voltou a para níveis baixos. É importante frisar que ao longo de todas as séries observamos que o PLD apresenta períodos onde não variou, igualando o preço de negociação a tarifa mínima estipulada pela ONS. Ainda é possível notar a semelhança entre os preços nos quatro submercados. Apesar de seus preços serem calculados separadamente, parece haver uma relação entre eles.

Por outro lado, quando olhamos os retornos semanais de cada submercado, apresentado na figura 7, fica claro que existem diferenças no comportamento da volatilidade entre estes. O início da série no submercado sul é mais oscilante do que o nos demais. Ao analisar as outras séries as ocorrências de grandes variações nos preços normalmente aparecem isoladamente, e muitas vezes em momentos diferentes para cada submercado.

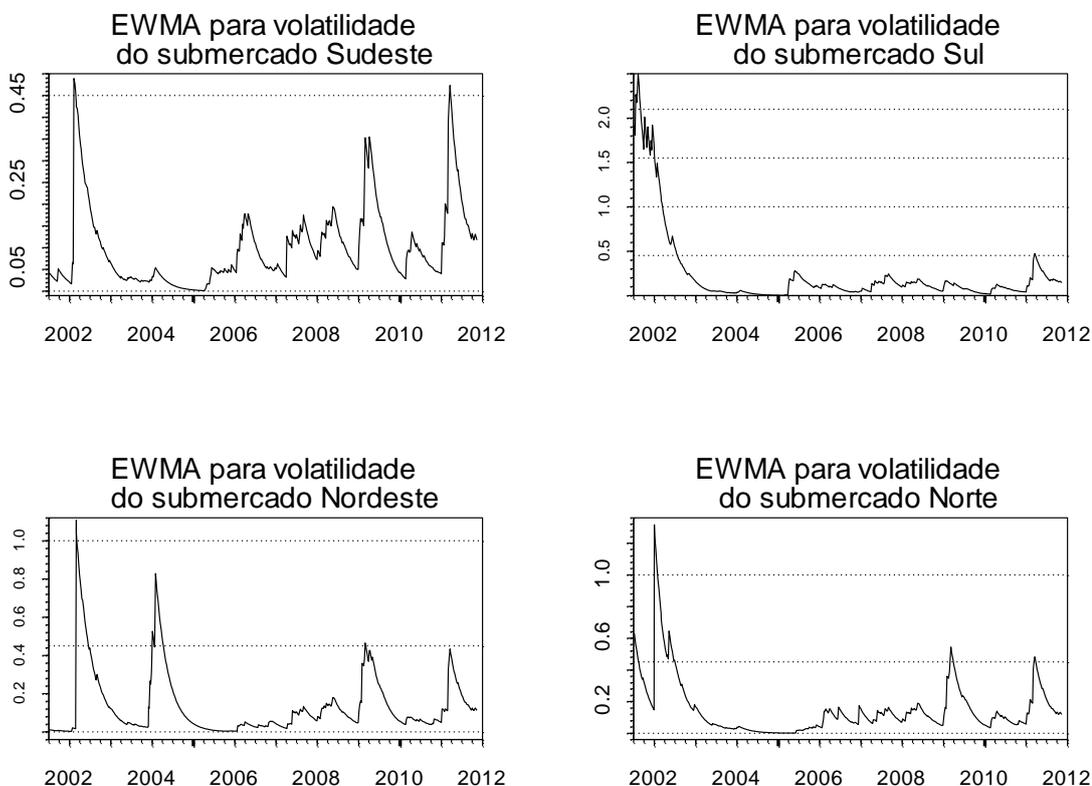
Figura 7



Para uma análise inicial da volatilidade, serão apresentados os resultados encontrados quando se estima esta através do modelo EWMA para cada submercado. Em seguida volta-se atenção para os resultados obtidos através de um modelo GARCH(1,1). Por último é mostrado a densidade da volatilidade em cada submercado, vista pela deconvolução por núcleo através de diferentes larguras de banda. O intuito é observar as características dos resultados de cada submercado e confrontá-los, extraindo comparações não só entre estes como também entre metodologias diferentes.

Voltando a atenção para os resultados obtidos através da metodologia EWMA, apresentados na figura 8 (abaixo), encontra-se como seria esperado que o início da série para o submercado Sul apresentasse níveis elevadíssimos de volatilidade quando comparados aos demais. O sudeste foi o que apresentou menores níveis de volatilidade, ficando em toda a série abaixo de 45% de volatilidade para níveis semanais, sendo a exceção no final da crise do apagão e no início de 2011. Já para os submercados nordeste e norte, vemos um comportamento bem parecido para as volatilidades apresentadas por esta metodologia de

Figura 8

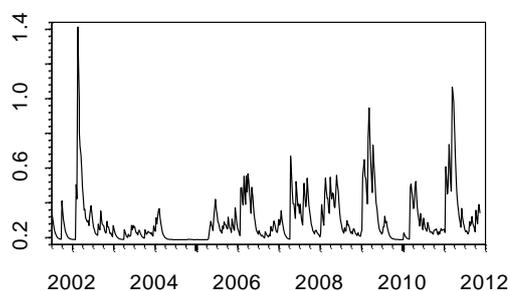


cálculo. A única diferença entre esses reside próximo ao início do ano 2004 onde há um pico de volatilidade no submercado nordeste que não é observado no norte.

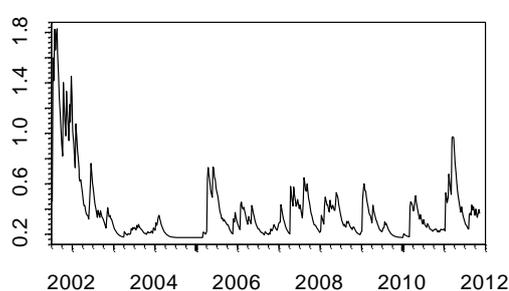
O início de 2011 marcou todos os submercados com níveis mais altos de volatilidade. Provocado provavelmente pela estiagem atípica experimentada neste período. Mas de maneira geral percebemos que a volatilidade semanal não ultrapassa na maioria dos casos o nível de 25%.

Figura 9

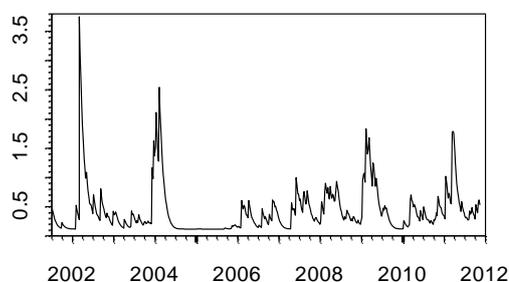
GARCH(1,1) para o submercado Sudeste



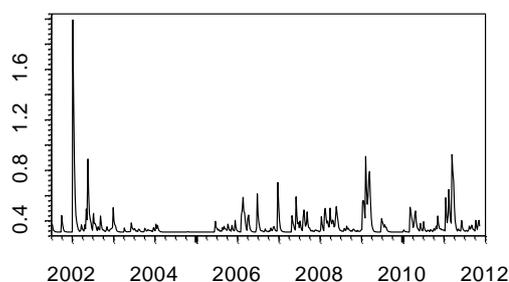
GARCH(1,1) para o submercado Sul



GARCH(1,1) para o submercado Nordeste



GARCH(1,1) para o submercado Norte



Através desta metodologia, não é possível identificar mudanças significativas no patamar de volatilidade para diferentes períodos, já que os picos de volatilidade são seguidos de reduções rápidas em seu nível. Isto pode ser explicado, como foi destacado anteriormente, pela presença de choques acentuados que tendem a demorar a se dissipar, dado a sua participação na média ser grande para períodos próximos a este.

Dado este cenário os resultados obtidos através do GARCH, conseguem isolar mais facilmente estes choques, mostrando a participação de grandes alterações dos retornos na

obtenção da volatilidade. Os resultados a seguir nos apresentam uma realidade bastante diferente quando comparados aos resultados retratados pela metodologia EWMA.

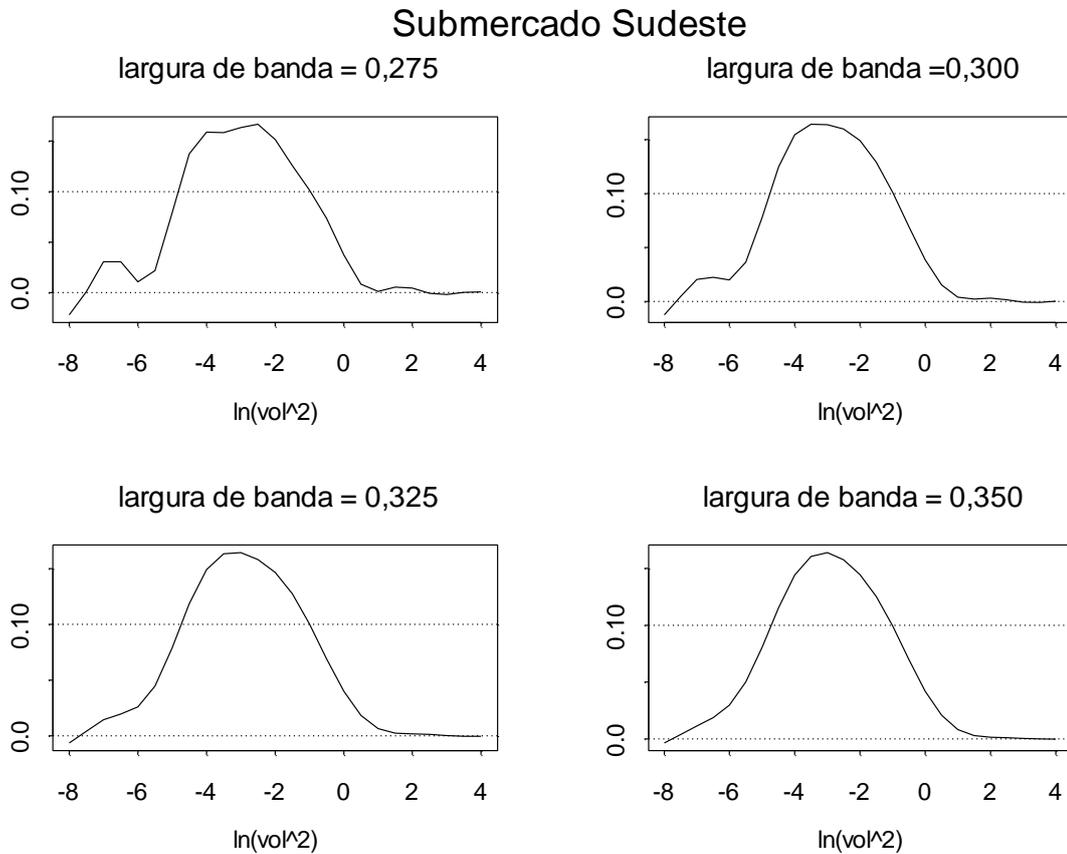
O submercado sul, continua mostrando distorções bastante acentuadas para o início da série. No entanto, o submercado nordeste se mostra muito mais volátil do que os demais, fato que não se repetiu quando analisamos os resultados obtidos através do EWMA. Mais uma vez, apenas este submercado apresenta níveis mais elevados de volatilidade no período de 2004 e todos os submercados apresentam volatilidades mais altas no início de 2011, apesar desta alteração não ser muito superior às registradas nos demais períodos da série. Outra característica geral reside no nível de volatilidade extremamente baixo, observado entre meados de 2004 ao início de 2005. Neste período, os submercados não apresentaram choques de volatilidade, se mostrando praticamente igual à de longo prazo de cada submercado. Ainda, em todos os submercados a saída da crise do apagão, em 2002, foi o período onde a volatilidade alcançou maiores níveis.

Os resultados obtidos através de GARCH(1,1) mostraram maiores níveis na media de volatilidade do que EWMA, e ainda que cada submercado possua níveis diferentes de volatilidade e de influência de choques curtos desta. Fica claro que existem diferenças entre cada submercado, mas se encontra difícil a percepção de suas nuances vendo apenas para as análises expostas anteriormente.

A metodologia não paramétrica proposta pela deconvolução por núcleo tem por objetivo principal mostrar a diferença no comportamento da volatilidade para cada submercado. A maior dificuldade reside na escolha apropriada da largura de banda para cada submercado. Apresentaremos para cada um destes quatro larguras de banda, escolhidas de maneira que uma delas mostre resultados pouco suavizados, duas tragam valores intermediários, uma ultima com valor maior, de modo que a suavização da densidade seja maior do que a ideal. De maneira que através destas análises não se exponha a exata densidade da volatilidade, mas levantam-se possíveis semelhanças e diferenças entre os diferentes submercados.

É importante lembrar que a análise proposta pela deconvolução traz valores para a densidade de pontos específicos, mesmo sabendo que a densidade é uma função contínua. Os gráficos apresentados mostram as linhas obtidas pela interpolação destes pontos. Também se faz necessário o esclarecimento inicial dos resultados apresentados, que mostram a densidade do logaritmo do quadrado da volatilidade.

Figura 10



Apesar dos pontos destacados no paragrafo anterior, obtemos resultados importantes quanto à presença de assimetria na densidade da volatilidade e de clusters de volatilidade para os diferentes submercados, representados pela presença de mais de um máximo local por gráfico.

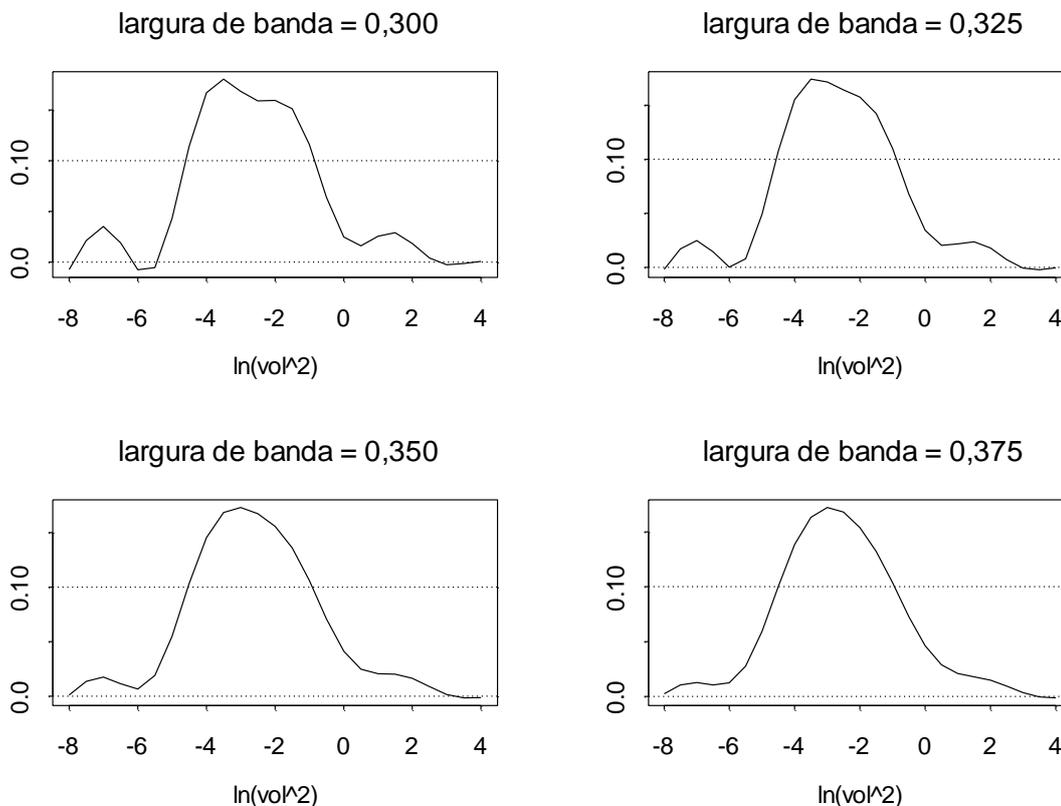
Na figura 10 apresentam-se os resultados para o submercado sudeste, utilizando as larguras de banda igual a 0,275, 0,300, 0,325 e 0,350 respectivamente. Destacando-se a diferença de apenas 0,075 entre a menor e a maior largura de banda utilizada, o que oferece grande precisão nos resultados apresentados. Os valores do eixo horizontal maiores do que 0 possuem valores baixos para densidade, destacando que as altíssimas volatilidades observadas na crise do apagão foram pouco relevantes na obtenção da volatilidade deste submercado, sendo interpretados pela metodologia como observações pouco recorrentes, como de fato se observou.

Os maiores valores da densidade se concentram entre -2 e -4 o que representa níveis médios de volatilidade não muito elevados. Especialmente para as larguras de banda 0,275 e 0,300 observa-se a presença de uma pequena elevação da densidade entre -8 e -6. Ao visualizar as larguras de banda 0,325 e 0,350, mostra-se nesta área características mais semelhantes com resto da curva, porém, ainda fazendo com que a cauda inferior seja mais densa do que a superior em termos de probabilidade.

O submercado sudeste apresenta níveis de volatilidade concentrados e bem distribuídos ao longo de sua densidade. Os períodos de baixa volatilidade possuem uma pequena relevância com a ressalva de que estes não são tão influentes em sua caracterização. Certamente os níveis mais elevados de volatilidade em períodos de crise, passam como choques aleatórios de curto prazo e pouco influem no processo de volatilidade deste submercado.

Figura 11

Submercado Sul

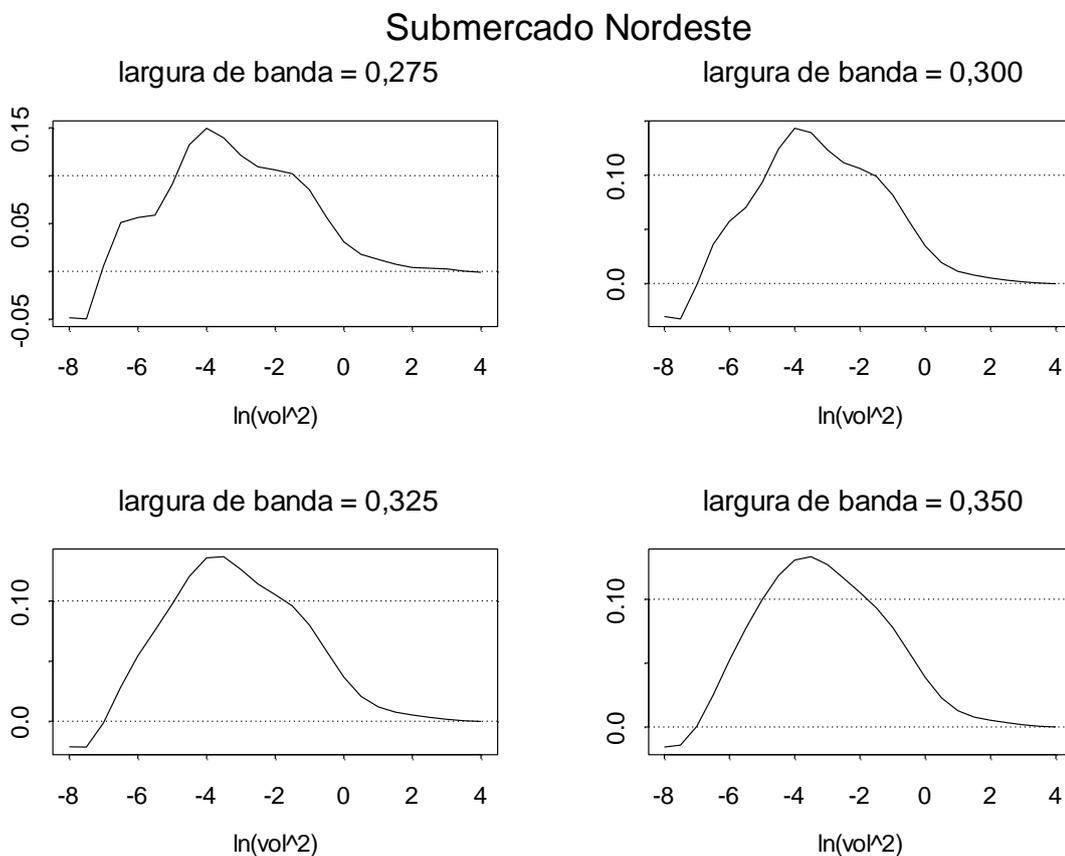


Para o submercado sul, apresenta-se os resultados obtidos com a mesma largura de banda utilizados para o submercado sudeste. No entanto os resultados obtidos possuem características bastante diferentes e são apresentados na figura abaixo.

Neste caso, os níveis de alta volatilidade apresentaram uma significativa importância na formação da densidade. Vemos uma pequena elevação da densidade acima de 0 até aproximadamente 2. Os impactos da crise do apagão se encontram presentes na densidade da volatilidade. Nos restantes, a densidade apresenta características semelhantes com a obtida no submercado sudeste. Os maiores valores da densidade concentrados entre -4 e -2 no eixo horizontal e a pequena elevação para níveis abaixo de -6. Indicando que a maior parte da amostra possui níveis médios de volatilidade concentrados e que mesmo os níveis extremamente baixos de volatilidade possuem sua pequena participação no processo de formação dos retornos.

De acordo com as semelhanças nas características das séries de preço, como destacado anteriormente, a volatilidade destes dois submercados se comportam de maneira

Figura 12



diferenciada no período. Talvez os impactos da crise do apagão aumentem a cauda superior de densidade do submercado sul, mas tirando este fato as densidades são bastante parecidas.

Os resultados no submercado nordeste, apresentados abaixo, possuem outro cenário. As larguras de banda utilizadas mantem-se as mesmas, mas os resultados obtidos são menos concentrados do que nos submercados anteriores. Embora GARCH tenha maiores níveis de volatilidade para este submercado, vemos que é pouco significativo os valores da densidade para pontos acima de 0 no eixo horizontal.

Por outro lado, há uma maior dispersão da área onde a densidade possui valores elevados, se estendendo de -7 a 0. Destaca-se uma maior falta de padrão para a volatilidade, como é apresentada nos casos anteriores. Ao analisar para os resultados obtidos com largura de banda igual a 0,275, fica claro que existem três padrões de volatilidade. No entanto, se observa que a densidade assume valores negativos para valores inferiores a -7 o que indica um possível viés nos resultados obtidos. O aumento de largura de banda mostra que este problema é amenizado, mas ainda persiste, mesmo para largura de banda 0,350 onde a curva apresentada está demasiadamente suavizada.

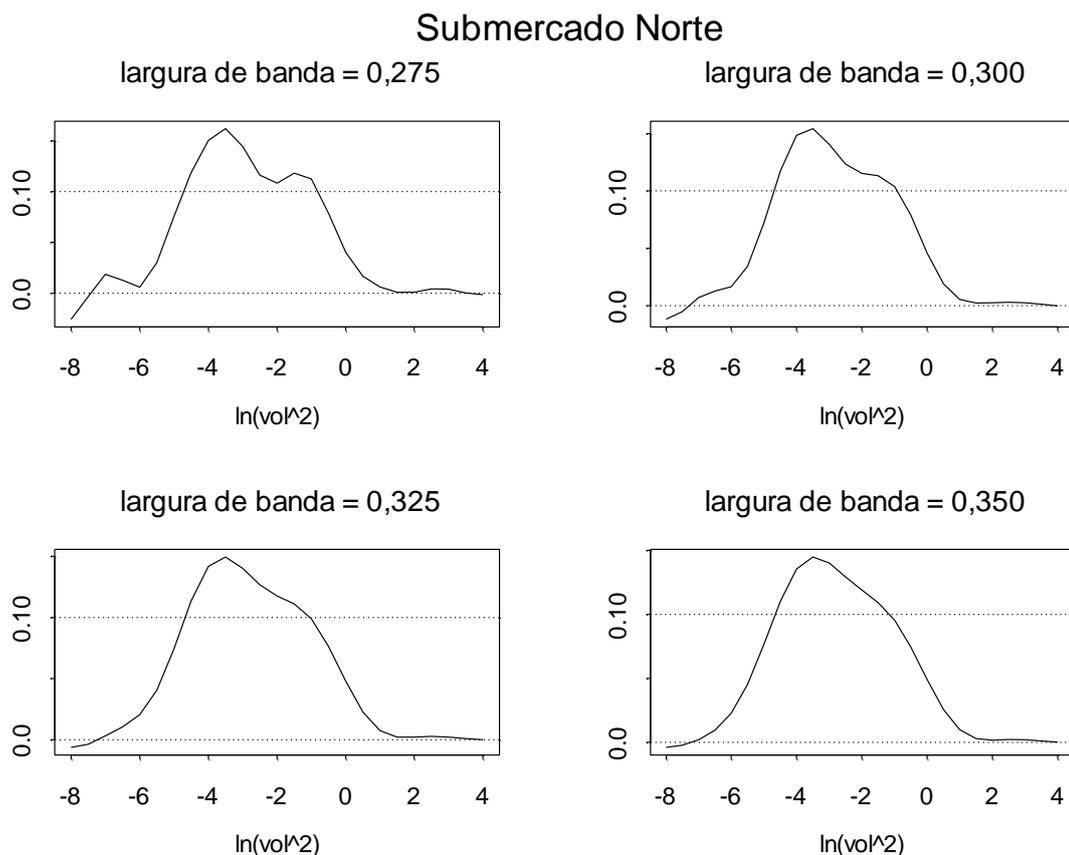
Possivelmente a semelhança do ocorrido para as simulações obtidas com a amostra gerada através de um processo GARCH(1,1) seja necessário a adaptação da metodologia aqui proposta. Embora como é vista naquela passagem, as informações retratadas não destoam excessivamente da realidade exceto por alguns pontos.

O submercado nordeste apresenta poucas volatilidades altas, mas incorpora na sua densidade uma maior dispersão dos valores elevados da densidade. Neste cenário fica mais difícil encontrarmos um valor médio para a volatilidade do período, o que pode ter sido a causa do GARCH ter destacado este submercado como o mais volátil.

Ao analisar abaixo o submercado Norte. Mais uma vez a presença de elevados níveis de volatilidade, representados nos gráficos por pontos acima de 0, é pouco significativa na densidade. A maior elevação próxima a -5 no eixo horizontal é seguida de uma forte influência de níveis próximos a -1, ocasionando como no submercado nordeste, uma maior dispersão da densidade quando comparada com os submercados sudeste e sul. Ainda é possível observar próximo a -7 uma pequena elevação da densidade, principalmente para largura de banda igual a 0,275, que mostra que os períodos de baixa volatilidade possuem sua importância.

Neste caso os resultados para largura de banda igual a 0,325 resumem apropriadamente o comportamento geral da densidade. Uma grande região de valores de densidade elevados, entre -4 e 0, é mais marcada por valores pequenos de volatilidade. A

Figura 13



cauda inferior pesada mostra que os níveis baixos de volatilidade estão presentes e a cauda superior mais leve, mostra uma menor importância dos níveis de elevada volatilidade.

Comparando-se os quatro submercados, observa-se uma precisão satisfatória do estimador, sobretudo se levarmos em consideração a diferença entre as larguras de banda apresentadas. Apesar dos pontos onde a densidade assume valores negativos para o submercado nordeste, ainda assim conseguimos obter informações relevantes sobre as principais características do comportamento da volatilidade.

Observa-se que a metodologia não paramétrica apesar de suas dificuldades computacionais e teóricas pode trazer informações relevantes no estudo da volatilidade. A metodologia aqui proposta cabe perfeitamente para o apontamento de diferenças entre séries provenientes de submercados diferentes assim como pela comparação com metodologias diversas.

Apesar de apresentar os resultados de maneiras diferentes, a metodologia não paramétrica pode ser utilizada em conjunto com a análise através da metodologia EWMA ou GARCH(1,1) para recolher maiores informações sobre a volatilidade. Mesmo com poucas observações foi possível encontrar resultados relevantes.

A largura de banda mesmo que sendo uma incógnita de difícil mensuração, pode ser utilizada, através da experimentação de diversos valores. Conforme mostrado nas simulações, é possível encontrar com bastante precisão a densidade procurada, através de hipóteses sobre a suavidade dos resultados.

Para amostras com mais observações ainda é possível optar por trabalhar com larguras de banda menores ou com amostras mais recentes. Enquanto a primeira opção reduziria o erro de encontrarmos resultados demasiadamente suavizados, a segunda traria o foco para resultados mais condizentes com a realidade atual.

5. Conclusão

Com base nos cálculos apresentados no desenvolvimento deste trabalho, pode-se concluir que mesmo com uma amostra pequena, foi possível obter resultados favoráveis a implantação do modelo não paramétrico.

A análise das larguras de banda mostra um baixo intervalo entre valores originados por suavidades extremas. A indicação mesmo aproximada de um valor auxilia na mensuração de risco para o setor elétrico, tanto em investimento como para regulamentação. Valores mais precisos da volatilidade podem ser utilizados como parte dos modelos de

formação do Preço de Liquidação das Diferenças. Assim sendo também utilizados para decisões de investimentos em cada submercado brasileiro.

A presença de comportamentos distintos entre os submercados sul, sudeste, norte e nordeste podem ser suavizadas através de políticas de investimento específicas ou por adoção de modelos de precificação diferentes para cada um deles. Por outro lado, a proximidade geográfica entre os submercados sul e sudeste, norte e nordeste, apresenta uma similaridade dos índices pluviométricos pela semelhança dos climas. Estas características possivelmente são a causa da semelhança entre o comportamento da densidade da volatilidade dos submercados. Com base nestes aspectos, pode-se obter um Sistema Interligado Nacional mais homogêneo.

A redução da variação da volatilidade é desejável em uma economia já que aumenta a capacidade de investimentos, planejamentos estratégicos e políticos no setor energético. Por ser um componente vital no desenvolvimento de qualquer região, a energia elétrica se torna uma matriz fundamental para a produção, e deve ser pensada como um recurso disponível em todo o território nacional, facilitando a distribuição e organização da economia entre as regiões brasileiras. Investimentos direcionados ao setor elétrico podem ser utilizados ainda, como parte de políticas de desenvolvimento regional.

6. Bibliografia

- ADAMS, J. Risco. São Paulo: Editora SENAC, 2009.
- ANDERSEN, T. G. Parametric and Nonparametric Volatility Measurement, Julho de 2002
- BOLLERSLEV, T. Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. **Journal of Econometrics**, v.31, p.307-327, 1986
- BOSQ, D. Nonparametric statistics for stochastic processes: estimation and prediction. Springer-Verlag New York, Inc, 1998
- CHANG, E. J. e TABAK, B. M. Extração de informação de opções cambiais no Brasil. Trabalhos para discussão – Banco Central do Brasil, 2006
- ENGLE, R. F. Autoregressive conditional heteroskedasticity with estimates of the variance of United Kingdom Inflation. **Econométrica**, v.50, n.4, p.987-1008, 1982.
- GALDI, F.C e PEREIRA, L. M. Valor em Risco (VaR) utilizando modelos de previsão de volatilidade: EWMA, GARCH e Volatilidade Estocástica. **Brazilian Business Review**. v. 4, n. 1, p 74-95, 2007.
- HULL, J. Options futures and other derivatives. 2006 Pearson Prentice Hall
- JAMES, B. R., Probabilidade: Um curso em nível intermediário, Editora LTC, Rio de Janeiro, 1996.
- KLAASEN, F. Improving GARCH volatility forecasts with regime switching GARCH. *Empirical Economics* (2002) 27:363–394
- LO, A. W. Finance: A Selective Survey. *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 95, No. 450 (Jun., 2000), pp. 629- 635
- POON, S. e GRANGER, C. W. J. Forecasting Volatility in Financial Markets: A Review *Journal of Economic Literature*, Vol. 41, No. 2 (Jun., 2003), pp. 478-539
- POON, S. e GRANGER, C. W. J. Forecasting volatility in financial markets: a review. **Journal of Economic Literature**, v. 41, n.2, p. 478-539, 2003.
- RISKMETRICS. Monitor, New York, 1995.
- SILVEIRA, G. B. Estimação de densidades e de funções de regressão. 10º simpósio nacional de probabilidade e estatística, 1992

SILVERMAN B.W. Density Estimation for Statistics and Data Analysis, Chapman and Hall, London, 1986.

TAYLOR, S. J. Asset Price Dynamics, volatility, and prediction. Princeton University press, 2005

TSAY, R. S. Conditional Heteroscedastic Time Series Models Journal of the American Statistical Association, Vol. 82, No. 398 (Jun., 1987), pp. 590- 604

VAN ES, B., SPREIJ, P. , e VAN ZANTEM, H. Nonparametric volatility density estimation for discrete time models. **Journal of Nonparametric Statistics**. v. 17, n.2, p237-249, 2005.

WAND, M.P. and JONES, M.C., Kernel Smoothing, Chapman and Hall, London, 1995.

WAND, M.P., Finite sample performance of deconvolving kernel density estimators, **Statist. Probab. Lett.** 37, 131–139, 1998.

ZHAO, Z. Parametric and nonparametric models and methods in financial econometrics. *Statistics Surveys* Vol. 2 (2008) 1–42