



**Texto para Discussão 033 | 2017**

***Discussion Paper 033 | 2017***

# **Demanda por Loterias no Brasil: um Estudo Econométrico**

**Marcelo Resende**

*Instituto de Economia, Universidade Federal do Rio de Janeiro*

**Vicente Cardoso**

*Banco Nacional de Desenvolvimento Econômico e Social-BNDES*

This paper can be downloaded without charge from

<http://www.ie.ufrj.br/index.php/index-publicacoes/textos-para-discussao>

# **Demanda por Loterias no Brasil: um Estudo Econométrico**

**Dezembro, 2017**

## **Marcelo Resende**

*Instituto de Economia, Universidade Federal do Rio de Janeiro  
Av. Pasteur 250, Urca, 22290-240, Rio de Janeiro-RJ  
mresende@ie.ufrj.br*

## **Vicente Cardoso**

*Banco Nacional de Desenvolvimento Econômico e Social-BNDES  
Av. República do Chile 100, 20031-917, Rio de Janeiro-RJ, Brazil  
vicentescardoso@bndes.gov.br*

## Sumário

O artigo investiga a demanda por loterias de números no Brasil na modalidade Mega-Sena de 2015 a 2017. As estimações consideram duas especificações empíricas. O modelo mais tradicional (modelo 1), baseado na racionalidade do consumidor, enfatiza o papel do preço efetivo do bilhete na explicação das vendas de loteria. Em contraste, um modelo alternativo inspirado em Forrest et al. (2002) [modelo 2], postula a possibilidade de que grandes prêmios que seguem a acúmulos sucessivos podem gerar expansões de vendas particularmente amplas de modo que a compra de um bilhete de loteria seria motivado por um prazer consumista ou por diversão, uma compra de opção por um sonho. A especificação do modelo é semelhante a do modelo tradicional, mas faz uso do prêmio esperado ao invés do preço efetivo do bilhete. Ambos os modelos possuem controles para dia do concurso, prêmios especiais (concursos de final 0 e 5 e concurso especial de final de ano - "Mega da Virada") e vendas defasadas como forma de capturar persistência. Em termos de semelhanças entre os resultados dos dois modelos, destacam-se os papéis irrelevantes das tendências temporais, o efeito positivo do sorteio especial de fim de ano e ausências de efeitos positivos de persistência nas vendas. No modelo tradicional evidencia-se uma demanda elástica em relação ao preço efetivo, efeitos persistentes na venda e uma diferença associada ao dia do sorteio. No que tange a provisões para concursos de final 0 ou 5, parece haver algum efeito positivo mas marginal. No modelo alternativo, a elasticidade das vendas em relação ao prêmio esperado é relevante, mas com magnitude relativamente modesta.

Palavras-chave: demanda por loterias; Mega-Sena

# 1 Introdução

Os segmentos envolvendo jogos de azar, apostas e diferentes modalidades de loterias tem experimentado importante expansão em todo o mundo conforme atestado por Paton et al. (2009). Em que pese a existência de legislações mais liberais em outros países no que concerne ao funcionamento de cassinos, não se pode deixar de notar a expansão de diferentes tipos de loterias oficiais.

No Brasil também se notou importante expansão especialmente em relação às chamadas loterias de números ao longo dos anos e uma discussão acerca da evolução histórica pode ser encontrada em Amaral (2005) e Canton (2010).

Grosso modo, a literatura sobre loterias pode ser dividida em estudos que enfatizam a dimensão da oferta e a dimensão de demanda [ver Walker (1998) Ariyabuddhiphongs (2011) e Grote e Matheson (2012) para resenhas abrangentes]. No primeiro grupo destaca-se o interesse por mecanismos para elevação da receita do provedor conforme exemplificado por Cook e Clotfelter (1993), Beenstock et al.(2000). Walker e Young (2001) e Maeda (2008). Cabe ressaltar que estudos que visem identificar a frequência ótima de sorteios ou mecanismos preferenciais para tributação não podem prescindir de discussões adequadas acerca da elasticidade de demanda. Contudo, para fins expositivos vale destacar a vertente de estudos associados ao lado da demanda por loterias, até porque muitos desses estudos não enfatizam o ponto de vista do provedor de loterias, mas sim aspectos de racionalidade dos apostadores e limitações das abordagens de estimação de demanda centradas em torno do valor esperado do bilhete que compõe o preço efetivo. O foco do presente artigo está nessa segunda linha de pesquisa aplicada à principal modalidade de loterias de números no Brasil, qual seja, a Mega-Sena.

Dentro dessa última vertente, destacam-se estudos que visam testar a hipótese de racionalidade como Scott e Gulley (1995) e Forrest et al. (2000) de modo a caracterizar que agentes racionais não cometeriam erros de previsão sistemáticos. Vale dizer, pretende-se verificar a aderência da arrecadação relativamente ao valor esperado do bilhete levando-se em conta outros controles relevantes. Assim, a hipótese de expectativas racionais envolve uma condição de não correlação entre os erros de previsão condicionais e o conjunto de informação disponível. A evidência para o Reino Unido é

consistente com a hipótese de racionalidade. Em contraste, o estudo realizado para o Brasil por Lima e Resende (2006) obtém evidência favorável à hipótese de racionalidade no caso da Mega-Sena, mas não no caso da Quina. Tal resultado é sugestivo já que esta última modalidade de loterias de números envolve valores bem menores do que a Mega-Sena e não tem a mesma divulgação em termos de mídia. Nesse sentido, é possível que as duas modalidades atraiam perfis de apostadores distintos.

Os estudos mais voltados para a demanda por loterias concentram-se, predominantemente, no Reino Unido ou Estados Unidos como indicado por Farrell e Walker (1998), Farrell, et al. (1999), Forrest et al. (2000b, 2002) e Coon e Wheldon (2016). A análise de início enfatizava o papel do preço efetivo, definido como a diferença entre o preço da aposta mínima e o valor esperado do bilhete, que gradualmente passou a contemplar episódios de irracionalidade exacerbada associados a valores elevados do prêmio principal (“jackpot”) dados sucessivos prêmio acumulados (“rollovers”). Tais episódios fora do padrão comum foram discutidos, por exemplo, em Beenstock e [Haitovsky](#) (2001) e Matheson e Grote (2004). Faz-se necessário que o modelo subjacente contemple a possibilidade dos apostadores obterem satisfação por participar do jogo que não guarde relação objetiva com uma maximização de utilidade usual, conforme sugerido teoricamente por Conlisk (1993). Forrest et al. (2002) tomam um passo adiante na esfera empírica ao considerar que prêmios máximos muitos elevados levariam os apostadores a poder comprar uma opção de poder sonhar temporariamente em abandonar seus empregos, por exemplo (“buying a dream”) e outros trabalhos, como Wang et al. (2006) também procuram salientar as limitações associadas ao modelo que enfatiza o papel do preço efetivo na demanda.

Isso posto, fica claro que modelos mais abrangentes de demanda devem permitir em principio algum papel relevante para o acúmulo de prêmios e cumpre observar que esses tendem a ser relativamente comuns uma vez que na prática é comum não se selecionar números de forma aleatória como preconizado nas expressões usuais para o valor esperado do bilhete. Farrell et al. (2000) destacam o papel da seleção consciente de números (por exemplo com a escolha de números com base em datas marcantes).

O presente artigo visa começar a preencher uma lacuna na literatura brasileira sobre loterias. Com efeito, a menos do estudo de Lima e Resende (2006), parecem existir

poucos estudos econômicos para tal segmento. Kaizeler e Faustino (2010) consideram uma regressão descritiva para diferentes países que associa a arrecadação de loterias per capita para apostadores acima de 15 anos de idade com variáveis explicativas relativas a dados macroeconômicos e variáveis qualitativas. Dentre essas, vale destacar faixas de PIB per capita, nível educacional, percentual de jovens, percentual por gênero, percentual de população urbana, percentual de população cristã, índice de desigualdade (Gini), localização (América Latina ou África). Dentre os principais resultados, destacam-se os efeitos positivos do nível educacional, das proporções de apostadores do sexo masculino e de religião cristã sobre as vendas de bilhetes de loteria em um dado país. Adicionalmente, a relação entre as referidas vendas e PIB per capita tem a forma de um U invertido, tal que as vendas crescem com o nível da renda per capita apenas até certo limite, para então decrescer. Esse estudo inclui o Brasil na amostra, mas caracteriza-se como um estudo agregado que incorpora diferentes modalidades de loterias e, portanto não destaca a base probabilística do valor esperado do bilhete. Por outro lado, existem trabalhos de cunho jurídico mais afeitos à dimensão de oferta de loterias como, por exemplo, Oliveira (2003).

No presente trabalho pretende-se estudar uma demanda mais abrangente na linha do trabalho de Forrest et al. (2002) que destaca o papel dos prêmios acumulados para além do efeito do valor esperado do bilhete. Essa abordagem parece especialmente relevante para o caso do Brasil, que é caracterizado por uma das piores distribuições de renda no mundo e, portanto, desvios abruptos da racionalidade não podem ser descartados a priori. Assim, justifica-se um estudo que pretenda avançar no entendimento do comportamento de demanda por loterias que se reveste de um componente de responsabilidade social fora aspectos estritamente econômicos. De fato, a literatura tipicamente associada à área comportamental é extensa na consideração de comportamentos compulsivos [ver Lesieur e Rosenthal (1991) e mesmo no Brasil, o estudo de Oliveira e Silva (2000), ao comparar jogadores patológicos e não patológicos, evidencia padrões semelhantes entre os dois grupos no caso de modalidades como loterias e bingos (ainda uma modalidade tolerada). Assim sendo, um esforço de análise econômica que contemple possíveis desvios de racionalidade por parte dos apostadores é oportuno e levanta aspectos relevantes de responsabilidade social para o mecanismo de taxaço voluntária representado pela diferentes modalidades de loterias.

O artigo está organizado da seguinte forma; A segunda seção discute os aspectos conceituais associados ao valor esperado de um bilhete de loteria e a especificação de um modelo econométrico para a demanda. A terceira seção discute a base de dados e apresenta os resultados empíricos. A quarta seção resume as principais conclusões e apresenta sugestões para pesquisas futuras

## 2 Estimação da Demanda por Loterias

### 2.1 Valor esperado dos bilhetes: aspectos conceituais

Os estudos associados à demanda por loterias invariavelmente têm centrado a análise em termos do efeito do preço efetivo do bilhete sobre a arrecadação. Tal ênfase aparece, por exemplo, em trabalhos que testam o grau de racionalidade dos apostadores como Forrest et al. (2000a), Lima e Resende (2006) e ainda estudos que consideram estimações de demanda como Farrel et al (1999) e Forrest et al. (2000b).

A caracterização do valor esperado do bilhete para uma loteria de números remonta pelos menos ao trabalho de Sprowls (1970), que foi objeto de elaborações adicionais por Scoggins (1995). O trabalho de Lima e Resende (2006) para o Brasil adapta a expressão apresentada em Farrel et al.(1999) com a notação lá utilizada para o contexto da Mega-Sena e da Quina. Seguimos de perto a referida explicação no contexto daquela primeira modalidade.

A Maga-Sena é a modalidade de loterias de números mais importante no Brasil, tendo se iniciado em 11/03/1996. Essa se caracteriza por valores de prêmios mais elevados e que passaria a receber grande atenção da mídia quando prêmios mais substanciais se acumulavam. Inicialmente os sorteios ocorriam apenas uma vez na semana e o valor da aposta mínima de 6 números (dentre possibilidades de 1 a 60) era de R\$ 1,00. Posteriormente, a frequência passou a ser bissemanal e naturalmente o valor nominal da aposta acabou sendo ajustado ao longo do tempo.<sup>1</sup>

O valor do prêmio principal segue uma proporção da arrecadação adicionada aos possíveis acúmulos de prêmios de sorteios anteriores (“rollovers”) se for o caso. Além disso, no caso brasileiro existem reservas específicas de concursos anteriores que são alocadas para concursos de final 0. Desde 2006 passaram a ocorrer sorteios expressivos

---

<sup>1</sup> Mais recentemente parece ter se observado uma política mais agressiva de reajustes dos valores das apostas o que implicitamente parece refletir a hipótese de que a demanda por loterias não seria especialmente elástica.

de final de ano (“Mega da Virada”) onde não são possíveis acúmulos de prêmios para concursos subsequentes (análogos aos “superdraws” de loterias de outros países).

Passamos a detalhar a expressão para o valor esperado de um bilhete que pressupõe uma escolha aleatória em termos de uma aposta com 6 números.<sup>2</sup> Seja  $C_t$  a arrecadação no período  $t$ ,  $R_t$  o valor acumulado do sorteio anterior, e  $\pi_{6t}$  como a proporção da arrecadação destinada ao prêmio principal, pode-se definir o valor do prêmio principal ( $J_t$ ) em termos da seguinte expressão:<sup>3</sup>

$$J_t(\pi_{6t}, R_t; C_t) = R_t + \pi_{6t} \cdot C_t \quad (1)$$

Nos sorteios de final zero para a expressão seria facilmente adaptada para:

$$J_t(\pi_{6t}, R_t; C_t, R_0) = R_t + \pi_{6t} \cdot C_t + R_0 \quad (2)$$

onde  $R_0$  denota o valor montante arrecadado que é reservado para os sorteios de final zero. Adicionalmente, a partir de 2006, passaram a ocorrer sorteios maiores sem possibilidade de acúmulo de prêmio em termos da chamada “Mega da Virada”, para a qual existem reservas de concursos anteriores que são direcionadas para esse concurso específico.

As probabilidades relevantes para o cálculo do valor esperado do bilhete podem ser encontradas no sítio oficial da Caixa Econômica Federal, maiores detalhes são comentados em Lima e Resende (2006). A expressão para o valor esperado do bilhete é dada por:

---

<sup>2</sup> É possível ir além da aposta mínima e escolher de 7 a 15 números. Existe uma proporcionalidade das apostas mais elevadas relativamente à aposta mínima. Por exemplo, uma aposta de 7 dezenas custa 7 vezes o valor de uma aposta de 6 dezenas.

<sup>3</sup> Vale ressaltar, que o número de bilhetes  $C_t$  só coincide com a arrecadação no caso de valor unitário para a aposta mínima, caso contrário, como é o caso ao longo do período amostral considerado, deve-se fazer os devidos ajustes face ao gradual aumento do preço do bilhete ao longo dos anos.

$$V(R_t, \pi_{6t}, \pi_{jt}, p_6; C_t) = \frac{\left\{ \left[ 1 - (1 - p_6)^{C_t} \right] [R_t + \pi_{6t} \cdot C_t] + \sum_j \pi_{jt} C_t \right\}}{C_t} \quad (3)$$

onde os termos  $\pi_{jt}$  denotam as parcelas da arrecadação destinadas aos prêmios menores (quina e quadra). Note que uma componente chave da expressão anterior é a probabilidade de que nenhum dos jogadores vença o prêmio principal dada por  $(1 - p_6)^{C_t}$ . Assim, vale ressaltar o caráter simplificado da expressão que considera escolha aleatória de números e enfatiza o aspecto probabilístico no caso do prêmio máximo referente ao acerto de 6 dezenas.

Uma vez calculado o valor esperado do bilhete, define-se o valor efetivo em termos da diferença entre o valor de uma aposta mínima na Mega-Sena e o referido valor esperado do bilhete.

## 2.2 Limitações do papel do preço efetivo na análise de demanda

A ênfase dos modelos de demanda de loterias no preço efetivo do bilhete foi desafiada, por exemplo, por Farrel et al. (1999) que destacou a possibilidade da demanda ser persistente e por Forrest et al. (2002) que salientou o papel do acúmulo de prêmios (“rollover”) sobretudo em episódios onde o prêmio principal (“jackpot”) se torna muito elevado. O presente trabalho segue essa motivação, segundo a qual um apostador poderia estar comprando uma opção de poder sonhar em face de um prêmio principal muito elevado (“buying a dream”) e portanto o volume de vendas da loteria não seria explicado somente em termos do valor esperado do bilhete (e conseqüentemente do preço efetivo do mesmo) mas estaria dependente, em grande medida, do acúmulo do prêmio. Poder-se-ia, pois, observar episódios em que após o prêmio principal acumular por sucessivos concursos, houvesse movimentos atípicos de vendas considerados “febres de loterias” [ver por exemplo Beenstock e Haitovsky (2001) e Matheson e Grote (2004)].

A interpretação de Forrest et al. (2002) no sentido que o apostador estaria comprando a possibilidade de sonhar quando o valor do prêmio principal é muito elevado é

particularmente sugestiva no caso brasileiro. Com efeito, o Brasil é caracterizado por uma das piores distribuições de renda do mundo e se preocupações com a posição relativa em termos de renda são relevantes conforme sugerido por Pingle e Mitchell (2002), pode-se postular que esses aspectos possam ter importância no contexto de apostadores. De fato, a evidência obtida por esses autores com base em questionários parece sugerir que, *ceteris paribus*, preocupações mais fortes com posição relativa de renda parecem ser mais frequentes entre apostadores. Assim sendo, parece interessante a possibilidade que um fator de aversão à desigualdade possa ser especialmente importante na demanda de loterias no Brasil. No caso da Mega-Sena, que movimenta montantes mais substanciais dentre as diferentes modalidades de loterias, esse aspecto pode emergir mais fortemente. No caso de grandes prêmios da Mega-Sena, a divulgação na mídia é muito mais intensa do que em situações correlatas no Reino Unido, sendo frequentes as exibições de reportagens especiais simulando o que se poderia fazer com um prêmio de tal magnitude. Isso posto, parece razoável postular que o efeito do acúmulo de prêmios, como sugerido na formulação alternativa de demanda proposta por Forrest et al. (2002), possa ser especialmente relevante no caso brasileiro.

Apesar de intuitivamente interessantes, as considerações anteriores não eliminam as dificuldades conceituais de se justificar apostas em loterias em cenários atuarialmente desfavoráveis e de se formular teorias que sejam consistentes com episódios de aparente irracionalidade. Forrest et al. (2002) procura sumariar esforços nesse sentido. Uma tentativa importante aparece em Conlisk (1993) que adapta a formulação usual de utilidade esperada ao acrescentar um componente que capturaria o prazer da mera participação no jogo. Considere um jogo no qual se possa ganhar  $G$  (“gain”) com probabilidade  $p$  e perder  $L$  (“loss”) com probabilidade  $1-p$ . Em um jogo justo esperar-se-ia que  $G \cdot p = L(1-p)$ . A versão modificada da função de utilidade esperada da riqueza  $W$  pode ser representada em termos da seguinte expressão:

$$E(G, p, W) = pU(W + G) + (1 - p)U[W - pG/(1 - p)] + \varepsilon V(G, p) \quad (4)$$

O termo  $\varepsilon V(G,p)$  potencializaria o engajamento no jogo pelo prazer da participação e incerteza entre a implementação da aposta e o resultado da mesma. Contudo, essa abordagem não se afasta de forma fundamental da ênfase que comumente é atribuída ao valor esperado do bilhete e conseqüentemente de seu preço efetivo. De fato, o referido autor estabelece resultado teórico que define limites para o tamanho ótimo da aposta. Em muitos jogos, tais como modalidades atualmente proibidas como o Bingo, claramente parece relevante a utilidade da mera participação para além de alguma análise objetiva de ganhos potenciais. Nesse sentido, episódios de “febres de loterias” associados a grandes acúmulos de prêmios, como ocorrem nas principais loterias de números como a Mega-Sena, parecem exigir outras fundamentações. Forrest et al. (2002) se inspira em Clotfelter e Cook (1989) para sugerir que a compra de uma aposta quando um prêmio principal (“jackpot”) é elevado seria como uma compra de esperança (“buying a dream”). Tais intuições servem para justificar uma especificação empírica mais flexível e realista para a demanda por loterias de números, mas claramente ainda existem importantes lacunas teóricas na literatura. Na próxima sub-seção discutimos o modelo empírico de Forrest et al (2002) e possíveis adaptações para o caso brasileiro.

### **2.3 Especificação de um modelo empírico**

A literatura sobre demanda por loterias muitas vezes põe em relevo o papel do preço efetivo do bilhete com as possíveis limitações já mencionadas anteriormente.

Outros aspectos relevantes para a demanda de loterias se referem à persistência das vendas que podem refletir formação de hábito e efeitos de vício na linha de Becker e Murphy (1988). Estudos empíricos que destacam a característica de persistência incluem Farrel et al. (1999) e McHale e Peel (2010). Por outro lado, conforme já mencionado, Forrest et al. (2002) destacam o forte papel do acúmulo de prêmios para viabilizar prêmios principais muitos elevados e tomar a loteria um mecanismo de opção de compra de um sonho. A seguir discutimos de forma resumida os modelos empíricos propostos por esses autores.

### **modelo tradicional que enfatiza o preço efetivo do bilhete**

primeiro estágio:  $P = f(\text{constante}, q_{t-1}, Q_0, \text{TREND}, \text{TREND}^2, \text{SUPERDRAW}, \text{DIANA}, \text{ROLLOVER})$

segundo estágio:  $q_t = f(\text{constante}, q_{t-1}, Q_0, \text{TREND}, \text{TREND}^2, \text{SUPERDRAW}, \text{DIANA}, \text{preço})$

Simplificamos a notação uma vez que os autores estimam demandas separadas para os sorteios do meio de semana e do final de semana. Efeitos de persistência aparecem nas vendas defasadas ( $q_{t-1}$ ) e no elo com as vendas do sorteio anterior do outro dia ( $Q_0$ ). As demais variáveis incluem tendências temporais com termo quadrático para captar não linearidade, acúmulo de prêmio, prêmio especial (Superdraw análogo à “Mega da Virada”) e dummy para evento totalmente fora do padrão como a morte da princesa Diana.

O preço efetivo depende da arrecadação e a endogeneidade envolvida é tratada em termos de um estimador de variável instrumental, especificamente em termos do método dos mínimos quadrados em 2 estágios. O preço efetivo é instrumentalizado com as variáveis explicativas indicadas no primeiro estágio da regressão.

### **modelo alternativo enfatizando o acúmulo de prêmios**

Esse modelo considera o papel de prêmios expressivos (“jackpots”) dados sucessivos acúmulos de prêmios (“rollovers”). A estrutura é semelhante ao modelo anterior, mas ao invés de se instrumentalizar o preço efetivo, a análise é feita com o prêmio total esperado no lugar daquela variável.

Na próxima seção consideraremos uma abordagem semelhante ao trabalho supramencionado de Forrest et al, (2002) mas devemos destacar algumas diferenças:

- a) Não consideramos modelos separados para cada dia de sorteio, entendendo o elo dinâmico fundamental entre esses e introduzindo dummy para dia de sorteio;

- b) Investigamos de forma preliminar a estacionariedade das séries em termos de testes de raiz unitária. Tais verificações são importantes para afastar a possibilidade de regressões espúrias;
- c) Procura-se verificar mais cuidadosamente a validade dos instrumentos utilizados em termos do teste para instrumentos fracos [ver Murray (2006) para uma discussão introdutória sobre o tópico].

## 3 Análise Empírica

### 3.1 Base de dados

A fonte básica dos dados provém da Gerência de Loterias da Caixa Econômica Federal (GELOT), disponibilizados em:

<http://loterias.caixa.gov.br/wps/portal/loterias/landing/megasena/>

Assim, consideramos os dados completos mais prontamente disponíveis no referido site, de tal modo que o período amostral considerado se inicia no concurso 1773 (de 24/12/2015) e se estende até o concurso 1951 (de 22/07/2017). As informações necessárias para o cálculo do preço efetivo do bilhete e as demais variáveis a serem construídas para cada concurso são descritas como se seguem:<sup>4</sup>

- Q: valor das vendas (arrecadação) para o concurso sob consideração;
- PRÊMIO: valor esperado dos prêmios anunciado pouco antes de cada concurso;
- P: preço efetivo do bilhete conforme calculado segundo a expressão (3) anteriormente apresentada;
- ACUM: valor do prêmio acumulado;
- DFS: variável dummy que assume valor 1 nos sorteios realizados no final de semana e 0 caso contrário;
- DZER05: variável dummy que assume valor 1 nos concursos com final zero ou cinco e 0 caso contrário;
- DMV: variável dummy que assume valor 1 nos concursos especiais de final de ano (“Mega da Virada”) com final zero e 0 caso contrário

O estudo de Forrest et al. (2002), que em grande medida inspira o presente estudo, implementa estimações distintas para os sorteios de quarta-feira e de sábado. Contudo, a

---

<sup>4</sup> No período amostral considerado o preço mínimo de uma aposta com 6 números mudou ao longo do tempo: R\$ 1,75 (do concurso 1077 ao 1106); R\$ 2,00 (do concurso 1107 ao 1598). R\$ 2,50 (do concurso 1599 ao 1707) e R\$ 3,50 (do concurso 1708 ao 1951)

interdependência entre concursos contíguos, por conta de acúmulos de prêmios e possibilidade de apostas para múltiplos concursos, legitima uma estimação única conforme implementado no presente trabalho. No caso específico da Mega-Sena, a possibilidade de se apostar de uma vez em até 4 concursos consecutivos (a chamada "teimosinha") torna atraente uma estrutura de defasagens com 3 períodos conforme adotamos posteriormente. A Tabela 1 apresenta as estatísticas descritivas para as principais variáveis (não transformadas).

**Tabela 1**  
**Estatísticas descritivas (número de observações: 179)**

Variáveis	Média	Desvio Padrão	Mínimo	Máximo
Vendas	4,74E07	6,99E07	7895437	7,36E08
Acúmulo de prêmios	1,89E07	2,46E07	0	1,93E08
Prêmios esperados	2,43E07	3,18E07	1500000	2,80E08
Preço efetivo	0,752	0,098	0,438	0,853

Às figuras 1 e 2 a seguir ilustram as relações prêmio acumulado  $x$  vendas e prêmios esperados  $x$  vendas:

Figura 1 - Prêmio acumulado x vendas

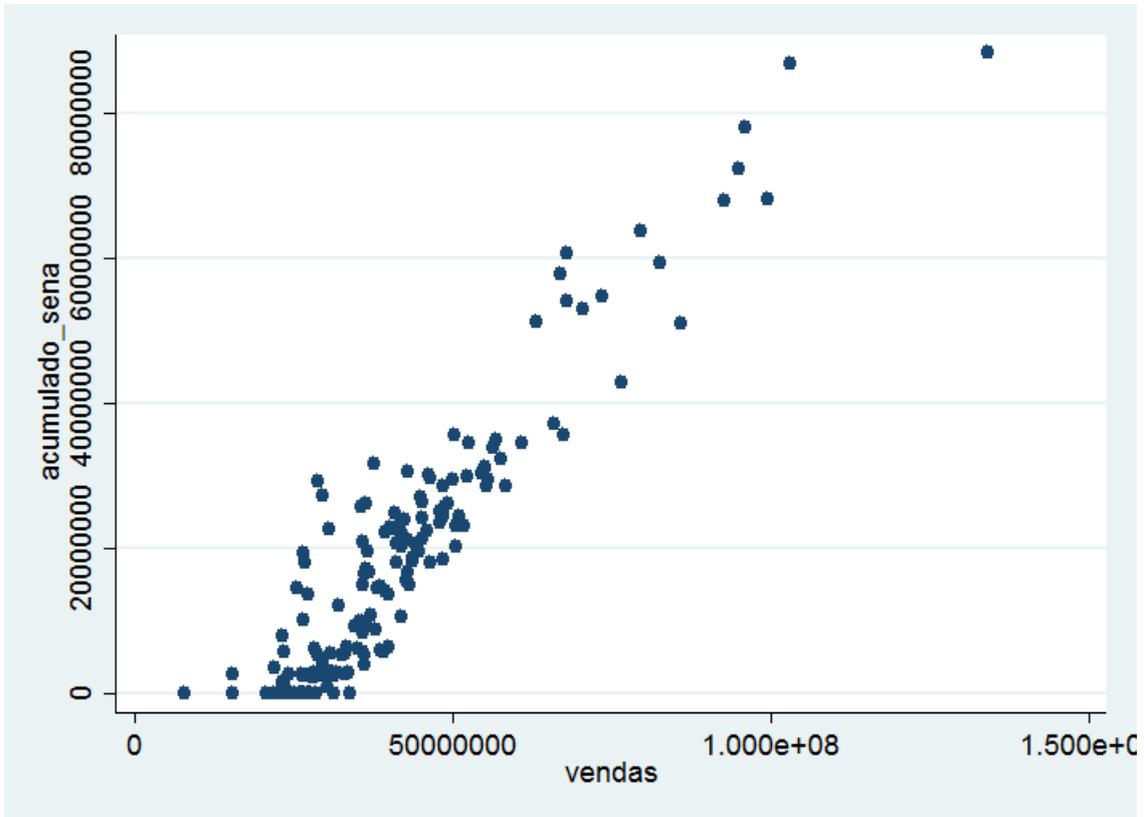
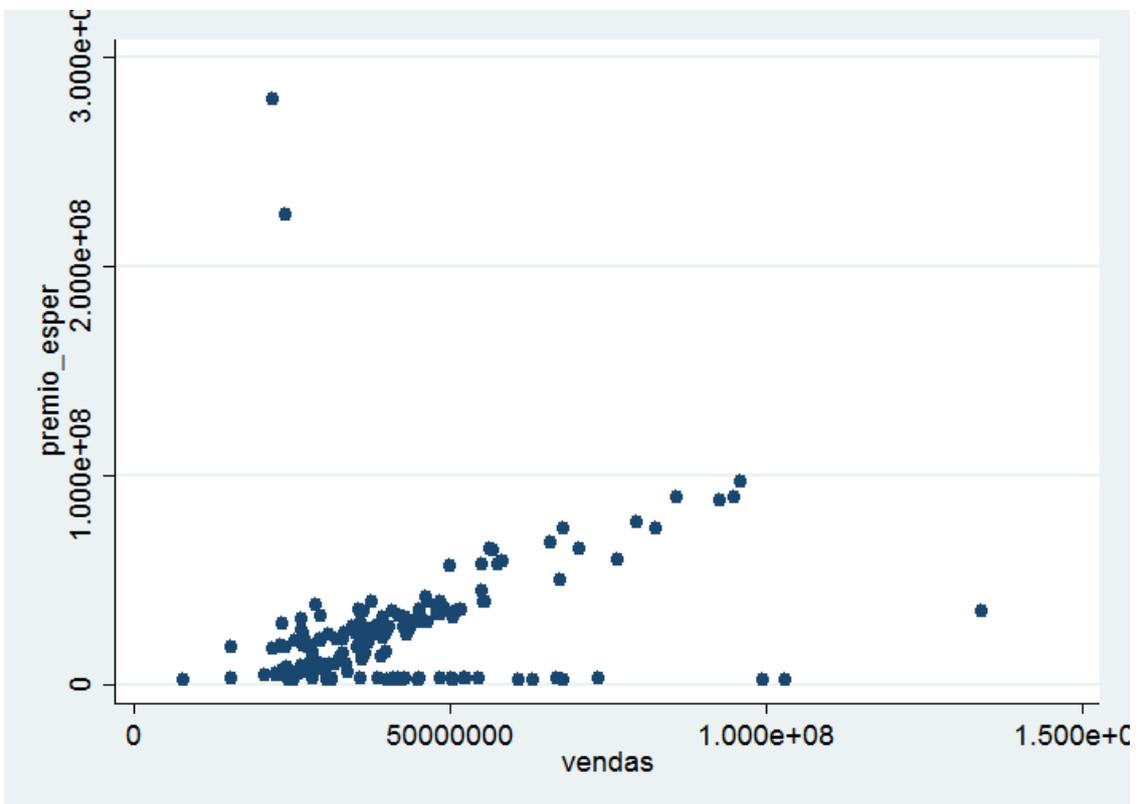


Figura 2 - Prêmios esperados x vendas



### 3.2 Resultados empíricos

Os resultados da estimação para a demanda por loterias na modalidade Mega-Sena são apresentados nas Tabelas 2 e 3 a seguir. Os resultados incluem o modelo 1 (que enfatiza o preço efetivo do bilhete) e o modelo 2 (que considera o papel do acúmulo de prêmio e a possibilidade de querer “comprar um sonho” no contexto de um prêmio principal expressivo). Adotamos as especificações análogas às implementadas por Forrest et al. (2002) com as arrecadações (vendas) correntes e defasadas em logaritmo. Os modelos podem se resumidos como:

**Modelo 1:**  $LVENDAS=f(LVENDAS(-1), LVENDAS(-2), LVENDAS(-3), TREND, TREND2, LPREÇO, D05, DFS, DMV)$

A especificação com tendência temporal ao quadrado visa captar possíveis não linearidades. O preço efetivo depende da arrecadação, O problema da endogeneidade do preço efetivo é enfrentado por meio da instrumentalização do mesmo no contexto de um estimador de mínimos quadrados em 2 estágios.

No modelo alternativo, no qual se contempla a possibilidade do apostador sonhar com um prêmio elevado, tem-se uma especificação semelhante a menos da utilização do valor esperado do prêmio total ( $LPRÊMIO$ ) que também necessita ser instrumentalizado;

**Modelo 2:**  $LVENDAS=f(LVENDAS(-1), LVENDAS(-2), LVENDAS(-3), TREND, TREND2, LPRÊMIO, D05, DFS, DMV)$

De forma preliminar é necessário verificar o grau de estacionariedade das séries, pois em caso de séries não estacionárias seria necessária a prevalência de cointegração entre as variáveis para evitar a possibilidade de regressões espúrias. Os testes de raiz unitária reportados no apêndice indicam que a variável  $LPRÊMIO$  não é estacionária e que as demais são estacionárias e portanto foi necessário verificar a existência de cointegração no contexto do modelo 2 entre essa variável e  $LVENDAS$  por meio do teste proposto por Pesaran et al. (2001). A utilização de um teste nesse formato se justifica porque ele permite avaliar relação de cointegração entre variáveis  $I(0)$  e  $I(1)$ . O resultado do teste, reportado no apêndice, confirma que as variáveis são cointegradas e por conseguinte as estimações para demanda por loterias podem ser consideradas com maior grau de confiança.

A seguir apresentamos inicialmente o modelo mais tradicional que enfatiza o papel do preço efetivo. O ajuste estatístico em termos da significância de coeficientes individuais em geral é satisfatório. Como em Forrest et al. (2002), não encontramos uma tendência temporal positiva, o que indica que o interesse do público no jogo já atingiu certa maturidade. Isso pode sugerir também o esgotamento da substituição por outros jogos anteriormente populares, como os Bingos, pela Mega-Sena. A provisão de reservas para prêmios específicos não parece ter um papel relevante para as vendas como no caso de sorteios de final 0 e 5. Por outro lado, observa-se o papel positivo e significativo no caso dos maiores sorteios especiais (“Mega da Virada”) o que pode indicar que expansões mais intensas nas vendas podem requerer valores suficientemente expressivos para os prêmios. O resultado para a dummy DFS sugere que potencialmente pode ocorrer um movimento mais forte no fim de semana porque pode refletir uma maior disponibilidade de tempo dos apostadores. Contudo, deve-se ter cautela e não necessariamente propor-se estimações separadas por dias da semana conforme feito em estudos anteriores para o Reino Unido. Com efeito, embora os modelos de Farrel et al (1999) e Forrest et al (2002), dentre outros, assim procedam, deve-se investigar de forma mais aprofundada o modelo que não faz tal separação. De fato, a interdependência dinâmica entre concursos de dias diferentes é evidente e talvez só a consideração de uma estrutura de defasagens simples como no modelo empírico de Forrest et al. (1999) pode ser questionada. Uma possibilidade, a ser mais explorada, seria ir além de uma variável dummy de intercepto e considerar variáveis dummies de inclinação para captar a influência do dia do sorteio em conjunto com algumas variáveis selecionadas.

A relação dinâmica entre diferentes sorteios pode ser relevante não só pelo acúmulo de prêmios como pela possibilidade de se fazer de uma vez apostas para até 4 concursos consecutivos (a chamada “teimosinha”). Para dar conta desse último aspecto, na presente aplicação adotamos uma especificação com 3 defasagens. A evidência parece sugerir que as vendas passadas de loterias não parecem exercer um efeito positivo no padrão futuro das mesmas, de modo que existe um contraste com as evidências de persistência para o Reino Unido apresentadas em Farrel et al. (1999) e McHale e Peel (2010).

Por fim, vale destacar o papel do preço efetivo na explicação das vendas de loterias. Obtivemos uma elasticidade de -2,90, o que contrasta com a evidência anterior para o

Reino Unido, que parece sugerir uma demanda relativamente inelástica, com elasticidades estimadas próximas de -1. Do ponto de vista da geração da receita para o provedor de loterias, a elasticidade pode ser importante para avaliar a viabilidade de aumentos nas frequências de sorteios e no valor das apostas. Essas mudanças são menos frequentes em países, mas assim ainda existem debates em andamento como indicado por Forrest e Gulley (2017). O resultado bastante distinto obtido para o Brasil, ainda que preliminar, poderia indicar que a política agressiva de aumento no preço real das apostas pode estar experimentando um limite. Outrossim, há que se destacar possíveis substituições entre diferentes modalidades de loterias no Brasil, o que ainda não foi objeto de estudos empíricos.

Contudo, cumpre fazer uma ressalva sobre a especificação tradicional sugerida por modelos tradicionais de demanda como modelo 1 anterior. A ênfase no preço efetivo do bilhete pode embutir uma presunção exagerada de racionalidade por parte dos apostadores e se poderia conceber a possibilidade de episódios de elevação desproporcional nas vendas em face de acúmulos expressivos do prêmio, no que poderia ser considerado “febres de loterias” [ver Beenstock e Haitovsky (2001) e Matheson e Grote (2004)]. Por outro lado, vale ressaltar uma vez mais o caráter simplificado do cálculo do valor esperado do bilhete que compõe o preço efetivo. Esse considera uma escolha aleatória de números que pode ser contestada em caso de prevalência de um processo de seleção consciente [ver Farrel et al. (2000)].

A Tabela 3 apresenta os resultados para o modelo alternativo (modelo 2) que considera irracionalidades associadas a prêmio principal com valores muito expressivos que decorrem acúmulos de valores em sucessivos sorteios.

Todos os modelos foram estimados no software Stata v. 14 MP mediante o uso da rotina `ivreg2` descrita em Baum et al. (2007). Foi considerado teste para instrumentos fracos de Kleibergen e Paap. (2006) e valores críticos tabulados aparecem em Stock e Yogo (2005).

Tipicamente, um teste de validade de instrumento investiga a ortogonalidade entre os resíduos do modelo e os instrumentos utilizados. Assim, comumente testes dessa natureza acabam sendo interpretados como um teste de sobreidentificação quando o regressor pode ser instrumentalizado com base em um número mais expressivo de variáveis exógenas

excluídas da equação sob consideração. Contudo na aplicação ora considerada, tanto no modelo 1 quanto no modelo 2, a identificação do modelo é viabilizada em termos de uma única variável exógena excluída, qual seja a variável de acúmulo de prêmio (ACUM). O teste de Kleibergen e Paap (2006) sugere que se pode rejeitar com segurança a hipótese nula de instrumentos fracos.

Em particular, pode-se observar que evidência mais direta de persistência nas vendas não emerge na especificação do modelo 2 (como fora o caso no modelo 1), mas acúmulos em sorteios consecutivos viabilizam prêmios especialmente grandes (“jackpots”). Nessa formulação estamos destacando o papel do prêmio principal como opção de compra de um sonho. Tal ideia é reforçada pelo coeficiente positivo e significativo da variável dummy para a “Mega da Virada” como já ocorrera com tal variável no modelo 1.

Finalmente, devemos considerar a variável referente ao prêmio esperado (LPRÊMIO) que possui coeficiente positivo e significativo. Assim procedendo, obtém-se uma elasticidade de próxima da unidade, resultado diverso do obtido na análise de Forrest et al. (2002) para o Reino Unido. Isso fornece evidência adicional que a demanda pela Mega-Sena é, em grande parte, definida pelo acúmulo substancial de prêmios, em vez de um hábito ou vício.

**Tabela 2**

**Modelo 1: resultados da estimação mínimos quadrados em 2 estágios**

**Variável dependente: LVENDAS; variável instrumentada: LPREÇO; instrumentos: LVENDAS(-1), LVENDAS(-2), LVENDAS(-3), TREND, TREND2, D05, DFS, DMV, ACUM**

<b>Regressores</b>	<b>Coefficiente</b>	<b>p-valor</b>
Constante	12,384	0,000
LPREÇO	-2,905	0,000
LVENDAS(-1)	-0,145	0,032
LVENDAS(-2)	-0,018	0,398
LVENDAS(-3)	0,002	0,931
TREND	0,014	0,148
TREND2	-9,04E-06	0,142
D05	-0,057	0,072
DFS	0,109	0,000
DMV	2,520	0,000
número de observações: 179	Teste de Wald [ $\chi^2(9)$ ]=679,61 (p-valor: 0,000)	Estatística F de Wald de Kleibergen-Paap rk: 2842,11

Notas: (a) são considerados erros padrão robustos; (b) pode-se rejeitar a hipótese nula de instrumentos fracos ao nível de significância de 5%

**Tabela 3****Modelo 2: resultados da estimação mínimos quadrados em 2 estágios****Variável dependente: LVENDAS; variável instrumentada: LPRÊMIO; instrumentos: LVENDAS(-1), LVENDAS(-2), LVENDAS(-3), TREND, TREND2, D05, DFS, DMV, ACUM**

Regressores	Coefficiente	p-valor
Constante	-37,09313	0,000
LPRÊMIO	0,991	0,000
LVENDAS(-1)	0,193	0,102
LVENDAS(-2)	0,233	0,061
LVENDAS(-3)	0,182	0,177
TREND	0,071	0,224
TREND2	-4,69E-05	0,211
D05	0,259	0,228
DFS	-0,135	0,394
DMV	4,674	0,000
número de observações: 179	Teste de Wald [ $\chi^2(9)$ ]= 92,83 (p-valor: 0,000)	Estatística F de Wald de Kleibergen-Paap rk: 13,256 <sup>b</sup>

Notas: (a) são considerados erros padrão robustos; (b) pode-se rejeitar a hipótese nula de instrumentos fracos ao nível de significância de 5%

Isso posto, os resultados são sugestivos, mas ainda exploratórios em grande medida, fazendo-se necessários esforços adicionais para verificação da robustez dos resultados entre diferentes variantes dos dois modelos e ainda comparações sistemáticas entre os modelos em termos de testes de hipóteses não aninhadas (“non-nested”). Nesse sentido, testes na linha de Pesaran (1974) poderão se revelar úteis em pesquisa futuras.

## 4 Comentários Finais

O trabalho investigou o comportamento da principal modalidade de loteria de números no Brasil representada pela Mega-Sena. A ênfase dos modelos mais tradicionais se concentra em torno do papel do preço efetivo do bilhete na explicação da venda de bilhetes. Vale destacar, contudo, que o referido preço embute uma concepção algo simplista acerca do valor esperado do bilhete. Com efeito, o mesmo tipicamente considera uma seleção aleatória de números embora muitas vezes prevaleça uma seleção consciente conforme já estudado por Farrel et al. (2000). Tal característica é relevante por aumentar a probabilidade de acúmulo de prêmios (os chamados “rollovers”).

Forrest et al. (2002) reorientam a literatura sobre demanda de loterias de forma a contemplar o papel desses acúmulos de prêmios como fator especialmente relevante para explicar a venda de bilhetes para além do preço efetivo do bilhete. A ideia é que frequentes acúmulos de prêmios podem levar a um prêmio principal posterior especialmente elevado, de modo que os apostadores, ao comprarem um bilhete, estariam viabilizando uma opção de comprar um sonho sem aderência objetiva às possibilidades reais de ganho. No caso brasileiro, cuja distribuição de renda é caracterizada por uma elevada desigualdade e a ampla divulgação na mídia de prêmios elevados, pode-se a princípio postular que um modelo de demanda que enfatize prêmios elevados em face de repetidos acúmulos de prêmios possa ser relevante.

A evidência considerou um modelo mais tradicional que enfatiza o papel do preço efetivo do bilhete e outro alternativo que destaca o papel do prêmio esperado.

Em termos de semelhanças entre os resultados dos dois modelos, destacam-se os papéis positivos do sorteio especial de fim de ano e alguma diferença entre padrões de venda dependendo do dia do sorteio. No modelo tradicional evidencia-se uma demanda elástica em relação ao preço efetivo e falta de persistência nas vendas. No modelo alternativo, por outro lado, a variável que indica os jogos de fim de semana perde importância. Por fim, a elasticidade das vendas em relação ao prêmio esperado é relevante.

Estudos econômicos sobre loterias ainda são incipientes no Brasil e diferentes tópicos de pesquisa merecem investigações futuras, como por exemplo:

- a) Investigações adicionais sobre a estrutura dinâmica dos modelos de demanda, em particular com uma melhor avaliação de efeitos de persistência e discrepâncias entre elasticidades de curto e longo prazo conforme avaliado por Farrel et al. (1999) mas que poderiam ser objeto de análises no domínio da frequência;
- b) Implementação de testes de especificação e comparação entre os modelos de forma mais sistemática e investigação de especificações distintas que possam ser relevantes face às particularidades da economia brasileira. Por exemplo, seria interessante considerar um controle adicional na estimação da demanda que se refere ao grau de confiança dos consumidores. Contudo, índices de confiança só se encontram disponíveis em bases mensais e assim alguma agregação temporal seria necessária;
- c) Estudos sobre o grau de substituição e complementariedade entre as diferentes modalidades de loterias na linha dos estudos de Forrest et al. (2004) e Grote e Matheson (2006) para o Reino Unido. De fato, é sugestivo, que no caso brasileiro, Lima e Resende (2006) tenham obtido evidência de expectativas racionais no caso da Mega-Sena e não da Quina. Tal resultado pode indicar que as diferentes modalidades atraem diferentes tipos de apostadores;
- d) A Mega-Sena apresenta montantes de prêmios mais elevados do que outras modalidades e por isso mesmo maior cobertura de mídia. Pode ser relevante a investigação de dados mais desagregados de loterias para se explorar a possibilidade da desigualdade da distribuição de renda potencializar certos comportamentos diferenciados de apostadores que podem levar a certos padrões distintos entre modalidades de loterias e/ou ainda entre diferentes regiões geográficas.

# Apêndice

## Testes de raiz unitária

Para verificar o grau de estacionariedade das séries, implementamos os testes usuais de Dickey e Fuller (1981), em particular os testes ADF com constante e tendência para as diferentes variáveis, excetuando-se as variáveis dummies que obviamente são I(0). Os resultados são apresentados na Tabela A1 e foram implementado no software Stata 14. Considerou-se um máximo de 20 defasagens possíveis.

**Tabela A1**

**Testes de raiz unitária (teste ADF com constante e tendência, 20 defasagens)**

Variável	Estatística de teste	p-valor*
LVENDAS	-3.533	0.036
LPREÇO	-3.417	0.049
ACUM	-3.783	0.017
LPRÊMIO	-3.114	0.103

(\*) p-valores unicaudais baseados em MacKinnon (1996)

## Teste de cointegração

O teste de Pesaran et al. (2001) permite que se considere simultaneamente series I(1) e I(0) como ocorre no caso do modelo 2. Considera-se a especificação de um modelo de correção de erros condicional. O termo usual de correção de erros que considera o resíduo defasado da regressão de cointegração é substituído pelas variáveis defasadas em nível. No caso do modelo 2 teremos:

$$\begin{aligned} \Delta LVENDAS_t = & \delta + \sum_{i=1}^{n_1} \gamma_m \Delta LVENDAS_{t-i} + \sum_{i=1}^{n_2} \eta_{mi} \Delta LPREMIO_{t-i} + \theta_1 LVENDAS_{t-i} + \theta_2 LPREMIO_{t-i} \\ & + \theta_3 \ln Z_{m,t-1} + \theta_4 \ln W_{m,t-1}^N + \varepsilon_t \end{aligned} \quad (8)$$

O teste de cointegração é implementado em termos de um teste F para avaliar a significância conjunta dos coeficientes das variáveis defasadas em nível (os coeficientes  $\theta$ ). Assim, precisa-se testar a hipótese nula de que  $\theta_1 = \theta_2 = 0$  que deve ser rejeitada para que se tenha cointegração. Os valores críticos para esse teste em termos de limites inferiores e superiores foram tabulados pelos autores.

**Tabela A2**

**Modelo Autoregressive Distributed Lag – ARDL**

$\Delta$ LVENDAS	Coeficiente	P-valor
LVENDAS(-1)	-0,860	0,000
LPRÊMIO (-1)	0,430	0,000
$\Delta$ LVENDAS(-1)	-0,090	0,077
$\Delta$ LPRÊMIO	-0,007	0,567
$\Delta$ LPRÊMIO(-1)	-0,053	0,098
$\Delta$ LPRÊMIO(-2)	-0,031	0,205
$\Delta$ LPRÊMIO(-3)	-0,038	0,003
DMV	2,020	0,000
D0_5	-0,039	0,257
DFS	0,116	0,000
constante	7,801	0,000
Pesaran/Shin/Smith (2001) ARDL <i>Bounds Test</i> F = 81,149 p-valor = 0.000		

## Referências

- Amaral, J.R. (2005), *As Loterias Federais Brasileiras: um Estudo da Arrecadação e de sua Previsão*, Brasília: UNB, monografia de mestrado em Economia do Setor Público
- Ariyabuddhiphongs, V. (2011), Lottery gambling: a review, *Journal of Gambling Studies*, 27, 15-33
- Becker, G.S., Murphy, K.M. (1988), A theory of rational addiction, *Journal of Political Economy*, 96, 675-700
- Beenstock, M., Goldin, E., Haitovsky, Y. (2000), What jackpot? The optimal lottery tax, *European Journal of Political Economy*, [16](#), 655-671
- Beenstock, M., Haitovsky, Y. (2001), Lottomania and other anomalies in the market for lotto, *Journal of Economic Psychology*, 22, 721-744
- Canton, A.M. (2010), *A Rede Lotérica no Brasil*, Brasília: IPEA
- Clotfelter, C.T., Cook, P.J. (1989), *Selling Hope: State Lotteries in America*, Cambridge-M.A.: Harvard University Press
- Conlisk, J. (1993), The utility of gambling, *Journal of Risk and Uncertainty*, 6, 55-275.
- Cook, P.J., Clotfelter, C.T. (1993), The peculiar scale economies of Lotto. *American Economic Review*, 83, 634-643.
- Coon, M., Wheldon, G. (2016), Elasticity of demand and optimal prize distribution for instant lottery games, *Atlantic Economic Journal*, 44, 457-469
- Dickey, D. A., Fuller, W. A. (1981), Likelihood ratio statistics for autoregressive time series with a unit root, *Econometrica*, 49, 1057–1072
- Farrell, L., Hartley, R., Lanot, G., Walker, I. (2000), The demand for lotto: the role of conscious selection, *Journal of Business & Economics Statistics*, 18, 228-241

Farrell, L., Morgenworth, E., Walker, I. (1999), A time series analysis of U.K. lottery sales: long and short run price elasticities, *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 61, 513-526.

Farrell, L., Walker, I. (1998), The welfare effects of lotto: evidence for the U.K. *Journal of Public Economics*, 72, 99-120.

Forrest, D., Gulley, O. D. (2017) New price, new hope? An examination of the effects of doubling the ticket price in UK lotto, *Journal of Gambling Studies*, DOI 10.1007/s10899-017-9689-z

Forrest, D., Gulley, O. D., Simmons, R. (2000a), Testing for rational expectations in the UK national lottery, *Applied Economics*, 32, 315-320.

Forrest, D., Gulley, O. D., Simmons, R. (2000b), Elasticity of demand for UK national lottery tickets, *National Tax Journal*, 53, 853-863

Forrest, D., Gulley, O. D., Simmons, R. (2004), Substitution between games in the UK national lottery, *Applied Economics*, 36, 645-651

Forrest, D., Simmons, R., Chesters, N. (2002), Buying a dream: alternative models of demand for lotto, *Economic Inquiry*, 40, 485-496

Grote, K. R., Matheson, V.A. (2006), Dueling jackpots: are competing lotto games complements or substitutes?, *Atlantic Economic Journal*, 34, 85-100

Grote, K., Matheson, V.A. (2012), The economics of lotteries: a review of the literature, In L. Vaughn Williams and D.J. Siegel (eds.). *Oxford Handbook on the Economics of Gambling*, London: Oxford University Press .

Kaizeler, M.J., Faustino, H.C. (2010), Demand for lottery products: an international study, *Revista de Economia e Administração*, 9, 1-16

Kleibergen, F., Paap, R. (2006), Generalized reduced rank tests using the singular value decomposition, *Journal of Econometrics* 127, 97–126

- Lesieur, H.R., Rosenthal, R.J. (1991), Pathological gambling: a review of the literature, *Journal of Gambling Studies*, 7, 5-39
- Lima, M.A., Resende, M. (2006), Testes de racionalidade para loterias, *Economia Aplicada*, 10, 181-191
- MacKinnon, J. G. (1996). Numerical distribution functions for unit root and cointegration tests, *Journal of Applied Econometrics*, 11, 601-618
- Maeda, A. (2008), Optimal lottery design for public financing, *Economic Journal*, 118, 1698-1718
- Matheson, V.A., Grote, K.R. (2004), Lotto fever: do lottery players act rationally around large jackpots?, *Economics Letters*, 83, 233-237
- McHale, I.G., Peel, D.A. (2010), Habit and long memory in UK lottery sales, *Economics Letters*, 109, 7-10
- Murray, M.P. (2006), Avoiding invalid instruments and coping with weak instruments, *Journal of Economic Perspectives*, 4, 111-132
- Oliveira, M.P.M.T., Silva, M.T.A. (2000), Pathological and nonpathological gamblers: a survey in gambling settings, *Substance Use & Misuse*, 35, 1573-1583
- Oliveira, G.H.J. (2003), Parcerias público-privadas nos serviços de loterias estaduais, *Revista de Direito Administrativo e Constitucional*, 1, 175-192
- Pesaran, H. (1974), In the general problem of model selection, *Review of Economic Studies*, 41, 153-171
- Pesaran, M.H., Shin, Y., Smith, R. (2001) Bounds testing approaches to the analysis of level relationships, *Journal of Applied Econometrics*, 16, 289-326.

- Pingle, M., Mitchell, M. (2002), What motivates positional concerns for income?, *Journal of Economic Psychology*, 23, 127-148
- Sargan, J. D. (1958), The estimation of economic relationships using instrumental variables, *Econometrica*, 26, 393–415
- Schwarz, G. (1978). Estimating the dimension of a model, *Annals of Statistics*, 6, 461-464.
- Schwert, G. W. 1989. Tests for unit roots: A Monte Carlo investigation. *Journal of Business and Economic Statistics* 2: 147-159.
- Scoggins, J. (1995), Lotto and expected net revenue. *National Tax Journal*, 48, 61-70.
- Scott, F. A., Gulley, O. D. (1995), Rationality and efficiency in lotto markets. *Economic Inquiry*, 33, 175-188
- Sprolws, C.R. (1970), On the terms of the New York State lottery, *National Tax Journal*, 23, 74–82
- Stock, J.H., Yogo, M. (2005), Testing for weak instruments in IV regression, In D.W.K. Andrews e J.H. Stock (eds.), *Identification and Inference for Econometric Models: a Festschrift in Honor of Thomas Rothenberg*, Cambridge: Cambridge University Press, 80-108.
- Walker, I. (1998), The economic analysis of lotteries. *Economic Policy*, 358-401
- Walker, I., Young, J.(2001), An economist guide to lottery design,. *Economic Journal*, 111, 700-722
- Wang, J.H., Tzeng, L.Y., Tien, J. (2006), Willingness to pay and the demand for lotto, *Applied Economics*, 38, 1207-1216